2014

№ 6

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.375

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМ ТРЕЩИН ПРИ ПОИНТЕРВАЛЬНОМ ГИДРОРАЗРЫВЕ ПРОДУКТИВНОГО ПЛАСТА

Е. Н. Шер, И. В. Колыхалов

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: ensher@sibmail.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

Приведены результаты численного моделирования процесса развития пяти последовательно создаваемых трещин гидроразрыва, перпендикулярных скважине, в плоской и осесимметричной постановке задач теории упругости в предположении идеальности закачиваемой жидкости. Определена зона влияния уже созданных трещин на вновь образующиеся, оценено давление, необходимое для роста новой трещины. Изучены параметры, от которых зависит искривление трещин. Проведен сравнительный анализ полученных расчетов для плоской и осесимметричной постановки.

Поинтервальный гидроразрыв пласта, трещина гидроразрыва, осесимметричная трещина, горное давление, низкопроницаемый пласт

Поинтервальный гидроразрыв пласта (ГРП) является одной из самых передовых технологий в нефтегазовой отрасли, позволяющей значительно увеличить коэффициент извлечения подземных запасов и рентабельно эксплуатировать скважины на поздней стадии разработки, а также осуществлять разработку трудноизвлекаемых запасов нефти и газа. Трудноизвлекаемые нефтегазовые скопления залегают в практически непроницаемой породе со слабо развитой системой трещин. Низкая концентрация углеводородов и слабая проницаемость пород приводит к тому, что пробуренные скважины быстро теряют свой дебит. Углеводороды из таких резервуаров можно извлекать только путем вскрытия больших площадей, т. е. бурения скважин с созданием большого количества трещин гидроразрыва. Наиболее эффективно бурение длинных горизонтальных скважин с созданием трещин гидроразрыва перпендикулярно скважине через определенный интервал [1].

С каждым годом количество проводимых поинтервальных гидроразрывов в мире увеличивается. Широкое применение поинтервального ГРП показало, что результаты отдельных гидроразрывов носят неудовлетворительный характер как с экономической точки зрения, так и с позиции оптимальной выработки запасов [2]. Наилучший результат извлечения подземных за-

Работа выполнена при финансовой поддержке программы Отделения наук о Земле РАН (проект ОНЗ-3.1).

пасов и рентабельности эксплуатирования скважины достигается при равномерном распределении трещин в продуктивном пласте. В свою очередь в низкопроницаемом пласте предпочтительным является последовательное создание трещин, перпендикулярных скважине, как можно ближе друг к другу. Для достижения этой цели на стадии проектирования гидроразрыва должны быть известны формы уже существующих трещин гидроразрыва и траектория развития новой трещины.

За последнее двадцатилетие появилось достаточно много научных публикаций, рассматривающих вопросы, связанные с моделированием и проектированием поинтервального гидроразрыва, поперечного скважине [3–5]. Однако большинство из них касались изучения параметров процесса развития одной прямолинейной трещины гидроразрыва или моделирования двух трещин, распространяющихся параллельно и одновременно.

В настоящей работе исследуется развитие пяти последовательно создаваемых трещин гидроразрыва, перпендикулярных скважине, в двух постановках задач теории упругости: плоской и осесимметричной. Расчет развития трещин проводился поэтапно, отдельно для каждой трещины.

ПЛОСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На первом этапе рассматриваются две трещины: в плоскости, сжатой на бесконечности напряжениями P_{xx} , P_{yy} , находятся коллинеарно с осью x на расстоянии h две симметрично расположенные параллельные трещины — имеющаяся и зародышевая, с длинами 2L и 2l соответственно (рис. 1).



Рис. 1. Начальное расположение трещин при поинтервальном гидроразрыве, перпендикулярном скважине

Зародышевая трещина нагружена изнутри давлением p^{2D} , на берегах имеющейся трещины задано раскрытие в ее центре $2U_0^{2D}$. Такие граничные условия позволяют смоделировать случай, когда созданные трещины заполнены проппантом и раскрытие у них зафиксировано. В рамках первого этапа в описанной постановке рассчитывалась траектория развития второй трещины в поле напряжений, индуцированном уже имеющейся трещиной. Расчет трещины проводился до момента, когда проекция правой вершины трещины на ось *x* достигала координаты *L*. Далее полученные координаты траектории и раскрытия второй трещины сохранялись. Затем в рамках второго этапа моделировалось развитие третьей трещины на расстоянии 2h от первой в поле напряжений, порожденном раскрытием уже имеющихся двух трещин. В такой последовательности было рассчитано развитие четырех трещин.

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В осесимметричной постановке теории упругости задача ставилась аналогично плоской постановке: в упругом пространстве, сжатом на бесконечности главными напряжениями горного сжатия $P_{xx} = P_{yy}$, P_{zz} , перпендикулярно оси *z* на расстоянии *h* друг от друга находятся две соосные параллельные дисковые трещины радиусом R и r — имеющаяся и зародышевая соответственно. Граничные условия на берегах трещин заданы давлением p^{3D} в зародышевой трещине и раскрытием в центре $2U_0^{3D}$ у имеющихся трещин.

РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В ПЛОСКОЙ ЗАРОДЫШЕВОЙ ТРЕЩИНЕ, ВЫЗЫВАЮЩЕГО ЕЕ РАЗВИТИЕ

Для оценки необходимого для гидроразрыва давления жидкости в зародышевой трещине определим компоненты поля напряжений около большой трещины, нагруженной давлением p_0 вдоль оси x = 0, в зависимости от расстояния h до нее. Компонента тензора напряжения σ_{yy} , определяющая равновесное давление в зародышевой трещине, центр которой находится в точке (0, h), согласно [6] выражается формулой

$$\sigma_{yy} = p_0 \left(-1 + \frac{h^3}{\left(L^2 + h^2\right)^{3/2}} \right).$$
(1)

С помощью (1) можно оценить размеры зоны возмущения, вносимой в свободное от напряжений упругое пространство раскрытой плоской трещины: σ_{yy} уменьшается вдоль оси от значения давления p_0 в трещине до $0.1 p_0$ при удалении на $\approx 4 L$. Можно сделать вывод, что область повышенного давления около плоской трещины вдоль оси x = 0 ограничивается с 10 % точностью расстоянием в 4L.

Если у трещины фиксировано раскрытие $2U_0$ в центре, то, учитывая ее эллиптическую форму, получаем, что она в своей окрестности создает добавочное поле напряжений, такое же, как и трещина в свободной плоскости, нагруженная давлением p_u , раскрывающем ее до величины $2U_0$. Из решения задачи о прямолинейном нагруженном давлением разрезе следует

$$p_{u} = \frac{U_{0}E}{2(1-v^{2})L},$$

$$\sigma_{yy}^{u} = \frac{U_{0}E}{2(1-v^{2})L} \left(-1 + \frac{h^{3}}{(L^{2}+h^{2})^{3/2}}\right).$$
(2)

При $l \ll h$ равновесное состояние плоской трещины полудлины l (см. рис. 1), нагруженной давлением p^{2D} , определяется коэффициентом интенсивности напряжений (КИН) на ее кромке. При наличии сжатия горным давлением P_{yy} коэффициент интенсивности напряжений в равновесном состоянии трещины равен

$$K_{\rm I} = (p^{2D} + P_{yy} + \sigma_{yy}^u)\sqrt{\pi l} = K_{\rm IC}.$$

Отсюда критическое давление в начальной трещине второго гидроразрыва, вызывающее ее развитие, можно оценить выражением

$$p^{2D^*} = -P_{yy} - \sigma^u_{yy} + \frac{K_{\rm IC}}{\sqrt{\pi l}} \,. \tag{4}$$

Для последующих начальных трещин σ_{yy}^{u} является суммой вертикальных компонент полей напряжений от всех имеющихся трещин.

РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В ДИСКОВОЙ ЗАРОДЫШЕВОЙ ТРЕЩИНЕ

Для определения давления нагнетаемой жидкости, необходимого для начала роста дисковой трещины, нужно рассчитать компоненты поля напряжений в месте ее нахождения на оси симметрии. Такое поле складывается из компонент внешнего поля и полей, порожденных имеющимися раскрытыми осесимметричными трещинами, являющимися дислокационными разрывами с заданным раскрытием. Для второй трещины в месте ее зарождения вертикальная компонента поля напряжений определяется суммой P_{zz} и компоненты поля σ_{zz}^{cr} от первой трещины, являющейся дисковым эллиптически раскрытым дислокационным разрывом. Величина σ_{zz}^{cr} в этом случае, согласно [7], записывается так:

$$\sigma_{zz}^{cr} = -\frac{2(1-\nu^2)p_u}{\pi E} \left[L \left(I + 2Rh \frac{R^2 - h^2}{(R^2 + h^2)^2} \right) \right], \quad p_u = \frac{\pi E U_0}{4(1-\nu^2)R},$$

$$I = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{h^2 - R^2}{h^2 + R^2}\right) \right], \quad L = \frac{2\lambda\mu + 2\mu^2}{\lambda + 2\mu}, \quad M = \frac{2\mu^2}{\lambda + 2\mu},$$
(5)

где E, ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона; λ и μ — модули упругости Ламе; p_u — давление, раскрывающее дисковый разрез до величины раскрытия $2U_0$ в его центре.

Заметим, что σ_{zz}^{cr} уменьшается вдоль оси от значения давления p_u в трещине до $0.1p_u$ при удалении на $\approx 2.5 R$. Поэтому область повышенного давления около дисковой трещины вдоль оси *z* ограничивается с 10 % точностью расстоянием в $\approx 2.5 R$.

Из условия равновесного состояния дисковой трещины радиусом r, нагруженной давлением p^{3D} , можно рассчитать давление, необходимое для начала ее развития:

$$p^{3D^*} = -P_{zz} - \sigma_{zz}^{cr} + \frac{K_{\rm IC}\sqrt{\pi}}{2\sqrt{r}}, \qquad (6)$$

где σ_{zz}^{cr} — сумма вертикальных компонент полей напряжений от всех имеющихся осесимметричных трещин в месте расположения зародышевой трещины.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРИЙ РАЗВИТИЯ ПЛОСКИХ ТРЕЩИН

Все расчеты развития трещин, представленные в настоящей работе, проводились с помощью численных программ, разработанных по методу разрывных смещений [8, 9]. В основу программы с плоскими трещинами заложен разработанный С. Краучем [9] алгоритм расчета поля напряжений возле плоской трещины любой формы в бесконечном пространстве. Дополнительно введены спецэлементы, располагаемые в вершинах трещин и позволяющие находить коэффициенты интенсивности напряжений K_1 и K_{II} . Расчет развития трещин осуществлялся поэтапно. На каждом этапе рассчитывалось давление внутри развивающейся трещины, соответствующие ему коэффициенты интенсивности напряжений K_1 , K_{II} и направление развития трещины. Давление внутри развивающейся трещины подчинялось следующим условиям: оно должно быть больше или равно равновесному давлению; объем жидкости, уже закаченной в трещину, не должен уменьшаться в процессе роста трещины; раскрытие трещины должно быть положительным на протяжении всей ее длины, что необходимо для беспрепятственного проникновения жидкости в трещину. Угол поворота трещины \mathcal{G} и равновесное давление определялось из соотношений трещины "нормального отрыва" [10]:

$$\mathcal{G} = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{K_{\mathrm{I}} - \sqrt{K_{\mathrm{I}}^{2} + 8K_{\mathrm{II}}^{2}}}{4K_{\mathrm{II}}} \right),$$

$$\cos(\mathcal{G}/2)^{3} (K_{\mathrm{I}} + 3\sqrt{K_{\mathrm{I}}^{2} + 8K_{\mathrm{II}}^{2}}) = 4K_{\mathrm{IC}}.$$
(7)

Далее трещина удлинялась в нужном направлении на заданный отрезок, после чего цикл повторялся.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРИЙ РАЗВИТИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕЩИН

Для определения напряженного состояния упругого пространства с осесимметричными трещинами их поверхность разбивалась параллелями и меридианами на дислокационные площадки, раскрытия и сдвиги берегов которых описываются векторами Бюргерса. Чтобы найти компоненты векторов Бюргерса, строится система линейных уравнений из условия выполнения граничных условий на трещине. Коэффициенты такой системы рассчитываются с использованием формул Пича–Келлера [11], выражающих компоненты тензора напряжений через смещения на дислокационных площадках. Решение системы уравнений позволяет определить искомое напряженное состояние упругого пространства вокруг осесимметричных трещин.

Расчет развития осесимметричной трещины осуществлялся также поэтапно. На каждом этапе из энергетического условия Гриффитса рассчитывалось равновесное давление для развивающейся трещины, давление, определяемое объемом жидкости, уже закаченной в трещину, а также давление, необходимое для того, чтобы раскрытия на поверхности всей трещины были положительными. Далее выбиралось наибольшее давление из перечисленных и определялось направление развития трещины. Угол поворота трещины находился из условия ее распространения по направлению с максимальным тангенциальным растягивающим напряжением, после чего трещина удлинялась на заданный отрезок. Далее цикл повторялся.

ТРАЕКТОРИИ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В УСЛОВИЯХ НЕФТЯНЫХ И ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Конкретные расчеты проводились для параметров задачи, соответствующих типовым газовым и нефтяным месторождениям с низкопроницаемыми коллекторами. В качестве характеристики искривления новой трещины использована величина Δ — отклонение траектории трещины от прямолинейного распространения на длине (радиусе) имеющейся трещины, т. е. $\Delta^{2D} = h - y(L)$, где y(x) — форма вновь образованной плоской трещины, или $\Delta^{3D} = h - z(R, 0)$, где z(x, 0) — форма вновь образованной осесимметричной трещины в сечении y = 0.

На рис. 2 и 3 представлены примеры рассчитанных форм пяти последовательно создаваемых плоских и осесимметричных трещин гидроразрыва соответственно, расположенных на расстоянии h = 10, 30, 60 м друг от друга, и графики давления в развивающихся трещинах (рис. 2z - e и рис. 3z - e) в зависимости от их длины. Первая плоская трещина на рис. 2 имеет полудлину L = 60 м, координаты вершин трещины (-60, 0) и (60, 0), раскрытие в центре (при x = 0) $2U_0^{2D} = 4$ мм. Последующие трещины имеют такое же раскрытие в центре. Поле внешнего сжатия $P_{xx} = -39.5$ МПа, $P_{yy} = -38.5$ МПа. Первая дисковая трещина на рис. 3 имеет радиус R = 60 м, раскрытие в ее центре, в точке (0, 0, 0), $2U_0^{3D} = 4$ мм. Поле внешнего сжатия $P_{xx} = P_{yy} = -39.5$ МПа, $P_{zz} = -38.5$ МПа. Жирно отмечены точки, в которых развитие трещины с равновесным давлением внутри трещины сменяется развитием с давлением, необходимым для поддержания раскрытия трещины в целях беспрепятственного движения закачиваемой жидкости.



Рис. 2. Траектории плоских трещин, последовательно развившихся из начальных полудлиной 1 м, находящихся на расстоянии h = 10, 30, 60 м друг от друга (a, δ, e) , с раскрытием в центре $2U_0 = 4$ мм, в поле внешнего сжатия $P_{xx} = -39.5$ МПа, $P_{yy} = -38.5$ МПа, и изменение внутреннего давления в растущей трещине в зависимости от ее полудлины (e, d, e)



Рис. 3. Траектории осесимметричных трещин, последовательно развившихся из начальных радиусом 1 м, находящихся на расстоянии h = 10, 30, 60 м друг от друга (a, δ, e) , с раскрытием в центре $2U_0 = 4$ мм, в поле внешнего сжатия $P_{xx} = P_{yy} = -39.5$ МПа, $P_{zz} = -38.5$ МПа, и изменение внутреннего давления в растущей трещине в зависимости от ее радиуса (z, ∂, e)

Из рис. 2 и 3 следует, что зависимости давления гидроразрыва последовательно развивающихся трещин от их длины подобны и различаются сдвигом вдоль оси ординат на величину, которая зависит от расстояния *h*. Сравнив две постановки задачи, заметим, что для развития осесимметричной трещины требуется большее давление закачиваемой жидкости, чем для плоской.

Большое количество расчетов показало, что на отклонение трещин от прямолинейного развития Δ наибольшее влияние оказывают раскрытие имеющихся трещин $2U_0$, разность давлений, действующих вдоль и поперек трещин на бесконечности ΔP , и расстояние между трещинами *h*. Влияние коэффициента интенсивности напряжений K_{IC} на изменение Δ заметно только при малых значениях ΔP . Например, при $\Delta P = 0.5$ МПа изменение K_{IC} в 2 раза приводит к изменению Δ на $\approx 8-10$ %, а при $\Delta P = 1.5$ МПа Δ изменяется на $\approx 3-5$ %.

Как уже упоминалось, наилучший результат извлечения подземных запасов и рентабельности эксплуатирования скважины достигается при равномерном распределении трещин в продуктивном пласте. На рис. 2 и 3 массив делится трещинами достаточно равномерно, но при малых h и ΔP это не всегда выполняется. Как пример неравномерного распределения трещин в массиве на рис. 4 представлены траектории развития осесимметричных трещин для h = 20, 40, 60 м при $\Delta P = 0.5$ МПа, $2U_0 = 4$ мм.



Рис. 4. Траектории осесимметричных трещин, последовательно развившихся из начальных радиусом 1 м, находящихся на расстоянии h = 20, 40, 60 м друг от друга (a, δ, e) , с раскрытием в центре $2U_0 = 4$ мм, в поле внешнего сжатия $P_{xx} = P_{yy} = -39.0$ МПа, $P_{zz} = -38.5$ МПа

Видно, что трещины гидроразрыва в этом случае могут сближаться и даже сливаться. Расчеты при разных значениях h и ΔP показали, что искривление развивающейся трещины, вызванное присутствием имеющихся, может быть значительным с отклонением Δ от прямолинейного или плоскостного развития до 1.25*R* для осесимметричных трещин или до 2*L* для плоских трещин. С увеличением расстояния между трещинами и бокового сжатия такое искривление уменьшается.

На рис. 5 и 6 более детально показано влияние разности давлений ΔP и расстояния *h* между трещинами на отклонение развивающихся трещин.



Рис. 5. Влияние разности напряжения ΔP и расстояния *h* на кривизну плоских трещин: *a*-*в* соответствуют $P_{xx} = -39.0, -39.5, -40.5$ МПа при $P_{yy} = 38.5$ МПа. В имеющихся трещинах задается раскрытие $2U_0 = 4$ мм в центре трещин



Рис. 6. Влияние разности напряжения ΔP и расстояния *h* на кривизну осесимметричных трещин: *a*-*в* соответствуют $P_{xx} = -39.0, -39.5, -40.5$ МПа при $P_{zz} = 38.5$ МПа. В имеющихся трещинах задается раскрытие $2U_0 = 4$ мм на оси трещин

При большой разности $\Delta P = 1-2$ МПа (рис. 56, в и рис. 66, в) зависимости отклонений 2-й-5-й трещин от h подобны. Максимальное отклонение наблюдается при $h \approx 0.3L - 0.5L$ для плоских трещин и при $h \approx 0.3R - 0.4R$ — для осесимметричных. В этом случае трещины располагаются в массиве равномерно даже при малых h. При меньших ΔP (рис. 5a, рис. 6a) зависимости отклонений разных трещин с уменьшением h начинают пересекаться. При $\Delta P = 0.5$ МПа это происходит при h < 0.8R для осесимметричных или при h < 1.1L для плоских трещин. Также видно влияние ΔP на величину отклонения развивающихся трещин. Увеличение его с 1 до 2 МПа уменьшает отклонение каждой развивающейся трещины примерно в 2 раза.

Опираясь на большое количество расчетов для различных параметров задачи, можно заключить, что при h < 1.75L и $\Delta P < \frac{EU_0}{2(1-v^2)L}$ для плоских трещин и при h < 1.15R и

$$\Delta P < \frac{\pi E U_0}{4(1-v^2)R}$$
 для осесимметричных трещин возможны случаи, когда распределение трещин

в пространстве неравномерно, возможно даже их слияние, что нежелательно для эффективной разработки низкопроницаемого пласта. При расстояниях $h \ge 1.75L$ и $h \ge 1.15R$ зависимости Δ от h подобны независимо от ΔP , трещины распределены в пласте равномерно и отклонение их от плоского развития наименьшее.

В целом влияние существующих трещин на развивающуюся рядом новую зависит от всех параметров задачи и может быть оценено по разработанным программам в каждом индивидуальном случае.

выводы

Размер зоны влияния раскрытых осесимметричных трещин поинтервального гидроразрыва радиусом R составляет $\approx 2.5R$, т. е. имеющиеся трещины гидроразрыва слабо влияют на образование новой, если расстояние между ближайшей имеющейся и новой больше 2.5R. Для плоских трещин размер такой зоны составляет $\approx 4L$.

Разработан программный код для построения траекторий последовательного развития плоских и осесимметричных трещин в поле воздействия уже имеющихся в предположении идеальности жидкости гидроразрыва. Построены траектории развития пяти трещин, перпендикулярных скважине, при последовательном их образовании для типовых условий нефтяных и газовых месторождений.

Выявлена зависимость степени искривления траекторий трещины от расстояния между трещинами, напряженного состояния массива, длины и раскрытия имеющихся трещин. Определены значения параметров гидроразрыва, при которых создается серия трещин, равномерно распределенных в продуктивном пласте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Deimbacher F. X., Economides M. J., Jensen O. K. Generalized performance of hydraulic fractures with complex geometry intersecting horizontal wells, SPE 25505, Production Operations Symposium, 1993, Oklahoma, USA.
- 2. Ушаков А. С. Анализ эффективности гидравлического разрыва пласта в горизонтальных скважинах месторождений Западной Сибири // Нефтегазовое дело. — 2010. — № 2.
- **3. Rahman M. M., Hossain M. M. et al.** Analytical, numerical and experimental investigations of transverse fracture propagation from horizontal wells, J. of Petroleum Science & Engineering, 2002, Vol. 35.
- 4. Crosby D. G., Rahman M. M. et al. Single and multiple transverse fracture initiation from horizontal wells, J. of Petroleum Science & Engineering, 2002, Vol. 35, No. 3–4.
- 5. Kresse O., Weng X. et al. Numerical modeling of hydraulic fractures interaction in complex naturally fractured formations, Rock Mechanics and Rock Engineering, 2013, Vol. 46.
- 6. Шер Е. Н., Колыхалов И. В. Особенности последовательного развития близко расположенных трещин гидроразрыва // ФТПРПИ. 2011. № 6.
- 7. Шер Е. Н., Колыхалов И. В., Михайлов А. М. Моделирование развития осесимметричных трещин при множественном гидроразрыве // ФТПРПИ. — 2013. — № 5.
- 8. Dong C. Y., de Pater C. J. Numerical implementation of displacement discontinuity method and its application in hydraulic fracturing, Computer Methods in Aapplied Mechanics and Engineering, 2001, Vol. 191.
- 9. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. М.: Мир, 1987.
- **10. Черепанов Г. П.** Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
- 11. Peach M., Koehler J. S. The forces exerted on dislocations and the stress fields produced by them, Physical Review, 1950, Vol. 80, No. 3.

Поступила в редакцию 26/IX 2014