ЛИТЕРАТУРА

1. **Мержанов А. Г., Посецельский А. П., Столин А. М., Штейнберг А. С.** Экспериментальное осуществление гидродинамического теплового взрыва.—«Докл. АН СССР», 1973, т. 210, № 1.
2. **Мержанов А. Г., Столин А. М.** и др. Авт. свид. № 473 934.— «Окрытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1975, № 22.
3. **Мержанов А. Г., Столин А. М.** К тепловой теории течения вязкой жидкости.— «Докл. АН СССР», 1971, т. 198, № 6.
4. **Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Пручкина Н. М.** Тепловой взрыв при течении вязкой жидкости.— ПМТФ, 1968, № 5.
5. **Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И.** Некоторые задачи о неизотермическом стационарном течении вязкой жидкости.—ПМТФ, 1965, № 5.
6. **Яблонский В. С., Каганов С. А.** Течение Куэтта с учетом зависимости вязкости от температуры и теплоты трения.— «Изв. высш. учеб. заведений. Нефть и газ», 1958, № 5.
7. **Френкель Я. И.** Кинетическая теория жидкостей. М., Изд-во АН СССР, 1959.
8. **Столин А. М., Бостанджиян С. А., Плотникова П. В.** Критические условия гидродинамического теплового взрыва при течении степенной жидкости.— В кн.: Тепло- и массообмен — V. Т. VII. Минск, 1976.
9. **Мержанов А. Г., Столин А. М., Шаталов Б. Н.** Неизотермический метод исследования реологических свойств текучих систем в ротационной вискозиметрии.— В кн.: Тепло- и массообмен — V. Т. VII. Минск, 1976.
10. **Мержанов А. Г., Абрамов В. Г., Гонтковская В. Т.** О закономерностях перехода от самовоспламенения к зажиганию.— «Докл. АН СССР», 1963, т. 148, № 2.
11. **Кондратьев Г. М.** Тепловые измерения. М.— Л., Машгиз, 1957.
12. **Франк-Каменецкий Д. А.** Теплопередача и диффузия в химической кинетике. М., «Наука», 1974.

УДК 536.25

ТЕПЛОВАЯ ЛАМИНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОЙ ОБЛАСТИ ПРИ ЗАДАННОМ ПОТОКЕ ТЕПЛА

В. А. Брайловская, Г. Б. Петражицкий

(*Горький*)

Рассмотрим нестационарный процесс течения и теплообмена вязкой несжимаемой жидкости в горизонтальном кольцевом канале при наличии постоянного теплового потока на его внешней поверхности.

Исследование проводится на основе численного решения системы двумерных нестационарных уравнений движения, неразрывности и энергии, которая имеет в полярной системе координат следующий вид [1]:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau}\left(\frac{\partial F}{\partial \varphi}\frac{\partial f}{\partial r} - \frac{\partial F}{\partial r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right) = \mathrm{Pr}\,\nabla^2 f + \mathrm{GrPr}^2\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \Theta}{\partial \varphi}\sin\varphi - \frac{\partial \Theta}{\partial r}\cos\varphi\right),$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial F}{\partial \varphi}\frac{\partial \Theta}{\partial r} - \frac{\partial F}{\partial r}\frac{\partial \Theta}{\partial r}\right) = \nabla^2\Theta, \quad f = \nabla^2 F,$$

где F и f — безразмерные функции тока и завихренности соответственно; $r_i = R_i/\delta$ — безразмерные радиусы внутреннего ($i = 1$) и внешнего ($i = 2$) цилиндра; $\delta = R_2 - R_1$ — величина зазора между цилиндрами.

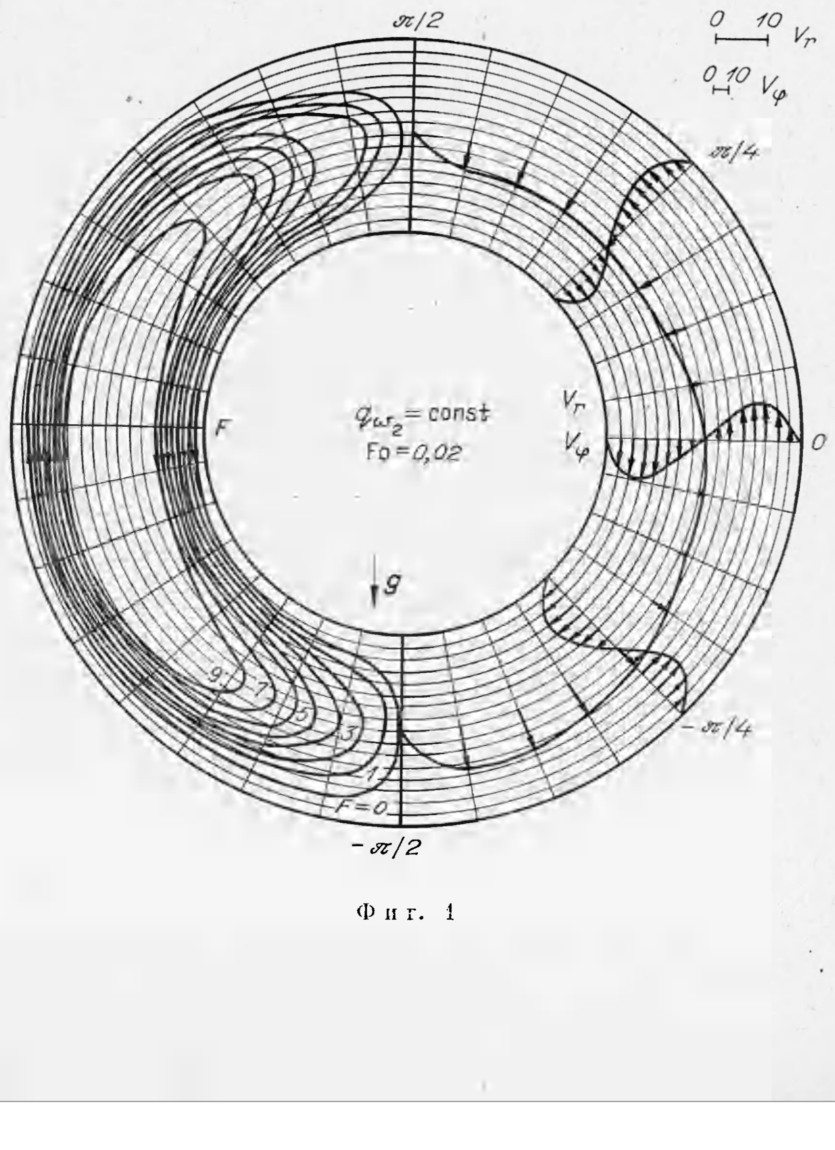
В качестве масштаба температуры при введении безразмерной температуры Θ выбирается величина $\langle \Delta T \rangle$, равная разности средней температуры внешней поверхности и температуры внутренней, т. е. $\langle \Delta T \rangle = \langle T_{w_2} \rangle - T_{w_1}$.

Предполагается, что жидкость в кольцевой области в начальный момент неподвижна, а распределение температуры соответствует режиму теплопроводности. На внутреннем цилиндре поддерживается постоянная температура $\Theta_{w_1} = T_{w_1}/\langle \Delta T \rangle$, а на внешнем—постоянный тепловой поток q_{w_2}, что при введенном масштабе равносильно условию $(\partial\Theta/\partial r)_{w_2} = 1$. Начальное распределение $\Theta(r, \varphi)$ в соответствии с уравнением теплопроводности при заданных граничных условиях имеет вид

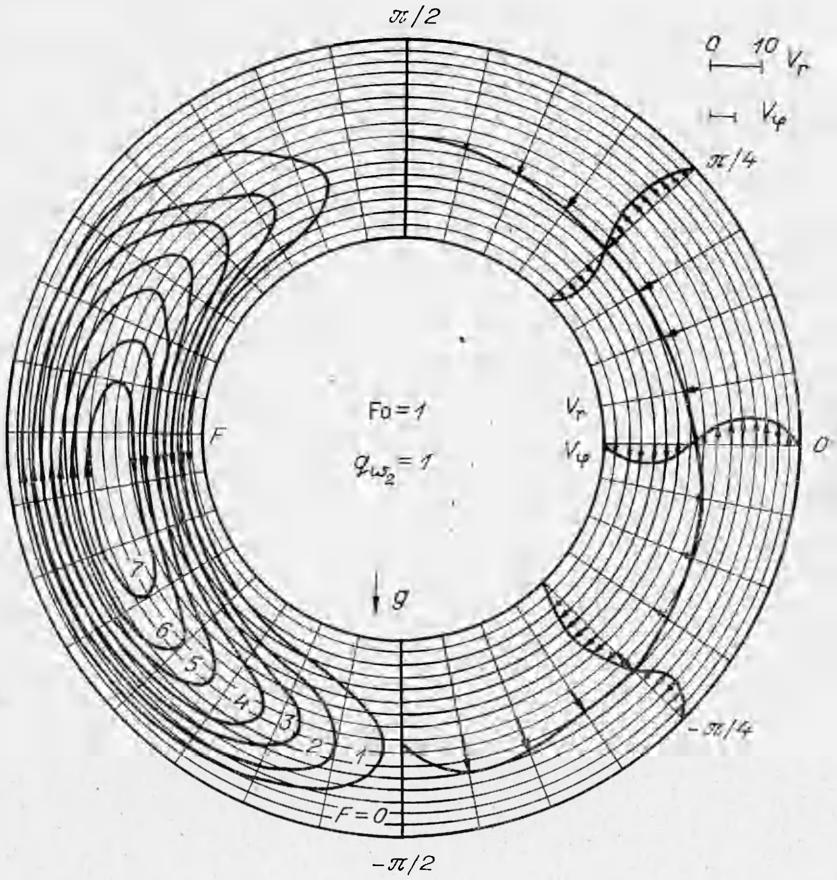
$$\Theta = r_2 \ln r/r_1 + \Theta_{w_1}.$$

В исходную систему уравнений входят следующие критерии подобия: $\mathrm{Gr} = g\beta\,(\langle T_{w_2} \rangle - T_{w_1})/\nu^2$ — критерий Грасгофа; $\mathrm{Pr} = \nu/a$ — число Прандтля; $\mathrm{Fo} = \tau = at/\delta^2$ — число Фурье.

При численном решении системы уравнений конвективного теплообмена после предварительного интегрирования их по элементарной ячейке сетки [1] использовался метод Зейделя; уравнение Пуассона решалось методом переменных направлений. Для аппроксимации производных на границах области использовались формулы второго порядка точности. Вычисление производилось на сетке 17×17 для половины кольцевой области (предполагалось наличие симметрии относительно вертикальной



Фиг. 1



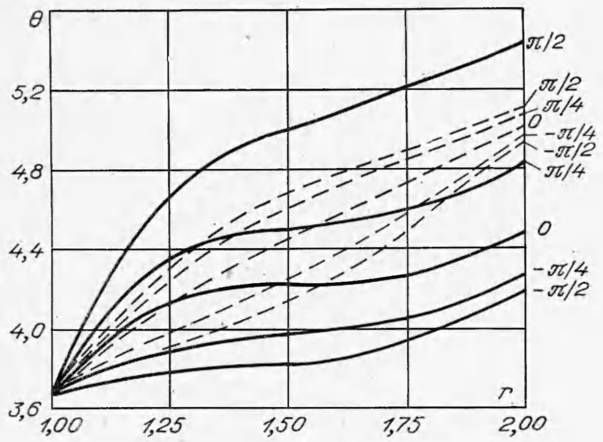
Ф и г. 2

оси, проходящей через центр кольцевой прослойки). Отличие основных результатов расчета от полученных на более мелкой сетке 22×22 составило не более 3%.

Развитие во времени циркуляционного движения и изменения радиальной V_r и тангенциальной V_φ составляющих скорости в различных сечениях кольцевой области показано на фиг. 1, 2 (Gr $=10^4$, Pr $= 0{,}7$, $r_2/r_1 = 2$, $\mathbf{g}$ — ускорение гравитационного поля, м/с^2). Если в начальный момент жидкость неподвижна, то при Fo $= 0{,}02$ скорости достигают максимальных значений, а затем постепенно убывают, приближаясь к некоторым постоянным значениям (Fo $= 1$), как это видно из сравнения фиг. 1 и 2. При этом центр вихря (вместе с ним и область минимальных скоростей) смещается вниз по мере установления стационарного состояния.

Характерно, что при увеличении числа Рэлея (Ra = GrPr) значительно уменьшается время, при котором достигается максимальная интенсивность конвекции.

О начале влияния конвекции на поле $\Theta(r, \varphi)$ можно судить по появлению вертикальных разностей температуры. На фиг. 3 показано изменение во времени распределения температурных профилей при пяти значениях полярного угла φ в режиме, определяемом числом Gr $= 10^4$(Pr $=$ $= 0{,}7$, $r_2/r_1 = 2$, $q_{w_2} = 1$, сплошные кривые соответствуют Fo $= 1$, штриховые Fo $= 0{,}02$).



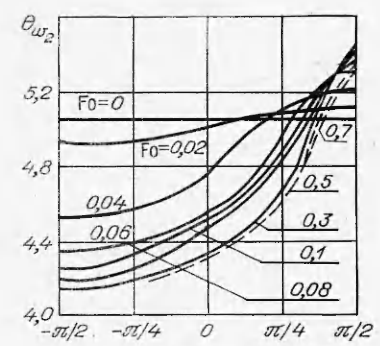
Фиг. 3

Одномерное $\Theta = \Theta(r)$ при Fo = 0 температурное поле начинает при Fo = = 0,02 испытывать на себе влияние конвекции. Температурные профили начинают расходиться и при Fo = 0,1 достигают стационарного распределения с характерным для конвекции температурным расслоением.

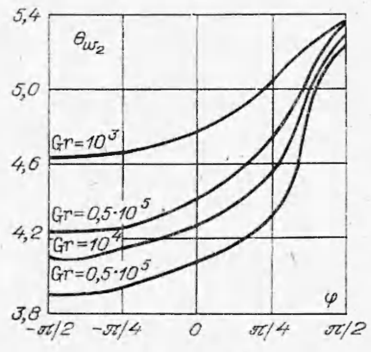
Аналогичная закономерность имеет место в изменении температуры внешней стенки Θ_{w_2} в зависимости от Fo (фиг. 4, $\mathrm{Gr} = 10^4$, $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $r_2/r_1 = 2$). Постоянная при Fo = 0 температура Θ_{w_2} становится существенно неоднородной вдоль φ при увеличении Fo и, начиная с Fo = 0,3, практически не меняется со временем. Максимальный разброс Θ_{w_2} на стационарном режиме составляет 25% от среднего значения в этом режиме ($\mathrm{Gr} = 10^4$).

Как следует из фиг. 5 (Pr = 0,7), неоднородность температуры внешнего цилиндра на стационарном режиме увеличивается с ростом числа Грасгофа, причем происходит это в основном за счет уменьшения температуры стенки в нижней части кольцевой прослойки.

Исследования зависимости поля температур от чисел Gr и Fo выявляют три характерных режима: начальный режим, близкий теплопровод-



Фиг. 4



Фиг. 5

ности, когда $\Theta = \Theta(\mathrm{Fo})$; переходный, в котором конвекция начинает влиять на распределение температур ($\Theta = \Theta(\mathrm{Gr}, \mathrm{Fo})$), и стационарный, при котором исчезает зависимость температуры от времени ($\Theta = \Theta(\mathrm{Gr})$). Этот вывод согласуется с классификацией режимов течения и теплообмена при нестационарной конвекции в прямоугольной области, приведенной в работе [2].

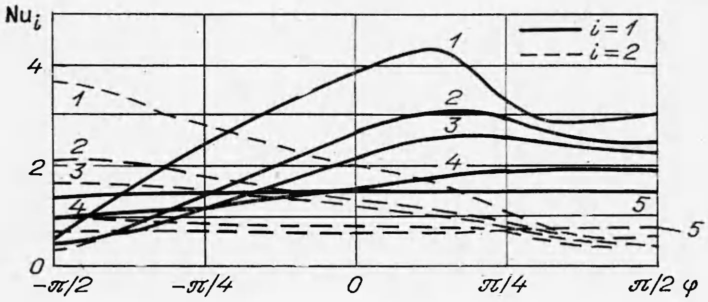
Зная распределение температур в поле течения, можно вычислить локальные числа Нуссельта на границах области, которые определяются данном случае через локальные разности температур между внешней и внутренней стенками при каждом значении φ

$$\mathrm{Nu}_i(\varphi) = \left(\frac{\partial\Theta}{\partial r}\right)_i \frac{1}{\Delta\Theta}, \quad i = 1, 2,$$

а среднее число Нуссельта получается усреднением локальных значений по φ в интервале [—π/2, π/2] и равно

$$\langle \mathrm{Nu}\rangle_i = \left\langle\frac{\partial\Theta}{\partial r}\right\rangle_i \frac{1}{\langle\Delta\Theta\rangle}.$$

Графики изменения $\mathrm{Nu}_i(\varphi)$ на внутренней и внешней стенках при различных числах Грасгофа представлены на фиг. 6 (*1* — Gr = 0,5·10⁵,



Фиг. 6

2 — Gr = 10^4, *3* — Gr = 0,5·10^4, *4* — Gr = 10^3, *5* — теплопроводность, Pr = 0,7, $r_2/r_1 = 2$).

Следуя определению числа Нуссельта, функция $\mathrm{Nu}_2(\varphi)$ воспроизводит, по существу, зависимость, обратную $\Theta_{w_2}(\varphi)$ (см. фиг. 5) при соответствующем числе Gr, так как $\Theta_{w_2}(\varphi)$ с точностью до постоянной Θ_{w_1} определяет локальную разность $\Delta\Theta(\varphi)$.

При увеличении числа Gr от 10^3 до 0,5·10^5 происходит уменьшение локальных чисел Nu_2 вдоль по течению нагретой жидкости от φ = — π/2 к φ = π/2 около внешней цилиндрической стенки. При некотором значении φ в интервале [π/4, π/2] местные числа Nu становятся меньше, чем в режиме теплопроводности, так как разность температур $(\Theta_{w_2} - \Theta_{w_1})$ в этой области на стационарном режиме становится больше, чем ΔΘ при теплопроводности.

Таким образом, при наличии постоянного теплового потока вдоль поверхности внешнего цилиндра распределение локальных чисел Nu по φ тем больше отличается от соответствующей зависимости в режиме чистой теплопроводности, чем существеннее изменяется Θ_{w_2} вдоль φ (см. фиг. 5).

Что касается семейства кривых $\mathrm{Nu}_1(\varphi)$, построенных при различных числах Gr (см. фиг. 6), то их надо анализировать с учетом изменения локальных тепловых потоков $(\partial\Theta/\partial r)_1$ вдоль поверхности внутреннего цилиндра. При движении жидкости вниз около холодной цилиндрической стенки локальные градиенты температуры уменьшаются вдоль φ вследствие увеличения толщины пограничного слоя. Ввиду нормировки их на различные ΔΘ(φ) вид кривых $\mathrm{Nu}_1(\varphi)$ отличается от аналогичных зависимостей в случае изотермических границ [1].

Это отличие начинает сказываться на числах $\mathrm{Gr} > 10^3$, когда неравномерность Θ_{w_2} вдоль φ становится существенной. Наблюдается подъем кривых, выражающих зависимость Nu_1 от φ при $\pi/2 > \varphi > \pi/8$, несмотря на уменьшение локальных тепловых потоков, что объясняется резким уменьшением перепада $\Delta\Theta(\varphi)$ в этом интервале φ (см. фиг. 5). При дальнейшем изменении φ от $\pi/8$ до $-\pi/2$ резкое уменьшение $\Delta\Theta(\varphi)$ прекращается, что приводит к уменьшению чисел Nu в указанном интервале φ. При некотором значении φ местные числа Nu становятся ниже, чем в неподвижной жидкости.

Максимумы кривых $\mathrm{Nu}_1(\varphi)$ (см. фиг. 6) смещаются по мере увеличения чисел Gr. Это соответствует смещению вправо точки, в которой происходит резкое уменьшение $\partial\Theta/\partial\varphi$ (см. фиг. 5).

Резкое изменение характера кривых $\Theta_{w_2}(\varphi)$ при $\varphi \approx \pi/4$ объясняется значительным понижением уровня скоростей в окрестности этой точки.

Для характеристики интенсивности теплообмена при различных режимах течения была получена зависимость коэффициента конвекции, определяемого формулой

$$\varepsilon_{k_i} = \langle \mathrm{Nu} \rangle_i r_i \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad i = 1, 2,$$

от числа Рэлея.

В процессе установления стационарного состояния зависимость $\varepsilon_k = \varepsilon_k(\mathrm{Ra}, \mathrm{Fo})$ с ростом числа Fo переходит в $\varepsilon_k = \varepsilon_k(\mathrm{Ra})$. Граница установления стационарного режима теплообмена при конвективном движении аппроксимируется приближенной формулой $\mathrm{Fo} = 1{,}52/\mathrm{Ra}^{0{,}12}$.

На стационарном режиме график зависимости ε_k от критерия Рэлея аппроксимируется критериальной формулой $\varepsilon_k = 0{,}257\mathrm{Ra}^{0{,}21}$.

При сравнении с аналогичной зависимостью в случае изотермических стенок выясняется, что при малых Ra ($\mathrm{Ra} < 2300$) теплообмен интенсивнее при условии $q_{w_2} = \mathrm{const}$, в то время как при больших Ra — в случае $\Theta_{w_2} = \mathrm{const}$. Это объясняется перераспределением температуры внешней стенки при наличии постоянного теплового потока на ней и образованием в верхней части области застойной нагретой зоны, препятствующей теплосъему с нагретой стенки.

Поступила 4 V 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Петражицкий Г. Б., Бекнева Е. В., Брайловская В. А., Станкевич Н. М.** Расчет течения и теплообмена при свободном движении жидкости в горизонтальном кольцевом канале.— «Вестн. Львов. политехн. ин-та. Вопросы электро- и теплоэнергетики», 1970, № 46.
2. **Полежаев В. И.** Нестационарная ламинарная тепловая конвекция в замкнутой полости при заданном потоке тепла.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 4.