

## РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ С ПОЗИЦИЙ ФИЗИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

М. Г. Петров

СибНИИ авиации им. С. А. Чаплыгина, 630051 Новосибирск

Рассматриваются реологические тела Журкова и Кауцманна, отражающие физические закономерности пластического деформирования материалов. Приведены решения дифференциальных уравнений течения составных реологических тел. Показаны примеры применения структурных моделей материалов, состоящих из новых реологических тел и описывающих неупругое поведение сплавов при разных вариантах температурно-силового нагружения. Дан пример использования полученных решений дифференциальных уравнений для анализа ползучести структурно-нестабильного сплава.

При воспроизведении в расчетах деформационных свойств конструкционных материалов весьма важным является идеологический фундамент представлений о твердом теле. Большинство применяемых методов основаны на подходах механики твердого деформируемого тела, не изучающей причин деформационных процессов, и не позволяют воспроизводить в полной мере весь комплекс неупругих свойств материала. Лишь в частных случаях нагружения при помощи специальных (часто искусственных) приемов удается получить приемлемые решения [1–3]. Наблюдаемые же деформационные характеристики твердых тел есть совокупность ряда внутренних термодинамических процессов, моделирование которых открывает новые возможности при анализе и отображении макрохарактеристик материалов. Поэтому реологические модели материалов, в основе которых заложены законы физической кинетики, более перспективны, универсальны и могут правильно предсказывать ход деформационных процессов, когда получить экспериментальные данные затруднительно или они ограничены.

Данный подход основан на теории абсолютных скоростей реакций [4], появившейся в 1935 г. Наиболее близкой к задачам прочности из рассмотренных в теории вопросов была диффузия [5]. Кауцманн [6] одним из первых применил теорию скоростей реакций к течению твердых тел, рассматривая ползучесть как процесс направленной диффузии под действием приложенных напряжений. Полагая, что приложенное напряжение понижает энергетический барьер в одном направлении и повышает его примерно на столько же в противоположном, он получил выражение для избыточного числа актов переноса в единицу времени в направлении приложенного напряжения:

$$n^* = 2A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \operatorname{sh}\left(\frac{\Delta E}{RT}\right) \quad (1)$$

( $E$  — исходная высота энергетического барьера,  $\Delta E$  — изменение этой высоты под действием напряжений). При больших  $\Delta E$  обратным потоком через барьер обычно пренебрегается, и выражение (1) приобретает вид

$$n^* = A \exp\left(-\frac{E - \Delta E}{RT}\right). \quad (2)$$

Величину  $\Delta E$  Кауцманн полагал линейно зависящей от напряжений, и выражение (2) получило некоторое экспериментальное подтверждение.

С 50-х годов начались систематические исследования процессов разрушения и деформирования материалов с позиций кинетических представлений о природе прочности [7, 8].

В результате сформировалась идеология, позволившая по-новому взглянуть на все наблюдаемые закономерности в поведении твердых тел под нагрузкой [9–11]. На основе кинетических представлений строятся физические модели сплавов, в которых удается отразить термоактивированные процессы деформирования и разрушения, сопутствующие им процессы релаксации внутренних напряжений и структурные превращения [12]. Это достигается благодаря тому, что в механических моделях материалов поведение вязких элементов описывается уравнениями физической кинетики, параметры которых суть функции структуры материала. Интегрально отражая реальные термодинамические процессы в твердом теле, данные модели позволяют дать прогноз его поведения в весьма широком диапазоне условий нагружения, избавиться от ряда условностей, все еще господствующих в инженерной практике, и получить новую информацию о свойствах конкретного сплава [13].

**Реологические модели твердых тел.** Кроме известных в реологии классических тел (тел Гука  $H$ , Ньютона  $N$  и Сен-Венана  $StV$  [14]) введем новые. Тело, деформация которого описывается выражением вида (2), назовем телом Журкова  $Zh$  [13], а более сложный его вариант, имеющий уравнение течения вида (1), — телом Кауцманна  $Km$ .

Эксперимент показывает, что скорость пластической деформации при установившемся течении твердого тела определяется следующей зависимостью от напряжений и температуры:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \varepsilon_* \nu_0 \exp\left(-\frac{Q_0 - \alpha\sigma}{RT}\right). \quad (3)$$

Здесь  $Q_0$  и  $\alpha$  — активационные параметры;  $\varepsilon_* \nu_0$  — произведение остаточной деформации при разрушении материала на частотный множитель [10, 11, 13]. В терминах термодинамики выражение (3) имеет вид [11, 15]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = N^* \varepsilon_0^* \nu_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right) = N^* \varepsilon_0^* \nu_0 \exp\left(\frac{\Delta S}{k}\right) \exp\left(-\frac{Q_0 - \alpha\sigma}{kT}\right), \quad (4)$$

где  $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$  — свободная энергия Гиббса — является движущей силой реакции, а энтальпия активации  $\Delta H = Q_0 - \alpha\sigma$  представлена эффективными значениями начальной энергии активации  $Q_0$  и активационным объемом  $\alpha$ . Линейная зависимость  $\Delta H$  от напряжений  $\sigma$  соответствует многочисленным экспериментальным данным [10], а отклонения от нее связаны большей частью с изменениями параметра  $\alpha$ , являющегося структурно-чувствительным коэффициентом. Предэкспоненциальный множитель в (4) имеет вполне определенный физический смысл:  $N^*$  — число «единиц течения»,  $\varepsilon_0^*$  — вклад каждой единицы течения в общую деформацию тела,  $\nu_0 \approx 10^{13} \text{ с}^{-1}$  — эффективная частота попыток преодоления атомами энергетического барьера,  $\Delta S$  — энтропия активации. Но данное представление кинетического процесса требует детализации. Для этого и предназначены реологические модели.

Обозначив в (3)  $A = \varepsilon_* \nu_0 \exp(-Q_0/RT)$  и  $B = \alpha/RT$ , запишем реологическое уравнение тела  $Zh$ :

$$d\varepsilon/dt = A \exp(B\sigma). \quad (5)$$

В области малых напряжений выражение (5) дает отклонения от экспериментальных данных. Физически обоснованной поправкой является учет вероятности обратного перехода активированных комплексов через энергетический барьер. И если считать вклады деформационных процессов при переходе через барьер в прямом и обратном направлении одинаковыми, то более строгим будет выражение

$$d\varepsilon/dt = 2A \operatorname{sh}(B\sigma) \quad (6)$$

— реологическое уравнение тела  $Km$ . Реологические тела с постоянными значениями параметров  $A$  и  $B$  назовем идеальными.

Образуем составные тела из тел Zh или Km и N. Будем называть их физическими средами и обозначим символом PM (physical medium). В соответствии с принятыми в реологии обозначениями [14] реологические формулы основных составных тел запишем в виде

$$\begin{aligned} \text{PM}_1 &= \text{N} - \text{Zh}, & \text{PM}_5 &= \text{N} - \text{Km}, \\ \text{PM}_2 &= \text{N} | \text{Zh}, & \text{PM}_6 &= \text{N} | \text{Km}, \\ \text{PM}_3 &= \text{N} | \text{PM}_1 = \text{N} | (\text{N} - \text{Zh}), & \text{PM}_7 &= \text{N} | \text{PM}_5 = \text{N} | (\text{N} - \text{Km}), \\ \text{PM}_4 &= \text{N} - \text{PM}_2 = \text{N} - (\text{N} | \text{Zh}), & \text{PM}_8 &= \text{N} - \text{PM}_6 = \text{N} - (\text{N} | \text{Km}). \end{aligned}$$

Здесь  $-$  означает последовательное соединение тел, а  $|$  — параллельное. Приведем ряд основных решений дифференциальных уравнений поведения составных тел под нагрузкой. Буквой  $M$  обозначим модуль упругости тела N.

Последовательное и параллельное соединения тела N с телами Zh или Km образуют тела, подобные телам Максвелла и Кельвина (Фойгта), где вязким элементом является тело N. Здесь не делаем различий между вязкостью и пластическим течением, так как разница заключается лишь в виде аналитической зависимости скорости течения от напряжений.

Реологическое уравнение тела  $\text{PM}_1$  как равенство скорости полной деформации сумме скоростей упругой деформации тела N и пластической деформации тела Zh (5) запишем в виде

$$\frac{1}{M} \frac{d\sigma}{dt} + A \exp(B\sigma) = \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (7)$$

Решения (7) следующие:

- при постоянной деформации ( $d\varepsilon/dt = 0$ ) имеем уравнение релаксации напряжений

$$\sigma = -\frac{1}{B} \ln[\exp(-B\sigma_0) + ABMt]. \quad (8)$$

- при постоянной скорости деформации  $d\varepsilon/dt = C$  после замены в (8) постоянной интегрирования функцией и получения линейного уравнения имеем выражение

$$\sigma = -\frac{1}{B} \ln\{\exp[-B(\sigma_0 + MCt)] + \frac{A}{C} [1 - \exp(-BMCt)]\}, \quad (9)$$

которое при времени  $t \rightarrow \infty$  дает напряжения течения

$$\sigma = -\frac{1}{B} \ln\left(\frac{A}{C}\right), \quad (10)$$

зависящие от скорости деформирования и температуры;

- при нагружении с постоянной скоростью  $d\sigma/dt = D$  получим зависимость деформации от времени:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{Dt}{M} + A \exp(B\sigma_0) \frac{\exp(BDt) - 1}{BD}. \quad (11)$$

Здесь  $\sigma_0$  и  $\varepsilon_0$  — напряжение и деформация в момент времени  $t = 0$ .

Выражение (9) при малых напряжениях, когда первое слагаемое под логарифмом значительно больше второго, дает пропорциональную зависимость напряжений от времени и, следовательно, от деформации. По мере роста напряжений, когда слагаемые становятся соизмеримыми, наблюдается плавный переход к постоянным напряжениям течения, определяемым формулой (10). При мягком нагружении (решение (11)) пластическая деформация с ростом напряжений экспоненциально нарастает, тоже вызывая впечатление о существовании «предела текучести».

Сравнение решений (9) и (11) показывает, что связь между напряжениями и деформациями не может быть однозначной, а зависит от способа нагружения. Решения эквивалентны только при малых  $\sigma$ , когда пластические деформации пренебрежимо малы. С ростом напряжений они дают естественный переход от упругих деформаций к упругопластическим.

Для тела РМ<sub>5</sub> реологическое уравнение аналогично (7) с заменой (5) на (6):

$$\frac{1}{M} \frac{d\sigma}{dt} + 2A \operatorname{sh}(B\sigma) = \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (12)$$

Оно имеет следующие решения.

Для жесткого нагружения при  $d\varepsilon/dt = 0$  интегрирование (12) дает

$$\sigma = \frac{2}{B} \operatorname{Arth} \left( \operatorname{th} \left( \frac{B\sigma_0}{2} \right) \exp(-2ABMt) \right) \quad (13)$$

или для вычислительных процедур

$$\sigma = \frac{1}{B} \ln \frac{1+X}{1-X} \quad \left( X = \frac{\exp(B\sigma_0) - 1}{\exp(B\sigma_0) + 1} \exp(-2ABMt) \right).$$

При  $d\varepsilon/dt = C$ , заменяя постоянную интегрирования в (13) функцией, приходим к уравнению Риккати, которое преобразуется в линейное дифференциальное уравнение второго порядка [16]. Обратное преобразование его общего интеграла дает решение

$$\sigma = \frac{2}{B} \operatorname{Arth} \left[ \frac{K_1 + K_2 K_3 \exp(-K_0 t)}{1 - K_3 \exp(-K_0 t)} \right], \quad (14)$$

где  $K_0 = BM\sqrt{4A^2 + C^2}$ ;  $K_1 = (\sqrt{4A^2 + C^2} - 2A)/C$ ;

$$K_2 = (\sqrt{4A^2 + C^2} + 2A)/C; \quad K_3 = \frac{\exp(B\sigma_0) - 1 - K_1[\exp(B\sigma_0) + 1]}{\exp(B\sigma_0) - 1 + K_2[\exp(B\sigma_0) + 1]}.$$

При  $t \rightarrow \infty$  из (14) получим «предел текучести»

$$\sigma = \frac{2}{B} \operatorname{Arth}(K_1). \quad (15)$$

Для мягкого нагружения с постоянной скоростью  $D$  имеем

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{Dt}{M} + \frac{2A}{BD} \{ \operatorname{ch}[B(\sigma_0 + Dt)] - \operatorname{ch}(B\sigma_0) \}. \quad (16)$$

Решения (8)–(11) и (13)–(16) в области больших напряжений дают совершенно одинаковые результаты. Поэтому при использовании в моделях тела Км целесообразнее на соответствующих участках программы нагружения применять в вычислительных процедурах решения для моделей с телом Zh как более простые. Это относится также и к алгоритмам обработки экспериментальных данных для определения параметров реологических моделей.

Для тела РМ<sub>2</sub> на основе решения уравнений равновесия и совместности деформаций запишем реологическое уравнение

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \exp(BM\varepsilon) = A \exp(B\sigma), \quad (17)$$

интегрирование которого при  $\sigma = \sigma_0 + Dt$  приводит к решению

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left[ \sigma_0 + Dt + \frac{1}{B} \ln \{ \exp[-B(\sigma_0 - M\varepsilon_0 + Dt)] + \frac{AM}{D} [1 - \exp(-BDt)] \} \right]. \quad (18)$$

При скорости нагружения  $D = 0$  получим

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left[ \sigma_0 + \frac{1}{B} \ln \{ \exp [-B(\sigma_0 - M\varepsilon_0)] + ABMt \} \right]. \quad (19)$$

Для тела РМ<sub>6</sub> решения реологического уравнения  $d\varepsilon/dt = 2A \operatorname{sh} [B(\sigma - M\varepsilon)]$  можно найти непосредственно из (13) и (14), если привести его к виду (12), выразив  $\varepsilon$  через напряжения в вязком элементе:

при  $d\sigma/dt = D$

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left\{ \sigma_0 + Dt - \frac{2}{B} \operatorname{Arth} \left[ \frac{K_1 + K_2 K_3 \exp(-K_0 t)}{1 - K_3 \exp(-K_0 t)} \right] \right\}, \quad (20)$$

где  $K_0 = B\sqrt{4A^2M^2 + D^2}$ ;  $K_1 = (\sqrt{4A^2M^2 + D^2} - 2AM)/D$ ;  $K_2 = (\sqrt{4A^2M^2 + D^2} + 2AM)/D$ ;

$$K_3 = \frac{\exp [B(\sigma_0 - M\varepsilon_0)] - 1 - K_1 \{ \exp [B(\sigma_0 - M\varepsilon_0)] + 1 \}}{\exp [B(\sigma_0 - M\varepsilon_0)] - 1 + K_2 \{ \exp [B(\sigma_0 - M\varepsilon_0)] + 1 \}};$$

при  $D = 0$

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left[ \sigma_0 - \frac{2}{B} \operatorname{Arth} \left\{ \operatorname{th} \left[ \frac{B(\sigma_0 - M\varepsilon_0)}{2} \right] \exp(-2ABMt) \right\} \right]. \quad (21)$$

Если материал ведет себя при растяжении и сжатии одинаково, то при переходе в область сжатия у напряжений, деформаций и их скоростей следует лишь изменить знаки на противоположные. В противном случае другими должны быть и параметры  $A$  и  $B$ .

Когда напряжения в (18) больше  $-\ln(AM/D)/B$  или в (20) больше  $2 \operatorname{Arth}(K_1)/B$ , при нагружении наблюдается как бы функциональная связь между напряжениями и деформациями. В данном случае имеем «пластичность с упрочнением». Если же остановить нагружение, то получим уравнения так называемой логарифмической ползучести [17], получившей в (19) и (21) аналитическую трактовку. При обработке экспериментальных данных реального материала следует отличать пластическое течение с действительным упрочнением, когда происходит изменение структуры материала и уменьшается активационный объем  $\alpha$ , от течения, контролируемого разными механизмами деформации, каждый из которых характеризуется своими активационными параметрами.

Трехэлементные модели с телом N (стандартное неупругое тело) описывают неупругость релаксационного типа — амплитудно-независимое внутреннее трение [18]. Замена тела N на тело Zh или Km в силу характерной зависимости скорости течения от напряжений приводит к аналитическим зависимостям, описывающим неупругость гистерезисного типа — амплитудно-зависимое внутреннее трение. Последнее в металлах и сплавах связывают с дислокационным гистерезисом [18], являющимся результатом термоактивированного движения дислокаций [19].

Решения дифференциальных уравнений для тел РМ<sub>3</sub>, РМ<sub>4</sub> и РМ<sub>7</sub>, РМ<sub>8</sub> находятся после приведения этих уравнений к виду (7) или (12) по уже полученным выше решениям с соответствующей заменой переменных, параметров и начальных условий. При анализе внутреннего трения они позволяют вычислить малые неупругие деформации, когда прямое их измерение затруднительно, описать переход от жесткого нагружения твердого тела к мягкому и наоборот [13].

Чтобы модель отражала свойства реального материала, необходимы структурные модели [3, 13], состоящие из ряда элементов, каждый из которых характеризовал бы тот или иной структурный фактор или механизм деформации. Решения для многоэлементных моделей получаются обобщением решений реологических уравнений трехэлементных моделей. Параметры отдельных структурных элементов моделей могут быть и переменными. Например, элемент ползучести тела РМ<sub>1</sub> в зависимости от свойств конкретного материала

может иметь и свою внутреннюю структуру [13], благодаря чему моделируются сопутствующие релаксационные процессы, влияющие на деформацию. Полагая параметры моделей на временном шаге  $t$  постоянными, решения дифференциальных уравнений идеальных тел можно использовать для воспроизведения деформационных свойств реальных сплавов.

Здесь, по существу, реализуется общий подход, сформулированный Работновым [20] и заключающийся в том, что скорость ползучести определяется напряжением, температурой и некоторым числом структурных параметров. В данном случае структурные параметры самого материала количественно могут быть определены по параметрам модели.

**Применение реологических моделей.** Покажем на некоторых примерах возможности полученных решений при моделировании и анализе деформационных свойств материалов. Достаточно полно проанализированы нами деформационные характеристики алюминиевого сплава Д16 Т [13]. Приведем примеры расчетов по структурной модели этого сплава, описывающей гистерезис и ползучесть.

В качестве тестовой задачи рассмотрим ползучесть со скачком напряжений. Экспериментальные результаты таких опытов известны давно [17]: начальное значение напряжений на неустановившейся стадии ползучести скачком изменялось в большую или меньшую сторону, а затем через некоторое время возвращалось на прежний уровень.

На рис. 1 приведены результаты расчетов деформационного процесса в сплаве Д16 Т, выполненных по его модели. Предсказываемый моделью характер течения материала совершенно подобен реально наблюдаемому, при этом не требуется никаких дополнительных условий, кроме задания программы нагружения и температуры.

Данная модель материала применялась для оценки остаточных напряжений и их релаксации во времени на контуре выреза в тонкостенном элементе конструкции. На рис. 2 представлены экспериментальные и расчетные значения остаточных напряжений на контуре центрального отверстия в полосе после однократного нагружения растягивающей нагрузкой и разгрузки с последующей выдержкой при разных температурах. В эксперименте использовался метод освобождения [21]. Расчеты выполнены без учета структурной нестабильности сплава, и их можно считать вполне удовлетворительными, так как опытов на релаксацию не проводилось.

Неупругость материала при циклических нагрузках обычно характеризуется площа-

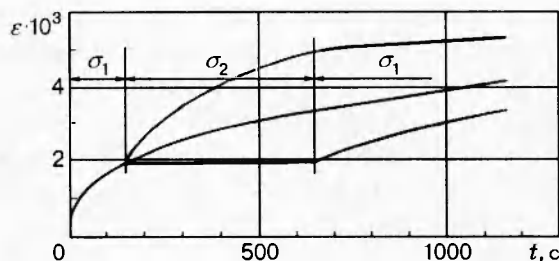


Рис. 1

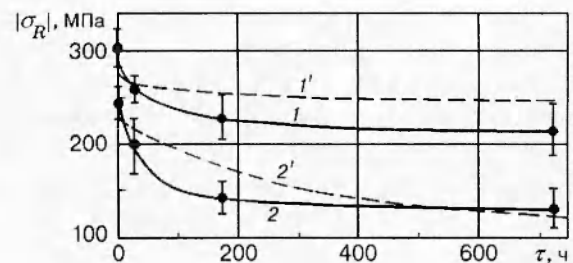


Рис. 2

Рис. 1. Ползучесть со скачком напряжений:

расчет по модели материала Д16 Т (423 К);  $\sigma_1 = 300$  МПа;  $\sigma_2 = 270$  и 310 МПа

Рис. 2. Релаксация остаточных напряжений на контуре центрального отверстия  $\varnothing 6$  мм в полосе шириной 80 мм и толщиной 3,5 мм после однократного нагружения при 293 К до номинального напряжения 300 МПа и разгрузки:

1, 2 — эксперимент с 95 %-ми доверительными границами [21]; 1', 2' — расчет [13]; 1, 1' — 293 К; 2, 2' — 423 К (Д16 Т)

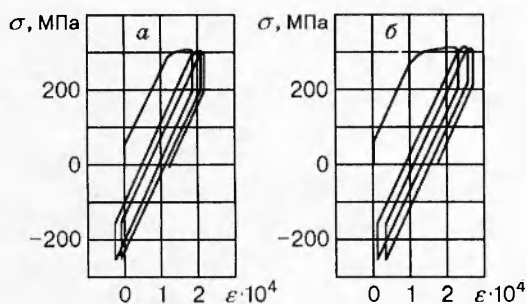


Рис. 3

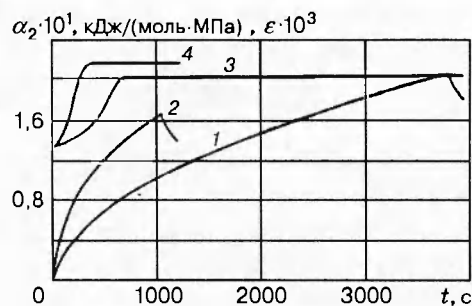


Рис. 4

Рис. 3. Расчет петель пластического гистерезиса для Д16 Т, деформированного на 0,2% (293 К,  $9 \cdot 10^{-3}$  Гц):

*a* — симметрично-пилообразный цикл нагружения; *b* — синусоидальный цикл нагружения

Рис. 4. Экспериментальные кривые ползучести стали 50ХФА при 643 К и вычисленные по ним значения активационного объема для вязкого элемента тела РМ<sub>6</sub>:

1 и 2 —  $\sigma = 400$  и 500 МПа; 3 и 4 — активационные объемы  $\alpha_2$  для кривых 1 и 2

дью и формой петли гистерезиса. При использовании реологических моделей с телами Zh или Km данные характеристики получают непосредственно вычислениями по временным шагам в зависимости от параметров нагружения. На рис. 3 показаны петли пластического гистерезиса, вычисленные по модели сплава Д16 Т для двух форм цикла нагружения. Модель описывает процесс стабилизации петли, изменение ее формы и накопление остаточных деформаций. Таким же путем решается задача вычисления демпфирующих характеристик материала, которые нужны, например, для определения нагруженности конструкции при вибрациях.

Во всех приведенных примерах модель именно предсказывает поведение материала. Параметры модели получены путем обработки только результатов испытаний на ползучесть при постоянных напряжениях и диаграмм деформирования сплава при активном нагружении.

При недостатке экспериментальных данных или изменениях структуры материала в процессе течения аналитические решения реологических уравнений физических сред могут быть использованы в качестве инструмента исследований. При структурных превращениях в сплаве изменяются активационные параметры деформационного процесса. По степени влияния структурных изменений на активационные параметры процесса течения первое место занимает активационный объем  $\alpha$ , за ним следуют начальная энергия активации  $Q_0$  и предэкспоненциальный множитель в (4) [10, 11, 13]. Приведем пример анализа деформационных характеристик структурно-нестабильного сплава и покажем возможность извлечения максимума информации при ограниченности экспериментальных данных.

Проанализируем начальный период ползучести при постоянных напряжениях по кривым рис. 4. Испытаниям\* подвергались образцы из стали 50ХФА после закалки и низкого отпуска. Известно, что во время выдержки под напряжением идет процесс отпуска, называемый динамическим старением, в результате которого изменяется структура материала [22]. Об этом свидетельствует уменьшение твердости стали. При двух режимах испытаний образцы выдерживались разное время, разгружались, и регистрировалось обратное течение материала (уменьшение остаточной деформации).

\*Экспериментальная часть работы выполнена С. А. Катарушкиным, В. Н. Чаплыгиным и С. А. Лазненко.

Реологическая формула тела, которое воспроизводит данный процесс пластического течения, имеет вид

$$PM_9 = Km_1 - PM_6 = Km_1 - (H_2 | Km_2),$$

где  $Km_1$  описывает установившуюся стадию ползучести, а  $PM_6$  — начальный период ползучести и возврат ползучести после разгрузки. Упругое тело  $H_1$  было исключено, и упругая составляющая деформации не рассматривалась. При испытаниях, проведенных на машине MTS-10, регистрировалось время нагружения и разгрузки, что также принималось во внимание при анализе кривых. Погрешности определения относительных деформаций в эксперименте составляли  $\pm 4 \cdot 10^{-5}$ .

Сначала проанализируем возврат ползучести. Воспользуемся более простым решением (19) для тела  $PM_2$ , так как начальный период возврата ползучести связан с большим значением остаточных напряжений в нем. Данное решение соответствует решению (21).

Если с момента разгрузки за время  $t_1$  деформация уменьшается на величину  $\Delta\varepsilon_1$ , а за время  $t_2$  — на величину  $\Delta\varepsilon_2$ , то на основе решения (19) можно записать соотношение

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\exp(B_2 M_2 \Delta\varepsilon_2) - 1}{\exp(B_2 M_2 \Delta\varepsilon_1) - 1},$$

из которого находится произведение  $B_2 M_2$ . Разница значений этого произведения для двух кривых возврата ползучести составила  $\pm 8\%$  от его среднего значения, что вполне объяснимо различием в свойствах испытанных образцов.

Затем для начального периода ползучести (тела  $PM_6$ ) на основе решения (21) запишем такое же соотношение для двух временных интервалов при начальной точке отсчета  $t_0$  с деформацией  $\varepsilon_0$  и конечными значениями времени  $t_1$  и  $t_2$  с деформациями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ :

$$\frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{\ln \{ \text{th} [B_2(\sigma_0 - M_2 \varepsilon_2)] / \text{th} [B_2(\sigma_0 - M_2 \varepsilon_0)] \}}{\ln \{ \text{th} [B_2(\sigma_0 - M_2 \varepsilon_1)] / \text{th} [B_2(\sigma_0 - M_2 \varepsilon_0)] \}}.$$

По этому соотношению для ряда значений модуля  $M_2$  определим ряд значений  $B_2$ , вычитая из  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  предполагаемый вклад постоянной составляющей скорости ползучести так, чтобы произведение  $B_2 M_2$  соответствовало стадии возврата ползучести. Потом для каждой пары значений  $B_2$  и  $M_2$  по (21) найдем параметр  $A_2$ . В результате для обоих режимов нагружения имеем две группы параметров  $A_2$ ,  $B_2$  и  $M_2$ , из которых нужно выбрать те, что наилучшим образом описывают экспериментальные кривые ползучести.

Воспроизведение кривых ползучести по найденным значениям параметров показывает, что при их постоянных значениях расчетная кривая ползучести не везде соответствует экспериментальной. При недостатке экспериментальных данных отклонения от модели идеального материала естественно связать с наиболее чувствительным к изменениям его структуры параметром, т. е. с активационным объемом  $\alpha$ . Считая параметры  $A_2$  и  $M_2$  постоянными, проанализируем по временным шагам кривые ползучести, определяя на каждом временном шаге значения  $B_2$  (и, следовательно,  $\alpha_2$ ) при условии полного соответствия (в пределах погрешностей измерений) расчетных и экспериментальных значений деформаций. При этом для каждого режима нагружения выберем из найденных групп параметров такие единственные значения  $A_2$  и  $M_2$ , чтобы к моменту разгрузки произведение  $B_2 M_2$  соответствовало ранее найденному, а расчетная кривая возврата ползучести — экспериментальной.

На рис. 4 показаны вычисленные значения активационного объема  $\alpha_2$ . В начальный период течения наблюдается быстрый рост  $\alpha_2$  (кривые 3, 4) до практически постоянного значения. Измерения твердости материала выявляют аналогичную картину. Твердость образца, испытанного при 500 МПа, уменьшилась на 3 единицы (исходная твердость  $HRC_3 = 44$ ), а твердость образца, испытанного при 400 МПа, уменьшилась на 3,5 единицы



(исходная твердость  $HRC_3 = 42$ ), т. е. почти на ту же величину, хотя время испытаний было в несколько раз больше.

Разница в максимальных значениях параметра  $\alpha_2$  при обоих режимах испытаний находится в пределах обычных погрешностей его определения, связанных с различием в свойствах отдельных образцов [10]. Кроме того, здесь не учитывалось возможное изменение параметра  $A_2$ , который в подобных ситуациях тоже немного возрастает [12]. Об этом свидетельствует несколько большая величина остаточной деформации в шейке образцов после испытаний на разрыв при 643 К ( $\varepsilon_* = 0,75$ ) по сравнению с испытаниями при 293 К ( $\varepsilon_* = 0,46$ ). Для количественных оценок изменений остальных параметров нужны, разумеется, испытания и при другой температуре.

При одинаковом характере изменений  $\alpha_2$  процесс его нарастания идет быстрее при большем напряжении. Это объясняется более быстрым протеканием диффузионных процессов. Скорость структурных превращений, связанных с этими процессами, определяется выражением, подобным (4) [23, 24]. Изменение  $\alpha_2$  от начального значения  $\alpha_2^0$  до наибольшего удовлетворительно описывается уравнением Авраами с показателем степени  $n > 4$

$$\alpha_2 = \alpha_2^0 + \Delta\alpha_2[1 + \exp(-kt^n)],$$

используемым в формальной теории кинетики превращений [25]. Можно оценить и эффективное значение активационного объема  $\beta$  процесса, приводящего к изменению пластичности сплава. Если при  $\sigma_1$  рост  $\alpha_2$  до наибольшего значения происходит за время  $t_1$ , а при  $\sigma_2$  — за время  $t_2$ , то получим  $\beta = RT \ln(t_1/t_2)/(\sigma_2 - \sigma_1) = 0,038$  кДж/(моль · МПа). Сопоставим его со значением активационного объема  $\alpha_1$ , характеризующего постоянную составляющую скорости ползучести, аналогично тому, как это делалось при анализе превращений в дюралюминии [13]. Так как при обработке экспериментальных кривых ползучести уже получено два значения скорости, то по (5) или (6) вычислим параметры  $A_1$  и  $B_1$ , а затем и  $\alpha_1$ . Здесь наблюдается подобная картина:  $\beta < \alpha_1$  (0,042 кДж/(моль · МПа)), что объясняется более низким средним уровнем локальных напряжений в материале, определяющих скорость процесса объемной диффузии.

Можно сделать оценки начальных значений энергии активации деформационных процессов  $Q_0$  тел  $Km_1$  и  $Km_2$ , если положить в первом приближении предэкспоненциальный множитель в (4) равным  $10^{13} \text{ с}^{-1}$ . Получаемые оценки ( $257 \div 287$  кДж/моль) близки к энергии активации самодиффузии в  $\alpha$ -Fe [26, 27].

Из приведенных примеров видно, насколько информативным становится анализ реологических свойств материалов и сколько появляется возможностей в моделировании этих свойств, если наполнить механические модели физическим содержанием. Извлекается новая информация и находятся объяснения наблюдаемым закономерностям в поведении твердого тела. Переход от моделирования собственно макрохарактеристик деформируемого тела к моделированию стоящих за ними процессов не только расширяет область применимости моделей, но и придает обоснованность прогнозу там, где требуется экстраполяция полученных экспериментальных зависимостей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Илюшин А. А. Пластичность. Ч. I. Уругопластические деформации. М.: Гостехиздат, 1948.
2. Качанов Л. М. Механика пластических сред. М.; Л.: Гостехиздат, 1948.
3. Гохфельд Д. А., Садаков О. С. Пластичность и ползучесть элементов конструкций. М.: Машиностроение, 1984.
4. Eyring H. Viscosity, plasticity, and diffusion as examples of absolute reaction rates // J. Chem. Phys. 1936. V. 4, N 4. P. 283–291.

5. Глесстон С., Лейдлер К., Эйринг Г. Теория абсолютных скоростей реакций. М.: Изд-во иностр. лит., 1948.
6. Kauzmann W. Flow of solid metals from the standpoint of the chemical-rate theory // Trans. AIME. 1941. V. 143. P. 57–83.
7. Журков С. Н., Нарзуллаев Б. Н. Временная зависимость прочности твердых тел // ЖТФ. 1953. Т. 23, вып. 10. С. 1677–1689.
8. Бартенев Г. М. О временной и температурной зависимости прочности твердых тел // Изв. АН СССР. ОТН. 1955. № 9. С. 53–64.
9. Бартенев Г. М., Зуев Ю. С. Прочность и разрушение высокоэластичных материалов. М.; Л.: Химия, 1964.
10. Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974.
11. Степанов В. А., Песчанская Н. Н., Шпейзман В. В. Прочность и релаксационные явления в твердых телах. Л.: Наука, 1984.
12. Петров М. Г. Разработка физической модели материала для прогнозирования долговечности дисперсионно-твердеющих алюминиевых сплавов // Структура и конструктивная прочность стали. Новосибирск: НЭТИ, 1989. С. 80–86.
13. Петров М. Г. Прогнозирование долговечности элементов авиаконструкций из металлических сплавов при статическом, циклическом и термоциклическом нагружениях // Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1995.
14. Рейнер М. Реология. М.: Наука, 1965.
15. Krausz A. S., Eyring H. Deformation Kinetics. N. Y.: Wiley and Sons, 1975.
16. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976.
17. Кеннеди А. Д. Ползучесть и усталость в металлах. М.: Metallurgia, 1965.
18. Новик А., Берри Б. Релаксационные явления в кристаллах. М.: Атомиздат, 1975.
19. Термически активированные процессы в кристаллах / Под ред. А. Н. Орлова. М.: Мир, 1973.
20. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
21. Вишняков Н. А., Рудзей Г. Ф. Расчет кривых релаксации остаточных напряжений при нормальной и повышенной температурах // Пробл. прочности. 1982. № 5. С. 101–103.
22. Рахштадт А. Г. Пружинные стали и сплавы. М.: Metallurgia, 1982.
23. Бокштейн С. З., Гудкова Т. И., Жуховицкий А. А., Кишкин С. Т. Влияние напряжений и деформаций на процессы диффузии // Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 76–86.
24. Буйнов Н. Н., Захарова Р. Р. Распад металлических пересыщенных твердых растворов. М.: Metallurgia, 1964.
25. Кристиан Дж. Теория превращений в металлах и сплавах. Ч. I. Термодинамика и общая кинетическая теория. М.: Мир, 1978.
26. Ван Флек Л. Теоретическое и прикладное материаловедение. М.: Атомиздат, 1975.
27. Свойства элементов. Ч. 1. Физические свойства: Справочник / Под ред. Г. В. Самсонова. М.: Metallurgia, 1976.

*Поступила в редакцию 2/IV 1996 г.,  
в окончательном варианте — 31/V 1996 г.*