

## СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 519.876.5

### ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ГРУППОЙ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

© Я. А. Мостовой, В. А. Бердников

*Самарский национальный исследовательский университет им. академика С. П. Королёва,  
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34А  
E-mail: terida.x63@yandex.ru  
jakob.mostovoi@yandex.ru*

Рой подвижных объектов координирует положение отдельных своих объектов для того, чтобы решить одновременно распределённым образом заданную общую задачу. При планировании операций роя возникает задача учёта возможности его оперативной перегруппировки, так как точная цель операции роя или ещё не определена, или представляет секрет, или задаётся рядом случайных обстоятельств. При этом ресурсов роя недостаточно для одновременного заданного покрытия всех возможных целей в зоне обслуживания. Поэтому исполнение операции роя целесообразно проводить в две фазы и первую предварительную фазу начинать ещё до разрешения упомянутых неопределённостей путём создания базовой сети с относительно малой концентрацией объектов роя в ней. В этом случае можно существенно сократить время проведения операции. Во второй фазе операции путём локальной одновременной перегруппировки объектов роя, занимающей минимальное время, формируется программируемый перколяционный путь, обеспечивающий целевое покрытие зоны обслуживания. Решение этой задачи проводится методами теории программируемой перколяции. Численно с использованием результатов статистического моделирования двухфазных операций и аналитически получено значение концентрации объектов роя, обеспечивающее минимум суммарных затрат двухфазной операции. Рассмотрена синергетика информационного взаимодействия роя объектов при реализации программируемого перколяционного пути.

*Ключевые слова:* статистическое математическое моделирование, теория перколяции, программируемая перколяция, роевая робототехника, оптимальное планирование.

DOI: 10.15372/AUT20200106

**Введение.** Одним из самых быстро развивающихся направлений робототехники на сегодняшний день является групповая робототехника подвижных объектов (или робототехника роя) [1–7]. Рой роботов как система относительно простых взаимосвязанных объектов, выполняющих общую задачу, по сравнению с обычным одиночным роботом имеет ряд преимуществ, наиболее значимые из которых:

- 1) большие быстродействие и радиус действия подобной системы за счёт возможности распределения роя по всей территории зоны обслуживания;
- 2) распределённое решение поставленной задачи и большое количество объектов в рое приводит к плавному снижению эффективности роевой системы при отказах или потерях отдельных объектов в отличие от резкой, а иногда и полной потери эффективности централизованной системы, если выходит из строя её более сложная платформа;
- 3) высокая оперативность выполнения роем поставленного задания за счёт одновременной работы, возможности предварительной подготовки с последующей локальной одновременной перегруппировкой объектов роя и перераспределением целей;
- 4) простота решаемых каждым роботом задач, что тем не менее при взаимодействии со множеством таких же объектов роя позволяет выполнять достаточно сложные задачи.

Рой подвижных объектов должен координировать и адаптировать своё движение для того, чтобы сформировать единое целевое поведение. Рассматриваются операции роя, связанные с созданием в зоне обслуживания сквозной фронтальной полосы, состоящей из состыкованных зон работы целевой аппаратуры объектов роя (наблюдения, воздействия на объекты зоны обслуживания и т. п.). При планировании подобных операций возникает задача обеспечения возможности его оперативной перегруппировки, так как на момент планирования точная цель операции или ещё не определена, или представляет секрет, или определяется рядом случайных обстоятельств. При этом целесообразно начать исполнение операции ещё до разрешения этих неопределённостей. В этом случае можно существенно сократить время проведения операции и затраты за счёт её проведения в две фазы.

В ходе подготовительной фазы создаётся базовая распределённая случайным образом в зоне обслуживания сеть объектов роя. Редкое размещение объектов роя (малая их концентрация) в этом случае не позволяет провести заданную операцию ни на каком маршруте в зоне обслуживания. Некоторая локальная перегруппировка относительно небольшой части объектов роя, проводимая одновременно, во второй фазе операции даёт возможность быстро реализовать любое требуемое фронтальное распределение объектов роя в пределах зоны обслуживания для выполнения задачи.

Данная задача роевой робототехники хорошо ложится на задачи теории перколяции, родившейся первоначально как теория просачивания или проводимости через случайную среду в химических и физических задачах. Теория перколяции рассматривает модель случайной операционной среды в зависимости от решаемой задачи в виде плоских и пространственных решёток с треугольными, квадратными, гексагональными и другими ячейками.

Задача распределённого размещения объектов роя в зоне обслуживания сначала случайным образом, а затем в некоторой фронтальной непроницаемой структуре требует представления зоны обслуживания в виде квадратной матрицы со случайным заполнением квадратных ячеек. В этой квадратной матрице с числом строк  $L$  случайная «чёрная» часть ячеек содержит в себе объекты роя, а остальные «белые» ячейки не содержат объекты.

В рассматриваемой задаче чёрная ячейка может быть представлена как прямая геометрическая интерпретация зоны работы целевой аппаратуры робота и размер квадратной чёрной ячейки задаётся вписанной в неё окружностью с радиусом действия этой аппаратуры (наблюдения, пожаротушения и т. д.). В свою очередь, число ячеек матрицы как модели операционной среды зависит от размера зоны обслуживания роя объектов и размера ячейки матрицы.

При росте концентрации чёрных ячеек (вероятности появления объекта в ячейке) некоторые из них случайным образом начинают соприкасаться рёбрами, что можно интерпретировать как возникновение тесного взаимодействия. Соприкасающиеся рёбрами (не вершинами) чёрные ячейки образуют случайные кластеры, которые растут вместе с увеличением концентрации [8].

В классической теории перколяции [8–13] ищется концентрация чёрных ячеек  $p_{пр}$  — порог стохастической перколяции, при которой образуется сквозной случайный маршрут через соприкасающиеся рёбрами чёрные ячейки через всю матрицу — стохастический перколяционный кластер.

При этом концентрация порога стохастической перколяции  $p_{пр} = 0,59$ . Для матриц конечного размера стохастическая перколяция наступает в некоторой окрестности данного значения [14–19]. Стохастический перколяционный кластер имеет рыхлую структуру, множество «мёртвых ветвей» и явно избыточен с точки зрения решения рассматриваемых практических задач. Поэтому в [14–19] предложен и развит аппарат искусственной программируемой перколяции. При реализации программируемой перколяции строится сквозной перколяционный маршрут при значениях концентрации объектов гораздо ниже

порога стохастической перколяции за счёт целенаправленного внедрения (установки) дополнительных объектов в имеющиеся межкластерные интервалы.

Если чёрная ячейка может быть представлена как прямая геометрическая интерпретация зоны работы целевой аппаратуры робота или не менее чем половина зоны передачи сигналов взаимодействия объектов роя между собой, то программируемый перколяционный путь будет эффективным путём сквозного фронтального покрытия зоны обслуживания работой целевой аппаратуры или передачи сигнала от одного робота к другому при сетевом управлении роем через систему ретрансляторов сигналов управления — других членов роя.

Определение среднего количества объектов роя, необходимых для решения данной задачи, отсылает нас к задаче планирования двухфазных операций в теории программируемой перколяции.

В [14–16, 19, 20] рассмотрена большая сеть наноспутников, представляющих собой подвижные объекты, но центры их масс не могут управляться вследствие отсутствия двигательной установки и поэтому через некоторое время занимают случайное положение в заданной зоне пространства. В этом случае целевая задача решается за счёт избыточного количества наноспутников, но привлечение программируемой перколяции даёт возможность в разы снизить эту избыточность по сравнению с покрытием зоны обслуживания стохастическим перколяционным кластером наноспутников.

В [17, 18, 21] исследуется сеть неподвижных объектов, состояние которых может меняться от незащищённого (белая ячейка) к защищённому (чёрная ячейка). В этом случае применение двухфазных операций позволяло во второй фазе оперативно создавать сквозные программируемые перколяционные пути передачи защищённой информации при минимизации общих затрат. При этом ресурсов системы на создание всех возможных путей передачи информации в зоне обслуживания в защищённом варианте не хватает, а заполнение межкластерного интервала в планируемом защищённом перколяционном пути требует проведения работ по защите объекта, уже находящегося в межкластерной «дыре». В обоих случаях можно говорить о статической картине двухфазных операций, так как переходные состояния между первой и второй фазами никак не описываются.

**Постановка задачи и метод решения.** В данной работе по-новому решается вопрос, где взять дополнительные объекты для внедрения их в межкластерные интервалы планируемого перколяционного пути? Так как объекты роя подвижны и управляемы, то предлагается брать их из объектов стохастической основы в ближайшей окрестности планируемого перколяционного пути. При этом после снятия вопроса о неопределённости места и времени проведения операции выполнение второй фазы происходит одновременно по всем межкластерным интервалам планируемого пути программируемой перколяции и занимает поэтому минимальное время, которое можно оценить как  $T(p)/C$ , где  $T(p)$  — средний путь установки объекта роя в межкластерную «дыру», измеряемый числом ячеек матрицы и зависящий от концентрации объектов роя в первой фазе (для рабочих значений концентрации  $T(p) \leq 3$ ),  $C$  — скорость перемещения объекта роя.

Оценка переходных состояний между первой и второй фазами позволяет впервые говорить о динамике двухфазных операций. Однако построение управляемого перколяционного пути сразу без проведения первой фазы предварительной подготовки займёт гораздо больше времени, которое может быть оценено величиной  $L/C$ , где  $L$  — размер зоны обслуживания в числе ячеек матрицы.

За эту оперативность приходится платить избыточностью объектов роя относительно минимально необходимого их количества для перколяции зоны обслуживания, которая может быть оценена, как показывают результаты статистического моделирования, величиной  $0,2L$ . Надо отметить, что эта избыточность обеспечивает надёжность проводимой операции и возможность быстрой смены её целей.

При этом концентрация объектов роя в первой фазе должна быть выбрана таким образом, чтобы суммарные затраты (количество объектов роя) на подобную динамическую двухфазную операцию были минимальны. Поскольку в целях сохранения общности не рассматривается конкретная конструкция объектов роя, интерес представляет не абсолютное значение затрат на двухфазную операцию, а значение концентрации, при которой функция стоимости имеет минимум.

Статистическое моделирование на конечных квадратных матрицах — моделях зоны обслуживания при случайном заполнении матрицы объектами роя с различной концентрацией — является основным методом исследования теории перколяции. Это моделирование позволяет обнаружить и исследовать три статистически устойчивых характерных артефакта (статистических феномена) теории. Первый — наличие порога стохастической перколяции как «пробоя» матрицы при определенной концентрации проводящим перколяционным кластером — подробно описан в [7, 11].

Второй статистический феномен, рассмотренный в [13–18, 20], — наличие значения концентрации, при котором среднее число образовавшихся кластеров имеет максимум. Обнаруженная в результате численного статистического моделирования характерная зависимость среднего числа образующихся кластеров от концентрации с максимальным значением при концентрации в районе 0,26 физически объяснима: при дальнейшем росте концентрации кластеры растут и начинают активно объединяться, при этом их количество падает.

Полученные результаты статистического моделирования на квадратных матрицах разных размеров и различного случайного заполнения и метод их нормирования, приведшие к обнаружению второго статистического феномена, являются фундаментальными и требуют некоторого аналитического обоснования.

В ходе численного статистического и аналитического моделирования в [13–18, 20] были установлены: зависимость от концентрации объектов средней длины пути (извилистости пути) программируемого перколяционного пробоя с максимумом в районе  $p_{\text{пр}} = 0,59$  и зависимость от концентрации среднего числа добавленных в межкластерные интервалы объектов. Последнее можно считать третьим статистическим феноменом, хотя он и проявляется при концентрации  $p_{\text{пр}}$ . Проведённые исследования дали возможность оптимизировать двухфазные операции с точки зрения минимума общих затрат.

**Статистическое и аналитическое моделирование двухфазных операций на матрицах со случайным заполнением и его результаты.** В результате использования второго статистического феномена при планировании операций роя в условиях неопределённости суммарное потребное количество объектов роя становится более чем в 2 раза меньше, чем для концентрации порога стохастической перколяции.

Для исследования второго статистического феномена и в конечном итоге двухфазных операций проведено обширное статистическое моделирование на нескольких тысячах матриц различного размера со случайным заполнением при варьировании концентрации чёрных ячеек. При этом образующиеся кластеры распознавались алгоритмом Хошена — Копельмана и подсчитывалось среднее количество образовавшихся кластеров для каждой концентрации на матрицах фиксированного размера со случайным заполнением. Результаты приведены на рис. 1, *b*. Если их нормировать по площади матрицы (количеству ячеек в ней), то среднее нормированное количество кластеров не зависит от размеров матрицы, что также отмечено на рис. 1, *b*.

Аналитически была получена основанная на подсчёте образующихся случайным образом фигур кластеров («зверей» [11]) зависимость среднего количества кластеров объектов

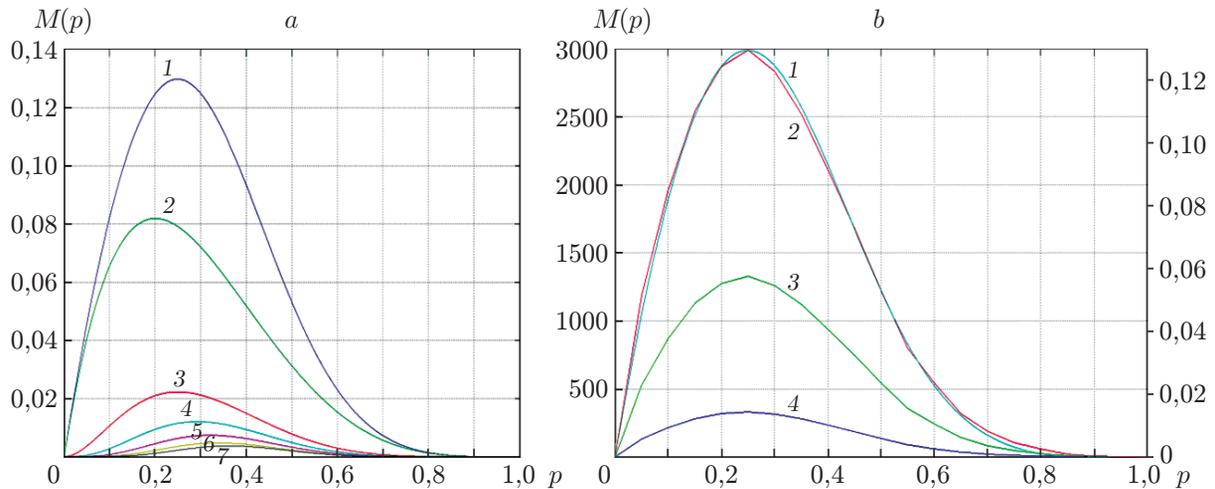


Рис. 1. Зависимости среднего числа образовавшихся кластеров от концентрации  $p$  объектов роя:  $a$  — функция суммы членов ряда (1)  $M(p)$  — кривая 1 и функции  $M_s(p)$  членов ряда (1) — кривые 2–7, где  $s = 1–6$ ;  $b$  — среднее количество кластеров, полученное в результате статистического моделирования на матрицах различного размера (кривая 1 — нормированная по  $L^2$  функция среднего количества кластеров, 2 — функция среднего количества кластеров для матриц размера  $150 \times 150$  ячеек, 3 — для матриц размера  $100 \times 100$  ячеек, 4 — для матриц размера  $50 \times 50$  ячеек)

от концентрации (для  $N \rightarrow \infty$ ), нормированная по числу ячеек в матрице:

$$M(p) = \sum_{s=1}^N \sum_{t=t_{\min_s}}^{t_{\max_t}} g_{stN} p^s (1-p)^t, \quad (1)$$

где  $N$  — количество ячеек в перколяционной матрице;  $p$  — концентрация объектов на матрице;  $s$  — количество ячеек, из которых состоит кластер;  $t$  — необходимое количество пустых (белых) ячеек вокруг кластера;  $g_{stN}$  — количество различных фигур кластеров, которые можно получить из  $s$  ячеек, окружённых  $t$  пустыми ячейками.

На рис. 1,  $a$  видно, что значения  $M_s(p)$  с ростом  $s$  убывают для каждого из значений  $p$ , что делает ряд сходящимся. Это убывание членов ряда по  $s$  для каждого значения  $p$  примерно соответствует закону степенной регрессии, что позволяет оценить сумму всех членов данного сходящегося ряда. На рисунке приведён график изменения по концентрации  $p$  среднего количества кластеров, построенный по выражению (1). Он практически совпадает во всех точках с аналогичным графиком на рис. 1,  $b$ , построенным на базе статистических исследований по матрице со случайным заполнением.

На рис. 2 показаны примеры матриц с проведёнными через попутные кластеры оптимальными (наикратчайшими) программируемыми перколяционными путями, полученными добавлением в межкластерные интервалы выбранного направления дополнительных объектов роя — красных ячеек. Пути программируемой перколяции строились с помощью алгоритма «молния Дейкстры», который, будучи «выпущенным» из каждой ячейки первой строки матрицы, прокладывает кратчайший путь в вертикальном направлении через попутные кластеры с минимальным возможным количеством добавленных в межкластерные интервалы ячеек (красных ячеек). Таким образом, для каждой матрицы получается  $L$  запрограммированных перколяционных путей.

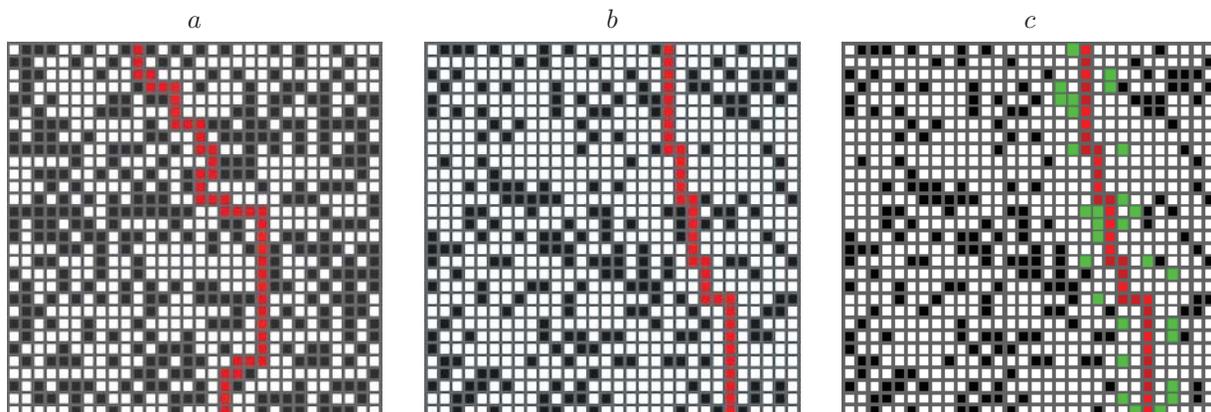


Рис. 2. Примеры матриц с различной концентрацией объектов роя и с построенными путями программируемой перколяции. Заметно увеличение извилистости (длины) пути с ростом концентрации  $p$ :  $a$  — концентрация  $p = 0,4$ ;  $b, c$  — концентрация  $p = 0,25$ ; зелёным отмечены объекты роя (ячейки), которые могут переместиться в межкластерный интервал и стать красными

На полученных программируемых перколяционных путях на рис. 2, кроме чёрных и белых ячеек, отмечены ещё три типа: тёмно-красные — это попутные чёрные ячейки, которые участвуют в образовании программируемого перколяционного пути, красные — исходные белые ячейки межкластерных интервалов, куда добавляются некоторые ближайшие объекты роя из окрестностей планируемого перколяционного пути для реализации непрерывного сквозного кратчайшего пути (см. рис. 2,  $c$ ), и зелёные — исходно-чёрные ячейки, которые могут быть использованы для добавления в программируемый перколяционный путь.

Повторяя этот математический эксперимент для большого количества различных матриц со случайным заполнением, можно определить среднее количество добавляемых в перколяционный путь красных ячеек, заполняющих межкластерные интервалы, среднюю длину измеряемого числом ячеек извилистого перколяционного пути, среднее количество интервалов между попутными кластерами и т. д. как функции концентрации  $p$ . Полученные и нормированные по размеру матрицы результаты представлены на рис. 3—5.

В [18] рассмотрен также вариант работы алгоритма «молния Дейкстра» для прокладки кратчайшего пути через матрицу с произвольных и заданных начальной и конечной точек матрицы и показано, что и в этом случае сохраняются справедливыми все статистические характеристики программируемой перколяции. При этом разнормировка данных зависимостей для такого перколяционного пути с поворотом должна проводиться не по размеру матрицы, а по числу ячеек вдоль геометрической оси между начальной и конечной точками планируемого перколяционного пути.

Было проведено массовое статистическое моделирование для поиска длины «пути установки»  $T(p)$  (рис. 5,  $a$ ) в зависимости от концентрации — это минимальное в среднем расстояние, на которое надо переместить нужный для установки на планируемый перколяционный путь ближайший внешний по отношению к нему объект роя.

Обозначим  $L(p)$  зависимость средней длины пути искусственного программируемого перколяционного пробоя, измеренной в количестве ячеек, от концентрации объектов роя  $p$  (вероятности наличия объекта роя в ячейке). Очевидно, что данная средняя длина является суммой двух функций, также зависящих от концентрации,  $N(p)$  и  $R(p)$ : среднего количества чёрных ячеек в попутных кластерах и добавленных ячеек (красных) соответственно:

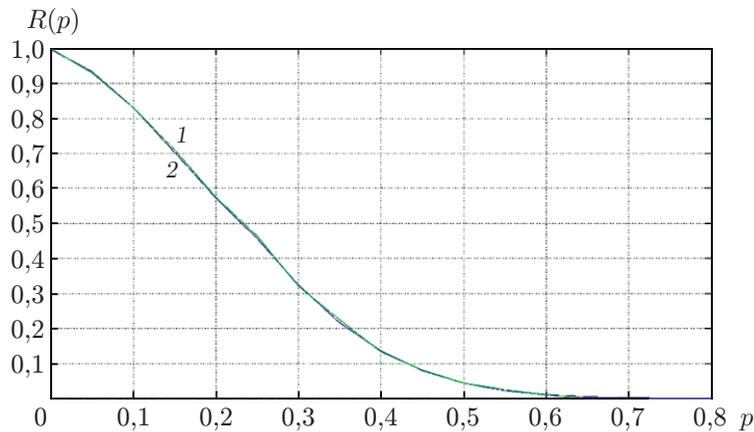


Рис. 3. Зависимости среднего количества объектов, добавленных в межкластерные интервалы на планируемом пути программируемой перколяции (красных ячеек), от концентрации объектов в матрице (кривая 1 — статистическое среднее количество добавленных ячеек для заполнения межкластерных интервалов в перколяционном пути, полученное по результатам статистического моделирования; кривая 2 — аналитическое среднее количество добавленных ячеек, полученное по выражениям (4), (5))

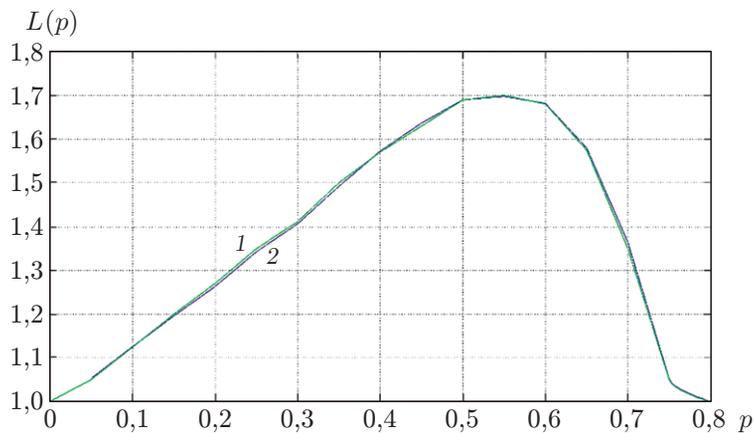


Рис. 4. Зависимости средней длины пути управляемой перколяции от концентрации (кривая 1 — средняя длина пути программируемой перколяции, полученная в результате статистического моделирования; кривая 2 — аналитическая средняя длина пути программируемой перколяции, полученная по выражениям (2)—(4))

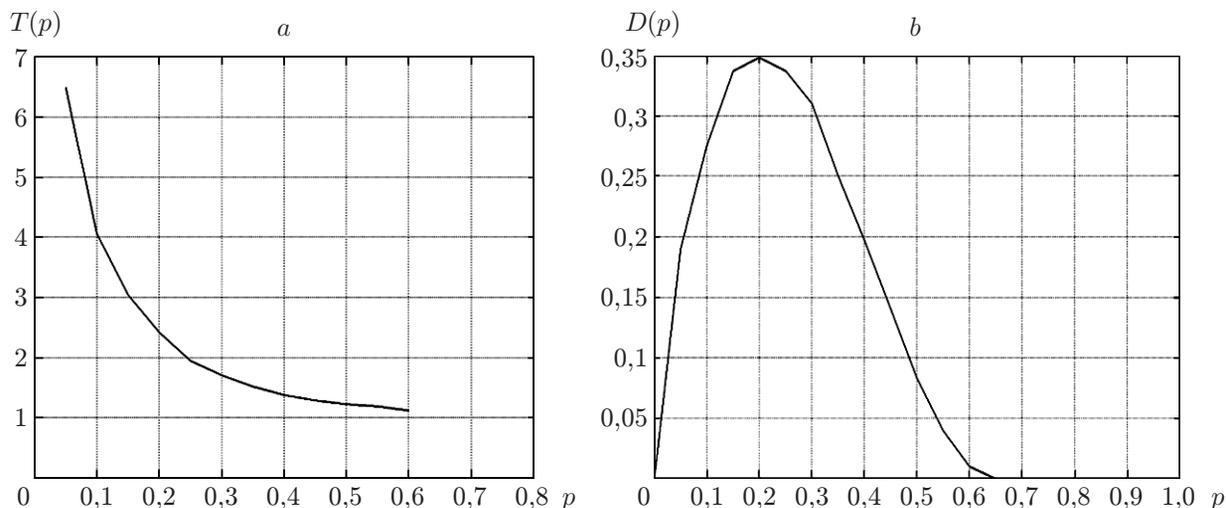


Рис. 5. Средние длина пути установки ближайших к планируемому перколяционному маршруту объектов в межкластерные интервалы и количество межкластерных интервалов в зависимости от концентрации: *a* — средняя длина пути установки  $T(p)$ ; *b* — среднее количество интервалов между попутными кластерами  $D(p)$  на пути программируемой перколяции, нормированное по размеру матрицы

$$L(p) = N(p) + R(p). \tag{2}$$

Здесь

$$N(p) = \begin{cases} \frac{p^2 Q(p) I_0(0) L}{(Q(p)/(3C_1))^2} e^{-p^2/(Q(p)/(3C_1))^2}, & p \leq \pi/4, \\ L, & p > \pi/4, \end{cases} \tag{3}$$

где  $Q(p) = \sqrt{p\pi/M(p)}$ ;  $I_0(0)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка [21];  $C_1$  — согласующий коэффициент, равный 0,973 для  $p \leq 0,25$ , 1,093 для  $0,25 < p \leq 0,4$ , 0,85 для  $0,4 < p \leq 0,59$  и 0,748 для  $0,59 < p \leq \pi/4$ .

Среднее количество добавляемых в межкластерные интервалы красных объектов

$$R(p) = \frac{p S_{pol}(p) (1-p) I_0(0) L}{(\sigma_{pol}(p))^2} e^{-p^2/(2(\sigma_{pol}(p))^2)}, \tag{4}$$

где

$$S_{pol}(p) = \frac{2,6283(1-p)}{M(p)(r_{\max}(p) - r_{\min}(p))\sqrt{\pi}}, \quad r_{\min}(p) = \frac{1}{\sqrt{M(p)\pi}}, \quad r_{\max}(p) = \frac{1}{2M(p)},$$

$\sigma_{pol}(p)$  — параметр масштаба распределения Рэлея — Райса, равный

$$\sigma_{pol}(p) = \frac{p}{M(p)h(p)6C_2}, \quad 0 < p \leq 1. \tag{5}$$

Здесь  $p/M(p)$  — среднее число чёрных ячеек в кластере,  $h(p) = 2/\sqrt{M(p)\pi}$ ,  $C_2$  — коэффициент, принимающий значения 0,787 для  $p \leq 0,2$ , 0,847 для  $p > 0,2$ . При  $p \rightarrow 0$   $R(p) = 1$  для нормированной по  $L$  матрице.

Результаты расчётов, проведённых по выражениям (3) и (4), показаны на рис. 4 и 5 для сравнения с аналогичными результатами упомянутого статистического моделирования. Они практически полностью совпадают.

**Синергетика информационного взаимодействия роя объектов при реализации программируемого перколяционного пути.** При рассмотрении большой сети взаимосвязанных роботов, названной роем роботов, термин синергетика подчёркивает согласованность функционирования частей системы объектов, отражающуюся в поведении системы объектов как целого [22]. Процессы функционирования и образующиеся при этом структуры роя видятся возникающими сами собой вследствие самоорганизации роя без «управляющей руки», действующей на каждый объект роя извне. Внешнее воздействие на самом деле имеется и связано только с общим целеуказанием, доводимым до каждого члена роя.

Все объекты роя должны иметь систему управления, позволяющую занимать в зоне обслуживания не только заданное угловое положение, но и заданное целевое положение центра масс [9], определяемое в том числе и по рассмотренному далее алгоритму. Каждый член роя также должен знать своё собственное местоположение, имея для этого в составе системы управления подсистему автономной навигации. Это местоположение должно передаваться другим объектам роя по подсистеме связи. Таким образом, у каждого члена роя может быть сформирована бинарная матрица, как модель зоны обслуживания, где значение 1 означает, что в данной точке зоны обслуживания (ячейке матрицы) установлен объект роя, а значение 0 — объект отсутствует.

Такую матрицу можно рассматривать как перколяционную и, следовательно, использовать методы программируемой перколяции для решения задачи формирования перколяционного пути между членами роя для реализации конкретной целевой либо связной задачи. Управляющая система более высокого уровня иерархии (ею может быть как специально назначенный член роя, так и внешний объект) не управляет перемещением объектов роя, а лишь передаёт рою целеуказание в достаточно общем виде, т. е. координаты начального и конечного членов роя (А и В соответственно), между которыми необходимо проложить сквозной перколяционный путь для решения целевой задачи. Тогда каждый объект роя видит планируемый перколяционный путь и межкластерные дыры, которые необходимо заполнить.

Каждый член роя строит в памяти своей бортовой ЦВМ планируемый перколяционный путь, используя упомянутые алгоритмы, и оценивает своё положение относительно этого пути. Ближайшие к межкластерным интервалам запланированного перколяционного пути объекты роя автономно перемещаются в эти интервалы.

Рассмотренные в данной работе результаты статистического моделирования позволяют оптимальным образом планировать двухфазные операции в больших сетях подвижных объектов в условиях неопределённости, перегруппировывать с относительно минимальными затратами объекты роя при наступлении определённости во времени и месте планируемой операции.

После выбора оптимальной концентрации объектов роя, исходя из покрытия зоны обслуживания и выполнения первой фазы операции при появлении определённости места проведения второй её фазы, для конкретной реализации второй фазы могут быть использованы те же самые алгоритмы (молния Дейкстра, Хошена — Копельмана и т. п.), что и при статистическом моделировании. Рассмотренная синергетика информационного взаимодействия роя объектов при использовании программируемого перколяционного пути позволяет успешно реализовать вторую фазу решения роем целевой и связной задачи.

**Выбор концентрации объектов в рое для оптимизации затрат двухфазной операции.** Обозначим стоимость каждого из распределённых случайным образом объек-

тов  $\alpha$ , а стоимость одного объекта, устанавливаемого в определённое место большой сети, составляет  $ZR(p)$ . Тогда суммарная стоимость двухфазной операции

$$P = \alpha pL^2 + ZR(p)R(p)L. \quad (6)$$

Здесь первое слагаемое — стоимость стохастической основы большой сети, а  $pL^2$  — среднее количество членов роя в стохастической основе.

Второе слагаемое — стоимость добавленных объектов для формирования кратчайшего искусственного перколяционного пути через стохастически образованные кластеры объектов,  $R(p)L$  — среднее количество этих добавленных объектов, определённых по результатам статистического моделирования.

Значения  $\alpha$  и  $ZR(p)$  зависят от множества факторов, характерных для конкретной конструкции объекта роя, поэтому целесообразно затраты на проведение двухфазной операции оценивать как функцию отношения стоимости одного из дополняющих объектов с учётом его установки к стоимости одного объекта стохастической основы.

Затраты на установку (перемещение) одного дополняющего перколяционный путь красного объекта в межкластерный интервал планируемого программируемого перколяционного пути  $ZR(p)$  будем определять как стоимость одного объекта, увеличенную пропорционально длине среднего пути установки  $T(p)$  от места первоначального расположения до места в планируемом пути программируемой перколяции.

Эти затраты тем больше, чем больше количество межкластерных дыр  $D(p)$ , в которые надо установить дополняющий объект, и тем меньше, чем больше в ближайшей окрестности планируемого перколяционного пути объектов роя, готовых заполнить межкластерные интервалы. Иными словами, эти затраты прямо пропорциональны  $D(p)L$  и обратно пропорциональны отношению готовых для установки объектов  $G(p)L$  в окрестности планируемого перколяционного пути к потребному количеству добавляемых красных объектов  $R(p)L$ . Нормированные по  $L$  значения  $R(p)$  и  $D(p)$  приведены на рис. 3 и 5,  $b$  соответственно.

Тогда затраты на установку (перемещение) одного дополняющего перколяционный путь красного объекта в межкластерный интервал планируемого программируемого перколяционного пути  $ZR(p)$  будут определяться выражением

$$ZR(p) = \frac{\alpha FT(p)D(p)LR(p)L}{G(p)L}, \quad (7)$$

где  $F$  — некоторый коэффициент пропорциональности, зависящий от конструкции объектов роя.

Значение  $T(p)$  не зависит от размера матрицы и не нормируется по нему. Значения остальных входящих в формулу величин нормированы по размеру матрицы. На рис. 5,  $a$  приведена средняя длина пути установки при различных концентрациях объектов роя. В свою очередь, количество располагаемых для перемещения объектов  $G(p)$  определяется длиной пути управляемой перколяции  $L(p)$ , вдоль которого они размещены, умноженного на погонную толщину слоя ближайших к планируемому перколяционному пути объектов и на концентрацию  $p$  объектов роя.

В качестве толщины слоя рассмотрим тот же определённый статистическим моделированием средний путь установки  $T(p)$ , зависящий от концентрации  $p$ . При этом, умножая площадь зоны вокруг пути перколяции на значение концентрации  $p$ , получим количество объектов роя, расположенных в таком слое вокруг перколяционного пути  $G(p) = L(p)LT(p)p$ .

Тогда окончательно затраты на одну красную ячейку вычислим как

$$ZR(p) = \frac{\alpha F D(p) R(p) L}{pL(p)}. \quad (8)$$

С учётом этого уравнение суммарных затрат (6) примет вид

$$P = \alpha pL^2 + \frac{\alpha L^2 F D(p) R^2(p)}{pL(p)}. \quad (9)$$

Рассмотрим относительную стоимость двухфазной операции, приведённой к стоимости однофазной операции с чисто стохастической перколяцией объектов роя, для чего разделим левую и правую части полученного уравнения (9) на  $P_{\Pi} = \alpha p_{\Pi} L^2$  с учётом того, что для концентрации порога перколяции  $p_{\Pi} > 0,59$  значение  $R(p_{\Pi}) \rightarrow 0$ .

Тогда

$$P_{\text{отн}} = \frac{P}{P_{\Pi}} = 1,7 \left( p + F \frac{D(p)}{pL(p)} R^2(p) \right), \quad (10)$$

где  $L(p)$  — нормированная зависимость длины среднего пути управляемой перколяции от концентрации (см. рис. 4);  $D(p)$  — нормированное среднее количество межкластерных интервалов (см. рис. 5, а);  $R(p)$  — среднее нормированное количество красных ячеек (см. рис. 3).

Зависимость относительной стоимости двухфазной операции от концентрации объектов роя в зоне обслуживания приведена на рис. 6 для различных значений коэффициента  $F$ , поскольку для сохранения общности не рассматривается связь с определённой конструкцией объектов роя и в этих условиях достаточно определить не абсолютное значение стоимости двухфазной операции, а значение концентрации, при которой функция стоимости имеет минимум.

Анализ полученных зависимостей позволяет сделать вывод относительно оптимального значения концентрации объектов роя в двухфазной операции: при значении коэффициента пропорциональности  $F = 0,1-0,3$  оптимальное значение концентрации — вероятности наличия объекта в ячейке стохастической основы — составляет  $0,2-0,25$ . Это значение концентрации почти в 3 раза меньше порога стохастической перколяции.

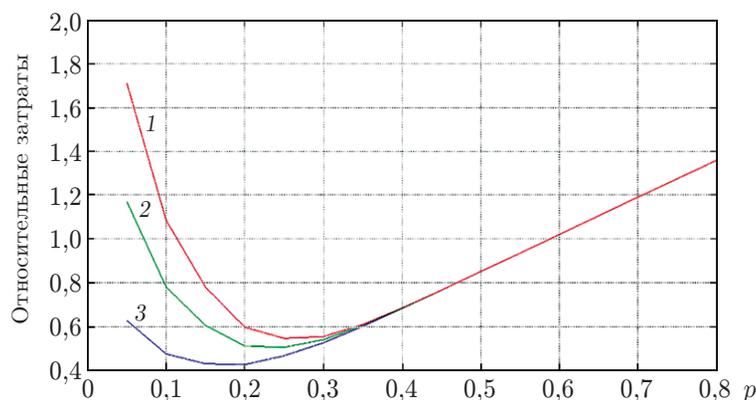


Рис. 6. Зависимость относительных затрат на проведение двухфазной операции от концентрации для коэффициентов пропорциональности  $F = 0,1$  (кривая 3),  $0,2$  (кривая 2) и  $0,3$  (кривая 1)

Также отметим, что рассматривать концентрацию роя роботов ниже 0,05 нецелесообразно. В таком рое будет не более чем  $0,05L^2$  объектов, но количество добавленных красных ячеек для организации программируемого перколяционного пути в случае малых концентраций будет стремиться к  $L$ , и расстояние средней длины пути установки будет очень велико, что приведёт к большим затратам на проведение двухфазной операции.

**Заключение.** Двухфазные операции управления роем подвижных объектов обеспечивают минимизацию времени реализации программируемой перколяции зоны обслуживания во второй фазе за счёт подготовки этого процесса в первой фазе операции, а также оптимизацию общей стоимости операции за счёт выбора концентрации объектов роя (количества объектов в рое).

Получены оптимальные значения концентрации объектов роя для реализации программируемого перколяционного пути через зону обслуживания, обеспечивающие минимум суммарных затрат, которые до 2,5 раз снижают требуемое количество объектов в рое по сравнению со случаем стохастической перколяции зоны обслуживания.

Предложено объекты роя, закрывающие межкластерные интервалы планируемого программируемого перколяционного пути через зону обслуживания, брать из объектов стохастической основы в ближайшей окрестности планируемого маршрута. При этом после снятия неопределённости места и времени проведения операции выполнение второй фазы происходит одновременно по всем межкластерным интервалам планируемого пути программируемой перколяции и поэтому занимает минимальное время.

Аналитически исследован второй статистический феномен теории программируемой перколяции — устойчивость значения концентрации для максимума среднего количества кластеров. Проведено обширное статистическое моделирование на нескольких тысячах матриц различного размера со случайным заполнением при различных концентрациях объектов роя, результаты которого совпали с результатами аналитического моделирования.

Рассмотрен алгоритм синергетики информационного взаимодействия роя объектов при реализации программируемого перколяционного пути. При этом ближайшие к межкластерным интервалам запланированного перколяционного пути объекты роя самостоятельно и автономно перемещаются в эти межкластерные интервалы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г.** Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 280 с.
2. **Каляев И. А., Гайдук А. Р.** Стайные принципы управления в группе объектов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 12. С. 27–38.
3. **Swarm Intelligence in Data Mining (Studies in Computational Intelligence)** /Eds. A. Abraham, C. Grosan, V. Ramos. Berlin – Heidelberg: Springer, 2006. 268 p.
4. **Swarm Robotics** /Eds. E. Sahin, W. M. Spears. Lecture Notes in Computer Science. Vol. 3342. Berlin – Heidelberg: Springer, 2005. From swarm intelligence to swarm robotics /G. Beni. P. 1–9.
5. **Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С.** Робастное управление подвижными объектами в группе лидер — ведомые с использованием метода структурного синтеза // Автометрия. 2015. 51, № 5. С. 82–91.
6. **Золотухин Ю. Н., Мальцев А. С., Филиппов М. Н. и др.** Адаптивное управление движением группы роботов по заданной траектории // Автометрия. 2019. 55, № 6. С. 3–10.
7. **Swarm Robotics** /Eds. E. Sahin, W. M. Spears. Lecture Notes in Computer Science. Vol. 3342. Berlin – Heidelberg: Springer, 2005. Swarm robotics: From sources of inspiration to domains of application /E. Sahin. P. 10–20.

8. **Москалев П. В., Шитов В. В.** Математическое моделирование пористых структур. М.: Физматлит, 2007. 120 с.
9. **Alexandrowicz Z.** Critically branched chains and percolation clusters // Phys. Lett. A. 1980. **80**, Iss. 4. P. 284–286.
10. **Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А.** Планирование маршрутов движения летательных аппаратов с использованием гладких траекторий // Автометрия. 2017. **53**, № 1. С. 3–11.
11. **Stauffer D., Aharony A.** Introduction to Percolation Theory. London: Taylor & Francis, 1992. 192 p.
12. **Тарасевич Ю. Ю.** Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. М.: Едиториал УРСС, 2002. 112 с.
13. **Galam S., Mauger A.** Universal formulas for percolation thresholds // Phys. Rev. E. 1996. **53**, Iss. 3. P. 2177–2181.
14. **Мостовой Я. А.** Статистические феномены больших распределённых кластеров наноспутников // Вестн. Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королёва. 2011. **26**, № 2. С. 80–89.
15. **Мостовой Я. А.** Двухфазные операции в больших сетях наноспутников // Компьютерная оптика. 2013. **37**, № 1. С. 120–130.
16. **Мостовой Я. А.** Управляемая перколяция и оптимальные двухфазовые операции в больших сетях наноспутников // Инфокоммуникационные технологии. 2013. **11**, № 1. С. 53–62.
17. **Мостовой Я. А.** Моделирование оптимальных двухфазных операций в случайных операционных средах // Автометрия. 2015. **51**, № 3. С. 35–41.
18. **Mostovoy Y. A., Berdnikov V. A.** Large scale networks security strategy // Proc. CEUR Workshop. 2017. **1901**. P. 187–193.
19. **Mostovoy Y. A., Berdnikov V. A.** Statistical modeling of a scale network of nanosatellites // Journ. Phys.: Conf. Ser. 2018. **1096**, Iss. 1. 012184.
20. **Мостовой Я. А.** Планирование большой сети наноспутников с покрытием межвиткового интервала трассы орбиты // Сб. матер. VI Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (VI Козловские чтения). Самара, Россия, 30 сент. – 03 окт., 2019. Т. 2. С. 157–169.
21. **Mostovoy Y. A., Berdnikov V. A.** Analytical and numerical modeling of the process for cluster emergence of objects in a random environment // Journ. Phys.: Conf. Ser. 2018. **1096**, Iss. 1. 012185.
22. **Безручко Б. П., Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е.** Путь в синергетику. Экскурс в десяти лекциях. М.: КомКнига, 2005. 304 с.

*Поступила в редакцию 01.08.2019*

*После доработки 17.10.2019*

*Принята к публикации 20.10.2019*

---