

УДК 539.3

ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ ТОЛСТОСТЕННОЙ ТРУБЫ, ЗАПОЛНЕННОЙ АГРЕССИВНОЙ СРЕДОЙ, С УЧЕТОМ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МАТЕРИАЛА ТРУБЫ И ОСТАТОЧНОЙ ПРОЧНОСТИ

С. А. Пириев

Бакинский государственный университет, AZ-1148 Баку, Азербайджан
E-mail: piriye@bsu.edu.az

Исследован процесс рассеянного разрушения толстостенной трубы, заполненной агрессивной средой, создающей равномерное давление на внутренней поверхности трубы. Предполагается, что агрессивная среда оказывает влияние только на величину мгновенной прочности. Процесс повреждаемости описывается интегральным оператором наследственного типа. Задача решена с учетом остаточной прочности материала трубы за фронтом разрушения. Проведен численный расчет и построены зависимости координаты фронта разрушения от времени при различных значениях концентрации агрессивной среды и остаточной прочности за фронтом разрушения.

Ключевые слова: агрессивная среда, концентрация агрессивной среды, интенсивность напряжений, повреждаемость, разрушение.

DOI: 10.15372/PMTF20180120

При определении длительной прочности толстостенных труб с наполнителем его химическая активность, как правило, не учитывается. Влияние агрессивной среды на ползучесть материала трубы изучалось в работах [1–3]. В [4] при исследовании задачи о разрушении материала трубы использовалась модель Суворовой — Ахундова наследственно повреждающегося твердого тела. Также в работе [4] изучено влияние степени агрессивности наполнителя на процесс зарождения и развития фронта разрушения в предположении полной потери несущей способности материала трубы за этим фронтом. В данной работе эта задача решается при условии наличия остаточной прочности за фронтом разрушения. Как и в работе [4], будем полагать, что агрессивность наполнителя приводит к уменьшению предела кратковременной прочности $\sigma_{п}$, зависимость которого от концентрации C агрессивной среды определяется формулой

$$\sigma_{п} = \sigma_{п0}(1 - \gamma C),$$

где γ — эмпирическая постоянная.

Также предполагается, что концентрация агрессивной среды распределена по толщине трубы по линейному закону

$$C = \frac{b - r}{b - a}.$$

Здесь a, b — внутренний и внешний радиусы трубы соответственно; r — текущий радиус трубы; C — концентрация агрессивной среды, отнесенная к значению концентрации на внутренней поверхности ($C(a) = 1, C(b) = 0$).

Состояние материала трубы описывается следующими физическими соотношениями [5, 6]:

$$e_{ij} = \frac{1}{2\mu_0} (1 + M^*)s_{ij}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{3K_0}.$$

Здесь e_{ij}, s_{ij} и ε, σ — девиаторы и шаровые части тензоров деформаций и напряжений соответственно; M^* — интегральный оператор повреждаемости наследственного типа. При монотонном нагружении этот оператор представляет собой оператор непрерывного действия [5]. В этом случае для определения напряжений может быть применен принцип соответствия Вольтерры — Работнова.

Следуя работе [7], критерий разрушения примем в виде

$$(1 + M^*)\sigma_i = \sigma_{п}, \quad (1)$$

где σ_i — интенсивность напряжений, которая для толстостенной трубы, находящейся в условиях плоской деформации, определяется по формуле

$$\sigma_i = \sqrt{2}p \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \frac{1}{r^2}$$

(p — давление на внутренней поверхности трубы, создаваемое заполнителем).

В начальном состоянии материал трубы является неповрежденным. Максимальное значение интенсивности напряжений достигается на внутренней поверхности трубы, на которой начинается процесс накопления повреждений и возникают зоны разрушения в момент времени t_0 , определяемый на основе критерия разрушения (1):

$$(1 + M^*)\sigma_{i \max} = \sigma_{п0}(1 - \gamma C). \quad (2)$$

Поскольку $C(a) = 1$ и

$$\sigma_{i \max} = \sigma_i|_{r=a} = \sqrt{2}p \frac{b^2}{b^2 - a^2}, \quad (3)$$

из (2) получаем

$$\int_0^{t_0} M(\tau) d\tau = g(1 - \beta_0^2)(1 - \gamma) - 1, \quad (4)$$

где $\beta_0 = a/b$; $g = \sigma_{п0}/(\sqrt{2}p)$. Из (4) для слабосингулярного ядра Абеля $M(t) = \lambda t^{-\alpha}$ ($0 < \alpha < 1$) следует

$$t_0 = \left(\frac{1 - \alpha}{m} [g(1 - \beta_0^2)(1 - \gamma) - 1] \right)^{1/(1-\alpha)},$$

для постоянного ядра повреждаемости $M(t) = m = \text{const}$ —

$$mt_0 = g(1 - \beta_0^2)(1 - \gamma) - 1. \quad (5)$$

Затем фронт разрушения движется по направлению к внешней поверхности трубы. Сама зона разрушения является кольцевой. В этой зоне материал сохраняет несущую способность, но она значительно меньше первоначальной несущей способности материала.

Пусть μ_1 — модуль сдвига материала трубы перед фронтом разрушения, а μ_0 — за фронтом разрушения. Введем обозначение $\chi = \mu_0/\mu_1$. Очевидно, что $\chi < 1$.

Напряженное состояние в произвольный момент времени определяется так же, как и для двухслойной трубы, слои которой имеют различные характеристики упругости.

В предположении несжимаемости материала интенсивность напряжений в области трубы перед фронтом разрушения, которой соответствует индекс 1, согласно [8] определяется по формуле

$$\sigma_i^{(1)} = \sqrt{2} q \frac{k^2 b^2}{b^2 - k^2} \frac{1}{r^2},$$

где q — давление на фронте разрушения; k — радиальная координата разрушения. Подставляя это выражение для интенсивности напряжений во внешней кольцевой зоне перед фронтом разрушения в критерий прочности (1), получаем уравнение

$$\frac{q(t)}{b^2 - k^2(t)} + \frac{1}{k^2(t)} \int_0^t M(t - \tau) \frac{k^2(\tau)q(\tau)}{b^2 - k^2(\tau)} d\tau = \frac{\sigma_{п0}}{\sqrt{2} b^2} \left(1 - \gamma \frac{b - k(t)}{b - a}\right). \quad (6)$$

Для радиальных перемещений точек области за фронтом разрушения и перед ним при условии несжимаемости материала согласно [5] имеем

$$W^{(1)} = \frac{1}{2\mu_1} (1 + M^*) \frac{k^2 b^2 q}{b^2 - k^2} \frac{1}{r^2}, \quad W^{(0)} = \frac{a^2 k^2 (p - q)}{2\mu_0 (k^2 - a^2)} \frac{1}{r}.$$

Из условия непрерывности смещений на фронте разрушения

$$W^{(1)}|_{r=k} = W^{(0)}|_{r=k}$$

получаем

$$\frac{b^2 k(t) q(t)}{b^2 - k^2(t)} + \int_0^t M(t - \tau) \frac{b^2 k^2(\tau) q(\tau)}{b^2 - k^2(\tau)} \frac{1}{k(t)} d\tau = \frac{1}{\chi} \frac{a^2 k(t)}{k^2(t) - a^2} (p - q(t)). \quad (7)$$

Таким образом, имеем систему двух нелинейных интегральных уравнений (6), (7) относительно радиальной координаты $k(t)$ фронта разрушения и давления $q(t)$ на нем. Заметим, что если t_0 — время начального разрушения (разрушения внутренней поверхности трубы) при $r = a$, определяемое согласно формуле (4), то в системе (6), (7) при $\tau \leq t_0$ следует положить $k(\tau) = a$, $q(\tau) = p$. Интегральное уравнение (7) имеет смысл лишь при $t > t_0$.

Решение уравнений (6), (7) можно свести к решению одного нелинейного интегрального уравнения. Сопоставляя уравнения (6) и (7), получаем зависимость давления на фронте разрушения от радиальной координаты

$$q(t) = p - \frac{\sigma_{п0} \chi}{\sqrt{2}} \left(\frac{k^2(t)}{a^2} - 1 \right) \left(1 - \gamma \frac{b - k(t)}{b - a} \right). \quad (8)$$

Подставляя это представление в интегральное уравнение (6), для безразмерной радиальной координаты фронта разрушения $\beta(t) = k(t)/b$ получаем нелинейное интегральное уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 - \beta^2(t)} \left[1 + \chi g \left(1 - \frac{\beta^2(t)}{\beta_0^2} \right) \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta(t)}{1 - \beta_0} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{\beta^2(t)} \int_0^t M(t - \tau) \frac{\beta^2(\tau)}{1 - \beta^2(\tau)} \left[1 + \chi g \left(1 - \frac{\beta^2(\tau)}{\beta_0^2} \right) \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta(\tau)}{1 - \beta_0} \right) \right] d\tau = \\ & = g \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta(t)}{1 - \beta_0} \right), \quad g = \frac{\sigma_{п0}}{\sqrt{2} p}. \quad (9) \end{aligned}$$

Затем по формуле (8) определяется давление на фронте разрушения. Следует отметить, что решение интегрального уравнения справедливо до тех пор, пока вычисляемое по формуле (8) давление $q(t)$ положительно. Неравенство $q(t) \leq 0$ означает нарушение сплошности материала с образованием вдоль фронта разрушения дуговой трещины.

Рассмотрим случай, когда ядро оператора повреждаемости $M(t - \tau) = m = \text{const}$. Вводя безразмерное время $\theta = mt$, $\eta = m\tau$, уравнение (9) можно записать в виде

$$\frac{1}{1 - \beta^2(\theta)} \left[1 + \chi g \left(1 - \frac{\beta^2(\theta)}{\beta_0^2} \right) \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta(\theta)}{1 - \beta_0} \right) \right] + \\ + \frac{1}{\beta^2(\theta)} \int_0^\theta \frac{\beta^2(\eta)}{1 - \beta^2(\eta)} \left[1 + \chi g \left(1 - \frac{\beta^2(\eta)}{\beta_0^2} \right) \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta(\eta)}{1 - \beta_0} \right) \right] d\eta = g \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta(\theta)}{1 - \beta_0} \right).$$

Умножая это равенство на $\beta^2(\theta)$ и дифференцируя по безразмерному времени θ , получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d\beta}{d\theta} = \frac{A(\beta)}{B(\beta)}, \quad (10)$$

где

$$A(\beta) = \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \left[1 + \chi g \left(1 - \frac{\beta^2}{\beta_0^2} \right) \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta}{1 - \beta_0} \right) \right], \\ B(\beta) = 2\beta \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta}{1 - \beta_0} \right) + \gamma \frac{\beta^2}{1 - \beta_0} - \frac{2\beta}{(1 - \beta^2)^2} \left[1 + \chi g \left(1 - \frac{\beta^2}{\beta_0^2} \right) \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta}{1 - \beta_0} \right) \right] - \\ - \chi g \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \left[- \frac{2\beta^2}{\beta_0^2} \left(1 - \gamma \frac{1 - \beta}{1 - \beta_0} \right) + \frac{\gamma}{1 - \beta_0} \left(1 - \frac{\beta^2}{\beta_0^2} \right) \right].$$

Начальным условием для уравнения (10) является условие (5):

$$\beta|_{\theta=\theta_0} = \beta_0, \quad \theta_0 = g(1 - \beta_0^2)(1 - \gamma) - 1. \quad (11)$$

Задача Коши (10), (11) была решена численно методом Рунге — Кутты при значениях параметров $\beta_0 = 0,5$, $g = 4$, $\gamma = 0; 0,010; 0,025; 0,100$ и $\chi = 0; 0,01; 0,10$. На рис. 1 приведена зависимость безразмерной радиальной координаты фронта разрушения от безразмерного времени при различных значениях параметра остаточной прочности χ и параметра концентрации агрессивной среды γ . Видно, что увеличение концентрации агрессивной среды приводит к существенной интенсификации процесса рассеянного разрушения в материале трубы. При достаточно большой остаточной прочности скорость процесса разрушения уменьшается.

На рис. 2 представлена зависимость безразмерной радиальной координаты фронта разрушения от безразмерного времени при различных значениях параметра концентрации агрессивной среды и параметра остаточной прочности. Из рис. 2 следует, что с увеличением остаточной прочности за фронтом разрушения длительность процесса разрушения увеличивается.

Таким образом, в работе выведено интегральное уравнение для радиальной координаты фронта разрушения с учетом процессов диффузии на контактной поверхности трубы, заполненной агрессивной средой, а также процесса повреждаемости материала самой трубы.

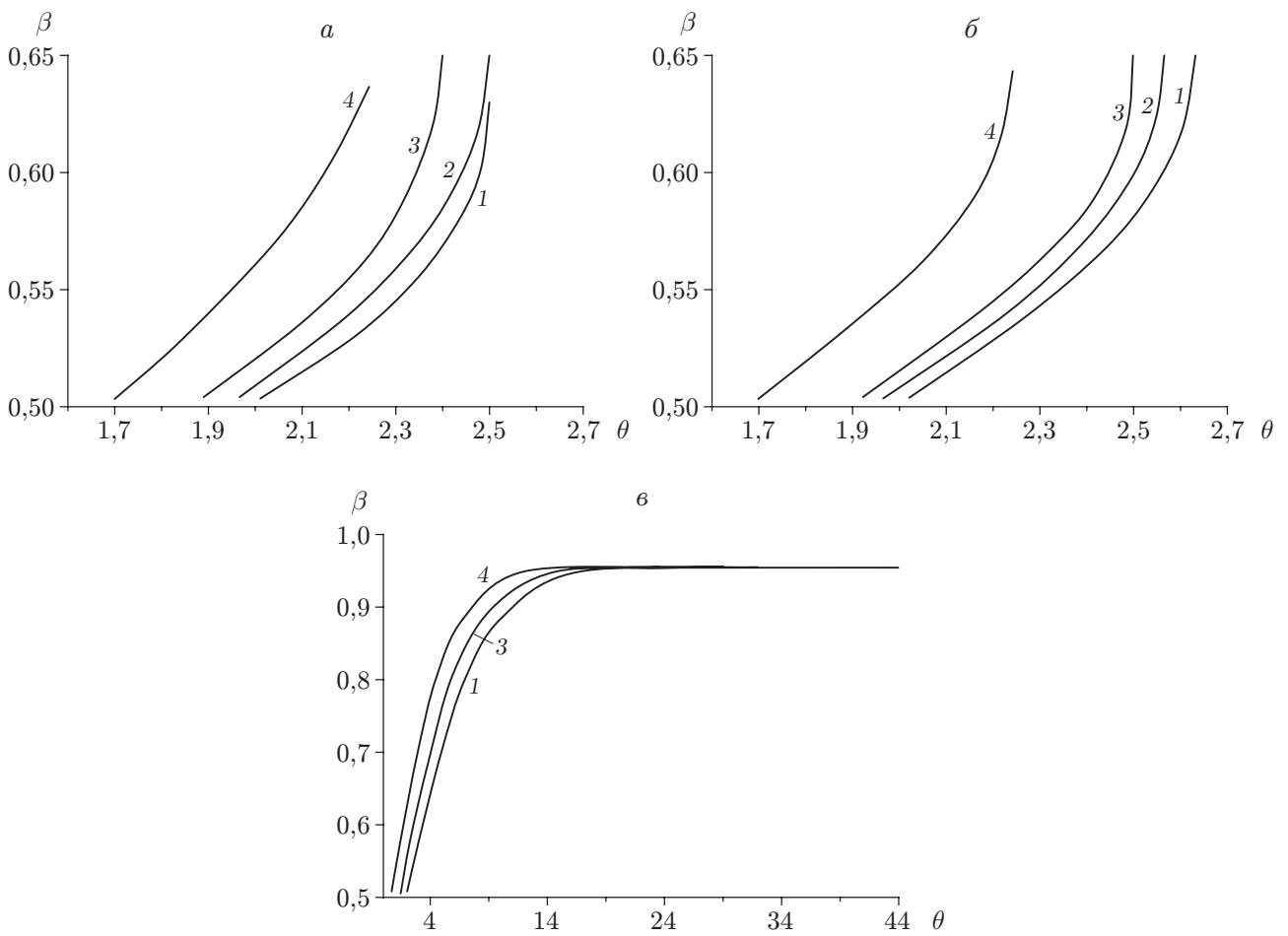


Рис. 1. Зависимость безразмерной радиальной координаты фронта разрушения β от безразмерного времени θ при различных значениях χ, γ :
 а — $\chi = 0$, б — $\chi = 0,01$, в — $\chi = 0,1$; 1 — $\gamma = 0$, 2 — $\gamma = 0,01$, 3 — $\gamma = 0,025$, 4 — $\gamma = 0,1$

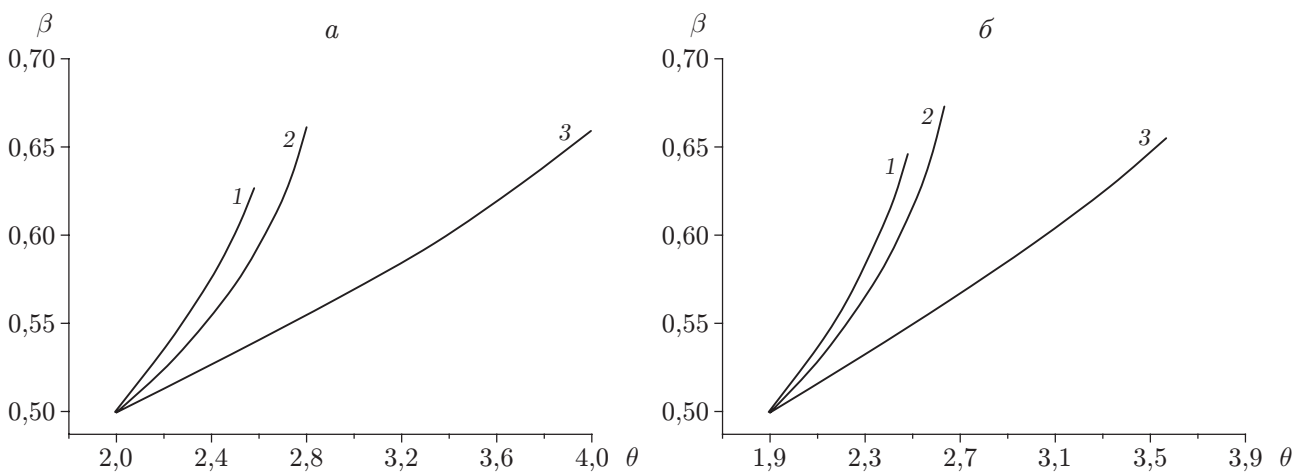


Рис. 2. Зависимость безразмерной радиальной координаты фронта разрушения β от безразмерного времени θ при различных значениях γ, χ :
 а — $\gamma = 0$, б — $\gamma = 0,025$; 1 — $\chi = 0$, 2 — $\chi = 0,01$, 3 — $\chi = 0,1$

В явном виде получены формулы для контактных давлений на фронте разрушения и поверхности сцепления трубы с агрессивной средой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кулагин Д. А., Локощенко А. М.** Моделирование влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2004. № 1. С. 188–199.
2. **Локощенко А. М., Платонов Д. О.** Математическое моделирование длительной прочности цилиндрических оболочек в агрессивной среде при сложном напряженном состоянии // Машиностроение и инж. образование. 2006. Вып. 3, ч. 2. С. 39–48.
3. **Локощенко А. М., Назаров В. В.** Моделирование влияния диффузии окружающей среды на длительную прочность полого цилиндра при одноосном растяжении // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 4. С. 88–93.
4. **Сафаров Г. А.** Рассеянное разрушение цилиндрической трубы с агрессивным наполнителем // Механика — машиностроение. 2004. № 3. С. 36–38.
5. **Суворова Ю. В., Ахундов М. Б., Иванов В. Г.** Деформирование и разрушение повреждающихся изотропных тел при сложном напряженном состоянии // Механика композит. материалов. 1987. № 3. С. 396–402.
6. **Суворова Ю. В., Ахундов М. Б.** Длительное разрушение изотропной среды в условиях сложного напряженного состояния // Машиноведение. 1986. № 4. С. 40–46.
7. **Суворова Ю. В.** Нелинейные эффекты при деформировании наследственных сред // Механика полимеров. 1977. № 6. С. 976–980.
8. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1970.

*Поступила в редакцию 30/III 2016 г.,
в окончательном варианте — 19/X 2016 г.*
