

ЛИТЕРАТУРА

1. Пекуровский Л. Е., Созоненко Ю. А. Нормальное падение акустической волны на жесткую стену, покрытую тонким сжимаемым слоем // Дифракция акустических волн на телах с амортизирующим покрытием.— М.: Изд-во МГУ, 1985.
2. Davis R. M., Trevena D. H., Rees N. J. M., Levis G. M. The tensile strength of liquids under dynamic stressing // Cavitation in hydrodynamics: Proc. 1st Intern. sympos. held at the NPL, Teddington, 1955.— L., 1956.
3. Driels M. R. An improved experimental technique for the laboratory investigation of cavitation induced by underwater shock waves // J. Sound and Vibr.— 1981.— V. 77, N 2.
4. Driels M. R. Experimental verification and measurement of recompression waves induced by bulk cavitation // Proc. Inst. Mech. Engrs.— 1983.— V. 197, June.
5. Кизип Р., Дейли Дж., Хэмминг Ф. Кавитация.— М.: Мир, 1974.
6. Кедринский В. К. Поверхностные эффекты при подводном взрыве // ПМТФ.— 1978.— № 4.
7. Кедринский В. К. Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности // ПМТФ.— 1975.— № 5.
8. Когарко Б. С. Об одной модели кавитирующей жидкости // ДАН СССР.— 1961.— Т. 137, № 6.
9. Поручиков В. В., Созоненко Ю. А., Пекуровский Л. Е. Дифракция акустической волны на сфере конечной массы с мягким покрытием // Взаимодействие акустических и ударных волн с упругими конструкциями.— М.: Изд-во МГУ, 1981.

г. Москва

Поступила 30/III 1988 г.,
в окончательном варианте — 1/VI 1988 г.

УДК 533.6.011.8

О. Ю. Аполонский, П. Е. Бабилов, И. В. Лебедь,
В. В. Рябов

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА КОЛЕБАТЕЛЬНО-НЕРАВНОВЕСНЫМ ДИССОЦИИРОВАННЫМ ГАЗОМ

Обычно при исследовании обтекания тел неравновесным потоком диссоциированного воздуха предполагается существование равновесия по поступательным, вращательным и колебательным степеням свободы. Однако это приближение не обеспечивает требуемой точности, например, при рассмотрении быстропротекающих процессов в скачках уплотнения. Тогда для описания структуры течения в этой области необходимо учитывать неравновесную колебательную релаксацию.

В настоящей работе задача обтекания затупленного тела колебательно-неравновесным диссоциированным газом решается в рамках модели CVDV [1, 2], учитывающей связь диссоциации с колебаниями. Особое внимание уделяется анализу воздействия процессов диссоциации и колебательной неравновесности на тепловые нагрузки летательного аппарата.

Следует различать две типичные ситуации: обтекание тела в условиях свободного натурального полета и обтекание модели в аэродинамической трубе (АТ). Если в первом случае набегающий поток находится в равновесном состоянии, то в условиях трубного эксперимента он колебательно заморожен и имеет отличную от нуля степень диссоциации [3]. В работе изучаются возможные способы моделирования натуральных условий полета в аэродинамических трубах.

Протекание процессов диссоциации и колебательной неравновесности при умеренных числах Рейнольдса рассматривалось в [4] на основе модели гиперзвукового ударного слоя. Приведенные расчетные данные позволили выявить большую роль диффузии вблизи фронта ударной волны.

Однако примененное там уравнение релаксации средней энергии колебаний игнорирует присутствие в диссоциированном газе атомного компонента. Ниже этот эффект учитывается. Конкретные расчеты проведены для кислорода и азота.

1. Физическая модель течения. Движение релаксирующей газовой смеси, состоящей из атомного и молекулярного компонентов, описывается системой уравнений сохранения [5]. Пусть вращательные степени свободы молекул находятся в равновесии с поступательными, в то время как равновесие между колебательными и поступательными степенями свободы отсутствует. Тогда выражения для входящих в систему уравнений сохранения скоростей диффузии V_m и V_a , теплового потока q , средней внутренней энергии единичного объема газа $\langle E \rangle$ могут быть приведены

к виду [5]

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_M &= -\frac{n^2}{\rho} \frac{m_a}{n_M} D_{aM} \mathbf{d}_M, \quad n_M m_M \mathbf{V}_M + n_a m_a \mathbf{V}_a = 0, \\ \mathbf{q} &= -\left(\lambda' + \frac{n_M D_{MM}}{1 + \frac{n_a D_{MM}}{n D_{aM}}} k \right) \text{grad } T + \\ &+ \left[\frac{7}{2} kT + \langle E_V \rangle - \frac{m_M}{m_a} \left(\frac{5}{2} kT + \frac{D}{2} \right) \right] n_M \mathbf{V}_M - \frac{n_M D_{MM}}{1 + \frac{n_a D_{MM}}{n D_{aM}}} \text{grad } \langle E_V \rangle, \\ \langle E \rangle &= (kT + \langle E_V \rangle) n_M + \frac{1}{2} D n_a. \end{aligned}$$

Здесь T — температура газа, определяемая по кинетической энергии частиц; $\langle E_V \rangle$ — средняя колебательная энергия единичного объема газа; D — энергия диссоциации, причем кинетическая энергия молекулы отсчитывается от нулевого уровня; n и ρ — концентрация и плотность газа; m — масса частицы; индексы m и a относятся к молекулам и атомам; выражения для коэффициентов бинарной диффузии D_{aM} , самодиффузии D_{MM} , теплопроводности λ' и вязкости μ приведены в [5—7].

Входящая в систему уравнений сохранения скорость диссоциации рассчитывалась в рамках модели CVDV [1, 2], учитывающей взаимное влияние диссоциации и колебательной релаксации. Анализ более поздних работ и сравнение различных приближенных моделей с CVDV-моделью представлены в [5]. Согласно [1, 2], поправка к константе скорости диссоциации, обусловленная отсутствием равновесия между колебательными и поступательными степенями свободы, имеет вид

$$(1.1) \quad k_d = k_d^0 Q, \quad Q_d = Z(T)Z(T_F)/(Z(T_V)N),$$

где \bar{Z} — колебательная статистическая сумма; $T_V = \langle E_V \rangle/k$; $T_F^{-1} = T_V^{-1} - T^{-1}$; k_d^0 — равновесное значение k_d , отвечающее $T_V = T$; N — целая часть числа $D/\hbar\omega$ ($\hbar\omega$ — величина колебательного кванта молекулы). В дальнейшем при расчетах использовались температурные зависимости k_d^0 и k_p^0 — константы скорости рекомбинации, приведенные в [8].

Для замыкания систему уравнений сохранения следует дополнить уравнением для $\langle E_V \rangle$ [6]:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \langle E_V \rangle}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \langle E_V \rangle}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{V}_M \frac{\partial \langle E_V \rangle}{\partial \mathbf{x}} - \\ &- \frac{1}{n_M} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[\frac{n_M D_{MM}}{1 + \frac{n_a D_{MM}}{n D_{aM}}} \frac{\partial \langle E_V \rangle}{\partial \mathbf{x}} \right] = \frac{\langle E_V \rangle^0 - \langle E_V \rangle}{\tau_{V-T}} + \kappa. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{u} — вектор скорости; $\langle E_V \rangle^0$ — равновесное значение $\langle E_V \rangle$; совокупность приведенных в [1, 2] членов κ описывает влияние диссоциации на колебательную релаксацию; первый член правой части уравнения отвечает модели гармонического осциллятора.

При расчете времени колебательной релаксации τ_{V-T} учитывалось, что релаксация колебательной энергии осуществляется в смеси атомного и молекулярного компонентов: $1/\tau_{V-T} = n_a/n\tau_{M-a} + n_M/n\tau_{M-M}$.

Как известно, колебательная релаксация молекулы O_2 на O_2 и молекулы N_2 на N_2 и N интерпретируется в рамках адиабатического механизма Ландау — Теллера, в то время как для описания колебательной релаксации O_2 на O необходимо учитывать неадиабатические эффекты [9]. Исползованные при расчетах температурные зависимости средних на одно газокинетическое столкновение вероятностей одноквантового колебательного перехода P_{M-i} ($i = a, m$) представлены на рис. 1, где

$$P_{M-i} = \sqrt{\frac{\pi kT}{8} \frac{m_M m_i}{m_M + m_i}} \left/ \left[\sigma_0 \left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} \right) p \tau_{M-i} \right] \right.$$

(σ_0 — газокинетическое сечение столкновения, p — давление). При расчете \dot{P}_{M-i} взяты данные эксперимента [10, 11]. Экстраполяция P_{M-i} в недоступные для экспериментального исследования области температур осуществлялась с помощью корреляционной зависимости вероятности от адиабатического фактора [12].

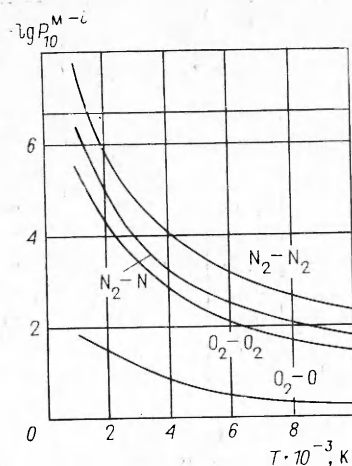
2. Приближение тонкого вязкого ударного слоя. Для описания движения химически и колебательно-неравновесного газа в окрестности линии торможения использовалось одно из приближений уравнений Навье — Стокса — модель тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС). Подробное изложение постановки соответствующей краевой задачи содержится, например, в [13, 14] и здесь для краткости изложения не приводится.

При обезразмеривании величин, входящих в исходные уравнения, в качестве определяющих использовались L — характерный линейный размер, V_∞ , ρ_∞ — скорость и плотность набегающего потока, T_{of} , $H_0 \approx V_\infty^2/2$ — температура и энтальпия торможения. В результате уравнения ТВУС содержат параметр гиперзвукового приближения $\varepsilon = (\gamma - 1)/2\gamma$ [13] (γ — отношение удельных теплоемкостей) и число Рейнольдса $Re_{of} = \rho_\infty V_\infty L / \mu(T_{of})$.

На поверхности тела считаются заданными условия прилипания и непротекания, равновесно-радиационного теплообмена, массового баланса компонентов с учетом различных каталитических свойств поверхности, равновесия колебательной энергии. На внешней границе тонкого вязкого ударного слоя предполагается выполнение обобщенных условий Ренкина — Гюгонио [14].

Для условий натурального полета выполняются соотношения $\langle E_V \rangle_\infty = \langle E_V \rangle^0(T_\infty)$, $c_{M,\infty} = 1$, $T = T_\infty (c_{M,\infty} - \text{массовая концентрация молекул в набегающем потоке})$. При моделировании условий обтекания тела в аэродинамической высокоэнthalпийной трубе задавались значения $\langle E_V \rangle_\infty$, $c_{M,\infty}$, T_∞ , отличные от равновесных. Согласно [3], они отвечают условиям «замороженного» истечения диссоциированного газа из сопла.

При численном решении одномерной краевой задачи, описывающей автомодельное течение в неравновесном тонком ударном слое, использована универсальная программа решения систем нелинейных обыкновенных алгебраически-дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных, в которой реализованы аппроксимация дифференциальных уравнений по двухточечной схеме Келлера второго порядка и оригинальный метод построения адаптивной расчетной сетки, основанный на минимизации интегральной нормы погрешности аппроксимации, в идейном плане аналогичный алгоритму из [15]. В рассматриваемом численном методе одновременное уточнение сеточных функций и распределения узлов расчетной сетки производится по методу Ньютона — Рафсона с автоматическим выбором итерационного параметра, причем факторизация квазитрехдиагональной матрицы Якоби осуществляется посредством монотонной векторной прогонки без какого-либо расщепления системы конечно-разностных уравнений. Выбор схемы Келлера обусловлен в данном случае простотой и единообразием аппроксимации граничных условий и входящих в уравнения потоковых переменных, а совместное решение разностных уравнений в рамках единого итерационного цикла реализовано для повышения устойчивости итераций и достижения повышенной (квадратичной) скорости сходимости. Применение алгоритма адаптивной сетки позволило эффективно подавить осцилляции сеточного решения, возникающие при увеличении Re_{of} вследствие немонотонности



Р и с. 1

Режим	Газ	L, м	$\rho_{\infty} \cdot 10^4, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$V_{\infty}, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	T_{∞}, K	Re_{of}	C_h , каталитическая поверхность		St	C_h , некаталитическая поверхность	C_h, AT
							$k_d(T, T_V)$	$k_d^0(T)$			
1	O ₂	0,06	18,46	7900	199	7,08	0,499	0,492	0,548	—	0,318
2	O ₂	0,06	82,83	7900	220	31,8	0,287	0,286	0,317	0,153	0,170
3	O ₂	0,06	309,7	7900	247	118,7	0,135	0,135	0,152	0,069	0,090
4	O ₂	0,06	1030	7900	270,6	575	0,053	0,053	0,062	—	—
5	N ₂	0,1	3,42	7900	187	2,4	0,723	0,722	0,774	—	0,920
6	N ₂	0,1	18,46	7900	199	12,8	0,456	0,452	0,506	—	0,581
7	N ₂	0,1	82,83	6400	220	64,2	0,200	0,199	0,239	—	0,302

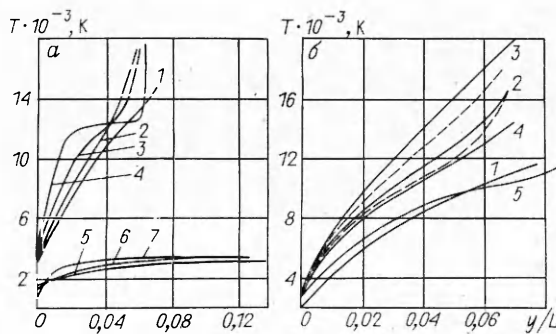
дискретной аппроксимации, и дало возможность в значительной степени автоматизировать вычислительную процедуру.

Использование адаптивных сеток в настоящее время является, по-видимому, единственным средством получения высококачественных результатов при расчетах вязких химически неравновесных течений, характеризующихся умеренными и большими значениями Re_{of} .

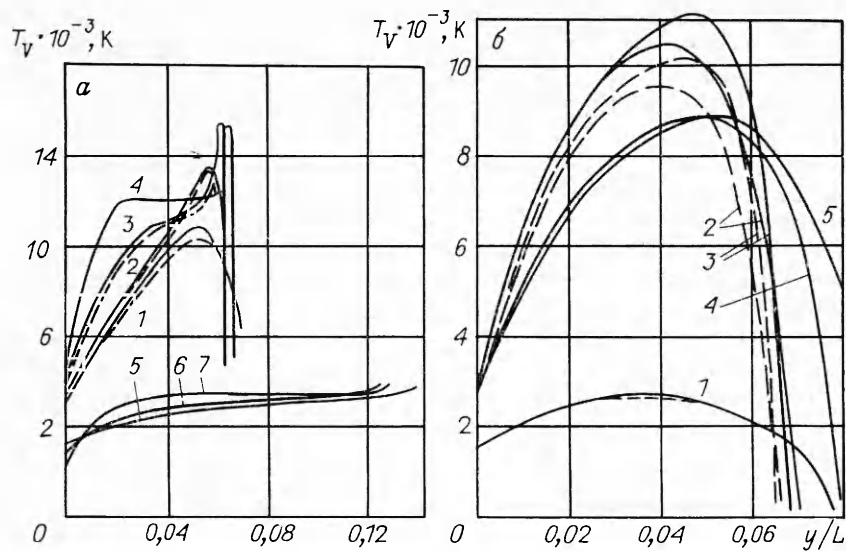
3. Результаты расчетов. Рассмотрим обтекание сферы потоком диссоциированного газа (кислорода или азота) с параметрами, соответствующими полету с большой сверхзвуковой скоростью на семи режимах (см. таблицу). Там же представлены значения коэффициента теплопередачи $C_h = 2q/\rho_{\infty} V_{\infty}^3$, которые существенно зависят от разреженности среды, характеризующейся Re_{of} . Существенное влияние на C_h оказывает степень каталитической активности поверхности [8, 14], причем с увеличением Re_{of} отличие C_h для идеально каталитической и абсолютно некаталитической поверхностей возрастает (см. таблицу).

Распределения поступательной T и колебательной T_V температур, массовой концентрации молекул кислорода c_{O_2} поперек ТВУС (для режимов полета 1—4) представлены на рис. 2, а — 4, а (соответственно кривые 1—4). При $Re_{of} = 7,08$ и 31,8 течение в ударном слое полностью вязкое и изменения концентрации атомов на поверхности существенно влияют на перераспределение молекул O₂ вплоть до ударной волны (рис. 4, а, сплошные кривые — идеально каталитическая поверхность, штрихпунктирные — абсолютно некаталитическая). С увеличением Re_{of} в структуре ТВУС отчетливо формируются релаксационный слой вблизи ударной волны (кривые 3, 4 на рис. 2, а, 3, а), обширная зона невязкого течения и узкий вязкий «диффузионный» слой у поверхности, за границу которого можно принять экстремум в распределении концентрации молекул.

Различия в распределении T и T_V могут привести к значительному отличию констант скорости диссоциации k_d (1.1) от «равновесных» значений k_d^0 . На рис. 2, а — 4, а даны значения T , T_V и c_{O_2} поперек вязкого ударного слоя в случае неравновесных констант скоростей диссоциации $k_d(T, T_V)$ (сплошные кривые) и «равновесных» значений $k_d^0(T)$ (штриховые). С увеличением разреженности среды (уменьшением Re_{of}) влияние этого эффекта на структуру течения (особенно на распределение колебательной температуры)



Р и с. 2



Р и с. 3

растет, что приводит к снижению теплового потока на 2 % при использовании «равновесных» значений k_d^i (см. таблицу). Данный вывод подтверждается также расчетами, проведенными для азота (режимы 5—7) и представленными на рис. 2, б — 4, б (кривые 1—3). При этом степень диссоциации молекул N_2 невысокая (рис. 4, б), однако влияние эффекта двухтемпературной зависимости $k_d(T, T_v)$ (штриховые линии — расчет при $k_d^i(T)$) на распределение параметров в ТВУС значительно из-за большой энергии активации.

Отметим, что при $Re_{of} \leq 2,4$ течение в вязком ударном слое близко к «замороженному» и влияние различий в описании скоростей диссоциации на структуру течения крайне мало.

4. Моделирование обтекания тел в АТ. Вопрос о возможности моделирования условий натурального полета в аэродинамической трубе, где имеется значительная степень диссоциации в невозмущенном потоке, набегающем на модель, рассматривался в [3, 8, 16, 17].

Анализ, проведенный в [3, 17], показал, что в условиях трубного эксперимента набегающий на модель поток колебательно-заморожен и степень диссоциации молекул близка к замороженной. Согласно оценкам [3], $c_{O_2} = 0,05$, $T_{v,\infty} = 3880$ К. Выбирались типичные для АТ параметры набегающего потока: $V_\infty = 2,5$ км/с, $\rho_\infty = 10^{-4}$ кг/м³, характерный линейный размер модели $l = 0,011; 0,050; 0,186$ м для $Re_{of} = 7,08; 31,8; 118,7$ (режимы 1—3). Распределения параметров смеси поперек ТВУС представле-



Р и с. 4

ны на рис. 2, а — 4, а (кривые 5—7). Характер распределения концентрации молекулярного кислорода (см. рис. 4, а) вблизи каталитической поверхности сферы существенно различен в трубном и натурном случаях, что обусловлено значительными отличиями в протекании физико-химических процессов; существенно отличается и сте-

пень колебательного возбуждения молекул (см. рис. 3, а). При этом различие в C_h (см. таблицу) наблюдается во всем диапазоне Re_{of} и составляет $C_{h,AT} \approx 0,6C_{h,H}$. Последнее обстоятельство обусловлено принципиальными различиями в состояниях газа перед ударной волной и температурных факторов. Обработка данных по теплопередаче с помощью введения числа Стантона $St = q/[\rho_\infty V_\infty (H_0 - H_w)]$ [8, 17] существенно улучшает сопоставимость получаемых результатов в трубном и натурном экспериментах.

Укажем еще на одну возможность постановки и проведения экспериментов в АТ с целью моделирования течения в ТВУС. Известно [8, 17], что масштаб химических процессов в вязком ударном слое перед телом в основном бинарный и реакции рекомбинации можно не учитывать. В рамках этого приближения в [16] исследовалось невязкое неравновесное течение вблизи критической линии затупленного тела на основе аналогии с течениями за прямыми скачками уплотнения. Развитый подход, основанный на предположении о линейном характере зависимости энтальпии газа от концентрации химических компонентов, позволил установить правила пересчета данных эксперимента в потоках, имеющих начальную диссоциацию газа, на условия полета в невозмущенной атмосфере.

Предполагая, что энтальпия торможения и скоростной напор в обоих сравниваемых случаях одинаковы, нетрудно установить следующие связи между скоростями потоков и их плотностями [16]:

$$(4.1) \quad \bar{V}_\infty = \sqrt{V_\infty^2 - 2c_{a,\infty} R_g T_{diss}/M_M}, \quad \bar{\rho}_\infty = \rho_\infty (V_\infty/\bar{V}_\infty)^2.$$

Здесь чертой сверху отмечены величины, отвечающие условиям в АТ; M_M — молекулярный вес молекул; R_g — универсальная газовая постоянная; $T_{diss} = D/k$. При относительно небольшой концентрации атомов в набегающем потоке ($c_{a,\infty} \leq 0,3$ [16]) на сравнительно малом расстоянии за ударной волной достигается нужное соответствие рассматриваемых течений. В этой зоне невязкого течения с приемлемой точностью совпадают значения температуры, плотности и концентрации. В силу (4.1) становится необходимым видоизменить критерии подобия $Re_{of} = \text{const}$ и $\rho_\infty L = \text{const}$, полученные в [17] при условии постоянства скорости. Анализ критериев подобия, которые используются в аэротермодинамике разреженного газа, был проведен в [17—19]. Так, в [19] из анализа уравнения Больцмана получен критерий подобия, введенный впервые Ченгом [13] при анализе структуры тонкого вязкого ударного слоя:

$$(4.2) \quad K = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu_*} \frac{R_g T_*}{M_M V_\infty^2} = \frac{\bar{\rho}_\infty \bar{V}_\infty l}{\bar{\mu}_*} \frac{R_g \bar{T}_*}{M_M \bar{V}_\infty^2}.$$

В совершенном газе ($\gamma = \text{const}$), предполагая $T_* = T_{of}$, нетрудно получить $\varepsilon \approx (R_g/M_M) T_*/V_\infty^2$ и $K = Re_{of} \varepsilon$. Выбирая в качестве характерной температуры температуру торможения газа в отсутствие диссоциации $\bar{T}_* = T_* = T_{of}$, имеем

$$K = \frac{\bar{\rho}_\infty \bar{V}_\infty l}{\bar{\mu}_{of}} \frac{R_g T_{of}}{M_M \bar{V}_\infty^2}.$$

Из соотношения (4.2) легко установить связь линейного размера натурального объекта L и модели l :

$$(4.3) \quad l/L = (\bar{V}_\infty/V_\infty)^3.$$

Выполнение соотношений (4.1), (4.3) позволяет устанавливать соответствие течений вязкого газа в условиях натурального полета и трубного эксперимента в зависимости от диссоциации газа в форкамере АТ.

Конкретные расчеты проведены для азота, выбранного в качестве рабочего газа в АТ из-за относительно низкой степени диссоциации молекул на выходе из сопла. Распределения T , T_V , c_{N_2} поперек ТВУС для

идеально каталитической поверхности представлены на рис. 2, б — 4, б (кривые 4, 5 отвечают моделированию режимов 6, 7). Полагалось, что набегающий на модель поток диссоциирован ($c_{N,\infty} = 0,2$). Согласно соотношениям (4.1)—(4.3), $Re_{of,AT}$ должны быть меньше Re_{of} , что приводит к различиям в распределениях параметров в ТВУС и некоторому превышению теплового потока над «натурными» значениями $C_{h,AT} > C_h$ (см. таблицу). Обработка же данных по теплопередаче в виде зависимости $St(K)$ значительно улучшает корреляцию данных, полученных для условий натурального полета и в условиях АТ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Marrone P. V., Treanor C. E. Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels // *Phys. Fluids*.— 1963.— V. 6, N 10.
2. Treanor C. E., Marrone P. V. Vibration and dissociation coupling behind strong shock waves // *Sympos. on dynamics of manned lifting planetary entry*.— N. Y.; L., 1963.
3. Mitra N. K., Fiebig M. Low Reynolds number nozzle flows with vibrational dissociational nonequilibrium // *XIth Intern. sympos. on rarefied gas dynamics, Cannes, 1979*.— V. 2.
4. Залогин Г. Н. Колебательно-диссоциационная релаксация азота в гиперзвуковом ударном слое при умеренных числах Рейнольдса // *Изв. АН СССР. МЖГ*.— 1976.— № 6.
5. Лебедь И. В. Коэффициенты переноса диссоциирующего газа // *Изв. АН СССР. МЖГ*.— 1987.— № 1.
6. Kogan M. N., Galkin V. S., Makashev N. K. Generalized Chapman — Enskog method: derivation of the nonequilibrium gasdynamic equations // *XIth Intern. sympos. on rarefied gas dynamics, Cannes, 1979*.— V. 2.
7. Лебедь И. В., Рябов В. В. К расчету коэффициентов переноса многокомпонентной газовой смеси // *ИФЖ*.— 1985.— Т. 48, № 2.
8. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике.— М.: Машиностроение, 1972.
9. Никитин Е. Е. Теория элементарных атомно-молекулярных процессов в газах.— М.: Химия, 1970.
10. Parker J. G. Vibrational relaxation times of O_2 with O_2 and N_2 with N_2 // *J. Chem. Phys.*— 1964.— V. 41, N 5.
11. Hiefer J. H., Lutz R. W. Temperature dependence of vibrational relaxation times of O_2 with O // *XVth Sympos. on combustion, Berkeley, 1966*.— Pittsburgh, 1967.
12. Nikitin E. E., Umanski S. Ya. Vibronic to translational energy transfer in molecular collisions // *Far. Disc. Chem. Soc.*— 1972.— V. 53, N 7.
13. Cheng H. K. The blunt body problem in hypersonic flow at low Reynolds number.— N. Y., 1963.— (Pap./IAS; N 63—92).
14. Гершбейн Э. А., Пейгин С. В., Тирский Г. А. Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса // *Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа*.— М.: ВИНТИ, 1985.— Т. 19.
15. Ablow C. M., Schechter S., Zwisler W. H. Node selection for two-point boundary-value problems // *Trans. ASME. J. Fluids Engng.*— 1985.— V. 107, N 3.
16. Gibson W. The effect of ambient dissociation and species diffusion on nonequilibrium shock layer.— N. Y., 1963.— (Pap./IAS; N 63—70).
17. Гусев В. Н., Провоторов В. П., Рябов В. В. О роли физико-химических процессов в задачах моделирования гиперзвуковых течений разреженного газа // *Учен. зап. ЦАГИ*.— 1981.— Т. 12, № 4.
18. Гусев В. Н., Коган М. Н., Перепухов В. А. О подобии и изменении аэродинамических характеристик в переходной области при гиперзвуковых скоростях потока // *Учен. зап. ЦАГИ*.— 1970.— Т. 1, № 1.
19. Артамонов А. К., Архипов В. И., Фарафонов В. Г. Критерии подобия в аэродинамике разреженного газа // *Изв. АН СССР. МЖГ*.— 1981.— № 1.

г. Жуковский

Поступила 3/III 1988 г.,
в окончательном варианте — 27/VI 1988 г.