

УДК 532.517.4:533.6.011.8

РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РИХТМАЙЕРА — МЕШКОВА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДИФфуЗИОННОГО СЛОЯ СМЕШЕНИЯ ДВУХ ГАЗОВ С ПРОХОДЯЩИМИ И ОТРАЖЕННЫМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

Г. А. Руев, А. В. Федоров*, В. М. Фомин*

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин),
630008 Новосибирск

* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск
E-mails: ruev@sibstrin.ru, fedorov@itam.nsc.ru

На основе сформулированной ранее математической модели механики двухскоростной двухтемпературной смеси газов исследуется эволюция первоначально возмущенного слоя смешения двух газов различной плотности при воздействии на него падающей ударной волны и отраженных от торца ударных волн, волн сжатия и разрежения в двумерном нестационарном приближении. Численно решены задачи о взаимодействии волн с синусоидально возмущенным диффузионным слоем. Показано, что результаты расчетов ширины области перемешивания удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: ударная волна, слой смешения, неустойчивость Рихтмайера — Мешкова, двухскоростная двухтемпературная газодинамика смесей.

Введение. Слой смешения принято рассматривать в качестве поверхности разрыва плотности, т. е. в качестве контактного разрыва. Взаимодействие ударной волны с возмущенным контактным разрывом порождает неустойчивость Рихтмайера — Мешкова [1, 2]. На заключительной стадии в области первоначального контактного разрыва образуется область турбулентного перемешивания, разделяющая потоки сжатых газов.

В многочисленных работах, посвященных численному моделированию развития неустойчивости Рихтмайера — Мешкова (см., например, [3–5]) с использованием уравнений Эйлера, не учитывалось влияние процессов взаимопроникновения газов. Известно также, что замена ступенчатого профиля плотности на контактном разрыве на непрерывное распределение в некотором слое конечной ширины может приводить к уменьшению скорости роста возмущений на начальной стадии развития неустойчивости Рихтмайера — Мешкова. Это отмечалось, например, в теоретических работах [6, 7], посвященных исследованию увеличения амплитуды возмущения, и в экспериментальных работах [8–10]. Поэтому представляет интерес исследование данной проблемы с использованием уравнений для двухскоростной двухтемпературной смеси газов, когда каждый компонент имеет

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 06-01-00299), а также в рамках проекта СО РАН “Динамика процессов и границ” и аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы” на 2009 г. (код проекта 2.1.1/4674).

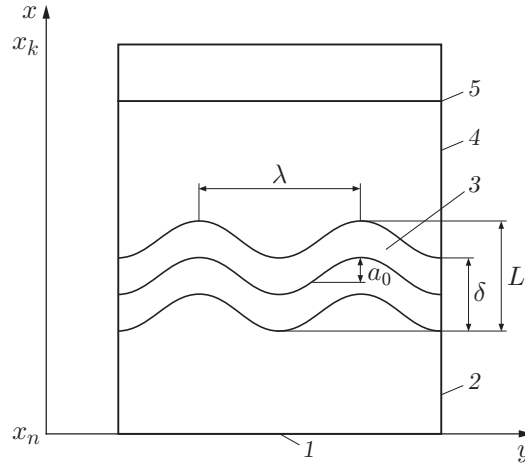


Рис. 1. Схема задачи о развитии возмущений на границе раздела двух сред: 1 — твердая стенка, 2 — газ 1, 3 — слой смешения, 4 — газ 2, 5 — ударная волна

собственную скорость и температуру. Данный подход позволяет описать как процессы взаимопроникновения газов, так и взаимодействие слоя смешения с ударной волной. На необходимость использования моделей многокомпонентных смесей для описания разрушения контактной границы и образования слоя смешения указывалось в работе [11]. В работе [5] построена полуэмпирическая модель турбулентного перемешивания многокомпонентной среды, учитывающая скорость каждого компонента. В данной модели предполагается, что турбулентное перемешивание возникает мгновенно. Ранее в работе [12] исследовалось взаимодействие слоя смешения с падающей ударной волной и волной сжатия [13]. Ниже с использованием уравнений двухскоростной двухтемпературной газодинамики смесей исследуются процессы развития неустойчивости Рихтмайера — Мешкова с учетом многократного взаимодействия слоя смешения с отраженными волнами.

Постановка задачи. Исследуем эволюцию переходного слоя, разделяющего два чистых газа с различной плотностью, в рамках модели двумерного нестационарного течения двухскоростной двухтемпературной смеси при воздействии на слой ударной волны (рис. 1). Стационарная ударная волна распространяется из газа 2 в газ 1. В момент времени $t = 0$ ударная волна приходит на границу слоя. Уравнение средней линии слоя смешения имеет вид $x_0(y) = a_0(1 - \cos(\theta y))$, где a_0 — амплитуда возмущения; $\theta = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны возмущения. Полную ширину слоя смешения обозначим через L , начальную ширину диффузионного слоя — через δ . В дальнейшем слой смешения многократно взаимодействует с отраженными от стенки $x = x_n$ волнами.

Параметры смеси в слое описываются уравнениями двухскоростной двухтемпературной газодинамики смесей [14]:

$$\frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_i^{(2)}}{\partial y} = \mathbf{W}_i,$$

$$\mathbf{U}_i = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho_i u_i \\ \rho_i v_i \\ E_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i^{(1)} = \begin{bmatrix} \rho_i u_i \\ \rho_i u_i^2 + p_i \\ \rho_i u_i v_i \\ u_i E_i + p_i u_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i^{(2)} = \begin{bmatrix} \rho_i v_i \\ \rho_i v_i u_i \\ \rho_i v_i^2 + p_i \\ v_i E_i + p_i v_i \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ K(u_j - u_i) \\ K(v_j - v_i) \\ Ku_i(u_j - u_i) + Kv_i(v_j - v_i) + \beta_i K((u_j - u_i)^2 + (v_j - v_i)^2) + q(T_j - T_i) \end{bmatrix},$$

$$p_i = kn_i T_i, \quad E_i = \rho_i \left(e_i + \frac{u_i^2 + v_i^2}{2} \right), \quad e_i = \frac{kT_i}{m_i(\gamma_i - 1)}, \quad \rho_i = m_i n_i, \quad i, j = 1, 2 \quad (i \neq j).$$

Здесь ρ_i — плотность; u_i, v_i — компоненты скорости; e_i — внутренняя энергия; p_i — давление; T_i — температура; m_i — масса молекулы; n_i — числовая плотность молекул i -го вида; x, y — декартовы координаты; t — время; k — постоянная Больцмана; $K = 16\rho_1\rho_2\Omega_{12}^{(1,1)}/(3(m_1 + m_2))$; $\Omega_{12}^{(1,1)}$ — интеграл столкновений; $\beta_i = m_i T_i / (m_1 T_1 + m_2 T_2)$; $q = 3m_1 K / (m_1 + m_2)$; E_i — полная энергия i -го компонента; γ_i — показатель адиабаты. Соотношение для потенциала взаимодействия твердых сфер записывается в виде

$$K = \frac{16}{3} \frac{\rho_1 \rho_2}{m_1 m_2} \sqrt{\frac{k\pi}{2}} \sqrt{\frac{T_1}{m_1} + \frac{T_2}{m_2}} \sigma_{12}, \quad \sigma_{12} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

(σ_i — диаметр молекулы i -го газа).

Для однотемпературной среды имеет место соотношение $K = x_1 x_2 p / D$, где D — коэффициент диффузии.

При малых (или нулевых) значениях концентрации j -го газа используются уравнения Эйлера для чистого i -го газа, параметры второго газа определяются из соотношений

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial n_j u_j}{\partial x} + \frac{\partial n_j v_j}{\partial y} = 0, \quad u_j = u_i, \quad v_j = v_i, \quad T_j = T_i.$$

Переход от одной системы уравнений к другой осуществляется при условии, что максимальное из значений молярной и массовой концентрации i -го газа не превышает 0,1 %: $\max(x_i, \alpha_i) \leq 0,1 \%$, $x_i = n_i / (n_1 + n_2)$, $\alpha_i = \rho_i / (\rho_1 + \rho_2)$.

Формирование начальной области смешения. В работе [15] в одномерном приближении получено асимптотическое решение задачи о формировании начального диффузионного слоя. Полагая, что в каждом сечении y распределение параметров остается одномерным и при наличии возмущений, из [15] для молярной концентрации в слое получаем соотношение

$$x_1 = (1 - \Phi(\eta)) / 2, \tag{2}$$

удовлетворяющее начальному распределению молярной концентрации: $x_1 = 1$ при $x < x_0(y)$, $x_1 = 0$ при $x > x_0(y)$. В (2)

$$\Phi(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\omega^2} d\omega, \quad \eta = \frac{x - x_0(y)}{2\sqrt{Dt}}, \quad D = \frac{x_1 x_2 p}{K}.$$

Метод расчета. В качестве метода расчета для пространственной аппроксимации системы (1) используется метод расщепления вектора потоков [16]. Для того чтобы в областях больших градиентов решение оставалось монотонным, порядок аппроксимации понижается ограничителем $\min\text{mod}$, используемым при построении TVD-схем [17]. При этом используется неявная аппроксимация правых частей системы (1), предложенная в работе [14], что не требует дополнительного ограничения на временной шаг, налагаемого условием Куранта. Более подробно разностная схема описана в работе [13].

Расчеты проводились в прямоугольной области $[x_n, x_k; 0, \lambda/2]$. На верхней границе ставилось условие равенства производных нулю, нижняя граница представляет собой твердую стенку, на боковых границах задавались условия симметрии. Для устранения влияния

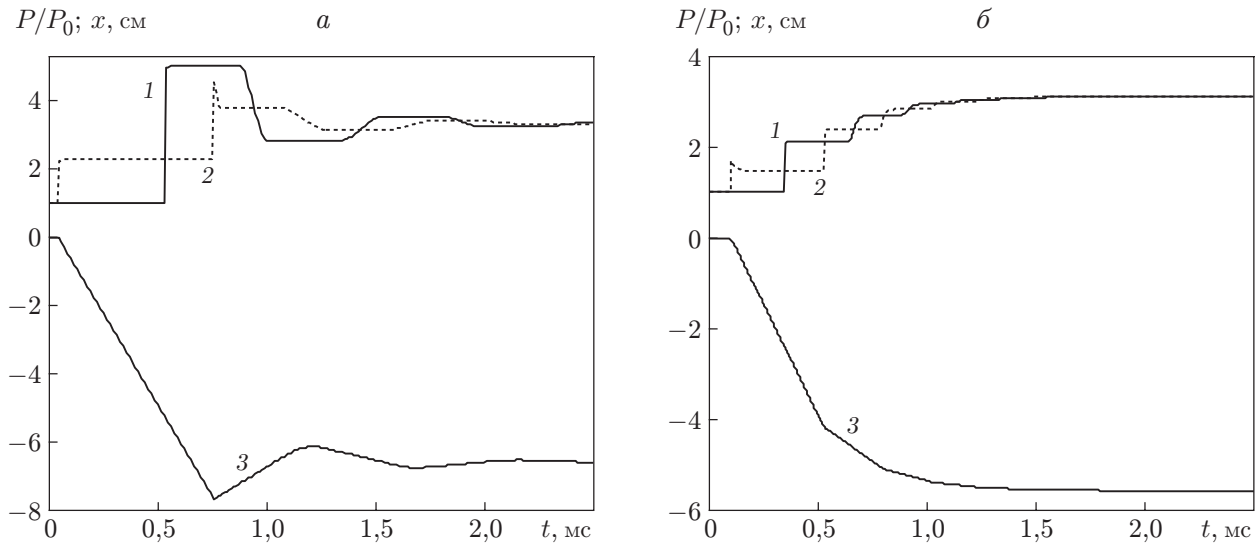


Рис. 2. Зависимости давления смеси на стенки (1) и в середине слоя (2), а также положения средней линии слоя смешения (3) от времени:
a — при движении ударной волны из легкого газа (воздуха) в тяжелый газ (SF_6), *б* — при движении ударной волны из тяжелого газа (SF_6) в легкий газ (воздух)

эффектов отражения на границе $x = x_k$ вводилась дополнительная буферная зона, в которой шаг дискретизируемой области по x увеличивался с некоторым множителем (от 1,01 до 1,05). Протяженность этой зоны составляла $100 \div 500$ шагов.

Распределение концентрации в начальный момент времени описывается формулой (2). Остальные параметры перед фронтом ударной волны задавались в виде $u_i = v_i = 0$, $T_i = T_0 = 300$ К, $p = p_0 = 10^5$ Па, $n = n_0 = p_0/(kT_0)$, $n_i = x_i n_0$. В начальный момент времени ударная волна находится в сечении x (на границе слоя), где максимальная концентрация газа 1 (молярная, если газ 1 является легким, массовая, если газ 1 — тяжелый) равна 0,1 %. Параметры за фронтом ударной волны определяются из соотношений Ренкина — Гюгонно для газа 2.

Исследование в одномерном приближении падения ударной волны на слой смешения с учетом отражения от стенки. Рассмотрим взаимодействие ударной волны со слоем смешения в двух случаях: когда волна падает на слой при движении из легкого газа в тяжелый, и наоборот.

На рис. 2, *a* представлены зависимости давления на стенке и в середине слоя смешения от времени при переходе ударной волны с числом Маха $M = 1,32$ из легкого газа (воздух) в тяжелый газ (SF_6) (начальная ширина слоя до взаимодействия с падающей ударной волной составляла 15 мм, расстояние между серединой слоя смешения и торцом в начальный момент времени равно 10 см).

Рассмотрим волновую картину течения. После взаимодействия со слоем смешения в момент времени $t = 0,53$ мс ударная волна достигает торца канала. В момент $t = 0,75$ мс отраженная от стенки ударная волна взаимодействует со слоем смешения. В результате этого взаимодействия возникают отраженная волна разрежения, движущаяся по газу SF_6 , и проходящая ударная волна, распространяющаяся по воздуху. При $t = 0,87$ мс волна разрежения достигает стенки и отражается от нее. Отраженная волна разрежения достигает слоя смешения в момент времени $t = 1,08$ мс. В результате взаимодействия от слоя смешения в направлении торца распространяется волна сжатия, достигающая стенки в момент времени $t = 1,3$ мс. Отраженная от торца волна сжатия движется в направлении слоя

смещения. Далее процесс повторяется и характеризуется чередованием отраженных волн разрежения и сжатия, движущихся между торцом канала и слоем смешения с уменьшающейся амплитудой. На рис. 2, *a* показана также зависимость положения средней линии слоя смешения от времени. Видно, что в результате импульсного ускорения под действием падающей ударной волны слой смешения с постоянной скоростью движется к торцу канала, затем под действием отраженной ударной волны он начинает двигаться в направлении от торца, а в результате формирования отраженной от слоя смешения волны разрежения слой вновь движется в направлении торца канала. Далее после небольших колебаний слой возвращается в состояние равновесия. Такое описание процесса взаимодействия слоя смешения с падающей и отраженными от торца волнами соответствует описанию, приведенному в работе [18].

На рис. 2, *б* представлены зависимости давления на стенке и в середине слоя смешения от времени при переходе ударной волны ($M = 1,32$) из тяжелого газа (SF_6) в легкий газ (воздух). В данном случае после отражения падающей ударной волны от торца канала возникает серия отраженных волн сжатия с убывающей амплитудой, распространяющихся между торцом и слоем. В результате слой возвращается в состояние равновесия. На рис. 2, *б* показана также зависимость положения средней линии слоя смешения от времени. Видно, что в результате взаимодействия с падающей ударной волной скорость движения слоя увеличивается, а затем под действием отраженных волн сжатия постепенно уменьшается.

Исследование в плоском случае падения ударной волны на синусоидально возмущенный слой смешения с учетом отражения от стенки. Рассмотрим развитие возмущений в слое смешения при падении на него ударной волны в случае, когда газ 2 является легким, а газ 1 тяжелым (см. рис. 1).

На рис. 3 приведены изолинии молярной концентрации тяжелого газа SF_6 в различные моменты времени после начала взаимодействия с падающей ударной волной. Рассматривалось прохождение ударной волны с числом Маха $M = 1,32$ из воздуха в газ SF_6 (коэффициент диффузии $D = 0,097 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ [18], отношение масс молекул $m_{air}/m_{\text{SF}_6} = 29,04/146,07$, расстояние от середины слоя смешения до торца в начальный момент равно 10 см, начальная ширина слоя смешения — 15 мм, начальная длина волны возмущения — 6 см, начальная амплитуда возмущения — 1 мм).

В результате взаимодействия ударной волны со слоем смешения происходит его сжатие, после выхода ударной волны из слоя амплитуда возмущения начинает увеличиваться так же, как описано в работе [12]. Затем происходит взаимодействие слоя с отраженной от торца ударной волной, что приводит к его выпрямлению ($t = 0,9 \text{ мс}$), и смена фазы возмущения (отраженная волна распространяется из тяжелого газа в легкий). В дальнейшем возникает струя тяжелого газа с образованием грибовидной структуры и формированием вихрей на границе струи.

На рис. 4 приведены зависимости амплитуды возмущений от времени, полученные в настоящей работе и экспериментальной работе [9], для ударной волны с числом Маха $M = 1,32$, распространяющейся из воздуха в газ SF_6 (через t_1 , t_2 обозначены времена первого контакта отраженной ударной волны со слоем смешения, соответствующие кривым 1, 2). Видно, что после взаимодействия отраженной ударной волны со слоем смешения резко увеличивается амплитуда возмущений.

На рис. 5 для ударной волны с числом Маха $M = 1,32$, распространяющейся из воздуха в газ SF_6 , приведена зависимость амплитуды возмущений от времени при различных значениях параметров. Установлено, что увеличение амплитуды возмущения, уменьшение длины волны возмущения и уменьшение начальной ширины слоя приводят к более быстрому росту амплитуды возмущения. На рис. 5 приведены также результаты расче-

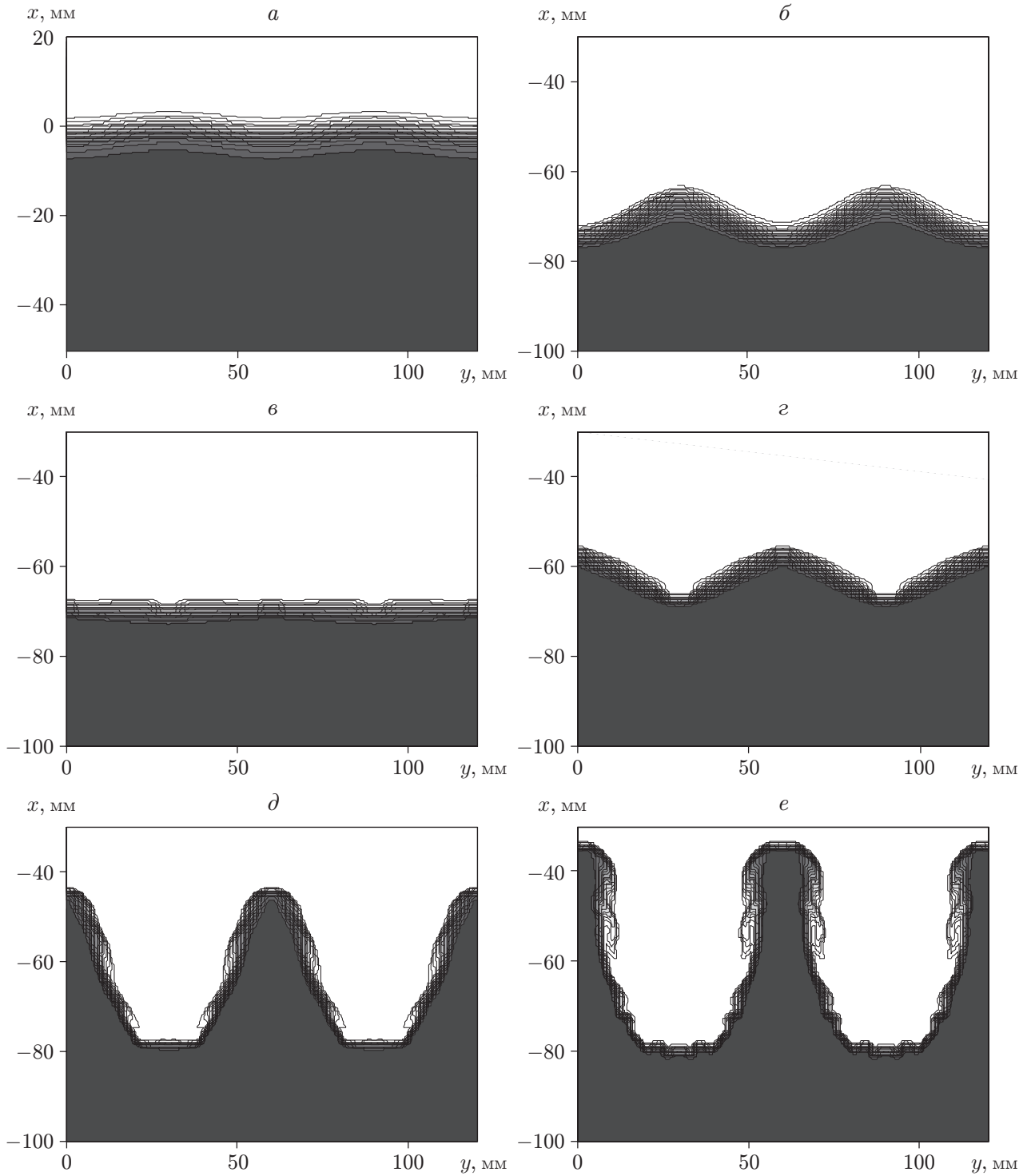


Рис. 3. Изолинии молярной концентрации газа SF₆ при распространении ударной волны из легкого газа в тяжелый в различные моменты времени:
a — $t = 0$; *б* — $t = 0,7$ мс; *в* — $t = 0,9$ мс; *г* — $t = 1,1$ мс; *д* — $t = 1,5$ мс; *е* — $t = 2,0$ мс

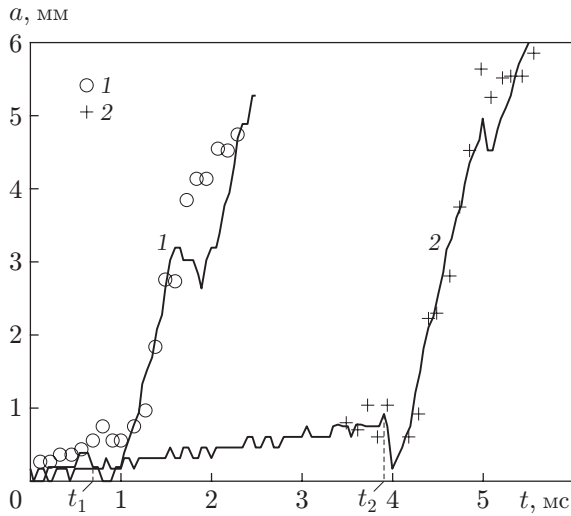


Рис. 4

Рис. 4. Зависимости амплитуды возмущений от времени при различном расстоянии от середины слоя смешения до торца в начальный момент:

1 — 10 см, 2 — 55 см; линии — расчет, точки — эксперимент [9]

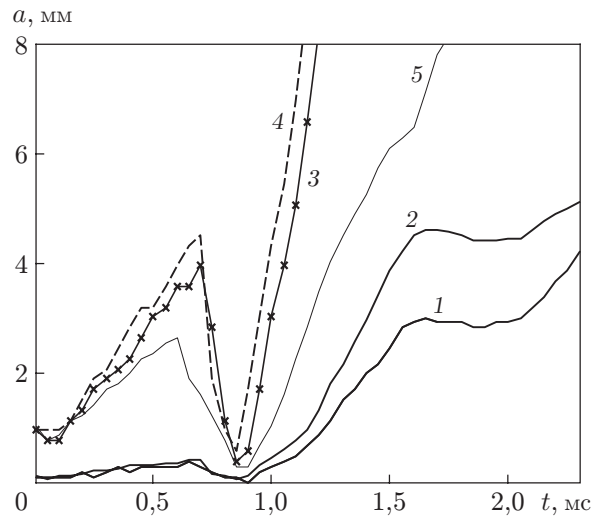


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость амплитуды возмущений от времени при различных значениях параметров:

1–4 — в случае, когда ударная волна распространяется из воздуха в газ SF_6 (1 — $a_0 = 0,1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 15$ мм; 2 — $a_0 = 0,1$ мм, $\lambda = 5$ см, $\delta_0 = 15$ мм; 3 — $a_0 = 1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 15$ мм; 4 — $a_0 = 1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 7$ мм); 5 — в случае, когда ударная волна распространяется из аргона в ксенон ($a_0 = 1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 15$ мм)

та увеличения амплитуды возмущений при переходе ударной волны из аргона в ксенон (отношение масс молекул равно 3,28 (кривая 5), в то время как для воздуха и газа SF_6 отношение масс молекул составляет 5,03 (кривая 3)). Видно, что при увеличении отношения масс молекул газов амплитуда возмущений увеличивается.

Рассмотрим развитие возмущений в слое смешения при падении на него ударной волны в случае, когда газ 2 является тяжелым (SF_6), газ 1 легким (воздух). При этом ударная волна с числом Маха $M = 1,32$ распространяется из газа SF_6 в воздух, расстояние от середины слоя смешения до торца в начальный момент равно 10 см, начальная ширина слоя смешения — 15 мм, начальная длина волны возмущения — 6 см, начальная амплитуда возмущения — 1 мм.

На рис. 6 приведены изолинии молярной концентрации тяжелого газа SF_6 в различные моменты времени после начала взаимодействия с падающей ударной волной. В данном случае падающая ударная волна распространяется из тяжелого газа в легкий, и смена фазы возмущения происходит до прихода отраженной ударной волны. В дальнейшем в результате дополнительных воздействий отраженных волн сжатия формируется струя тяжелого газа с последующим образованием грибовидной структуры.

На рис. 7 для ударной волны с числом Маха $M = 1,32$, распространяющейся из газа SF_6 в воздух, приведена зависимость амплитуды возмущений от времени при различных значениях параметров. Видно, что увеличение амплитуды возмущений, уменьшение длины волны возмущения, уменьшение начальной ширины слоя и увеличение числа Маха приводят к более быстрому увеличению амплитуды возмущений. В случае распространения ударной волны из легкого газа в тяжелый имеет место более интенсивный рост

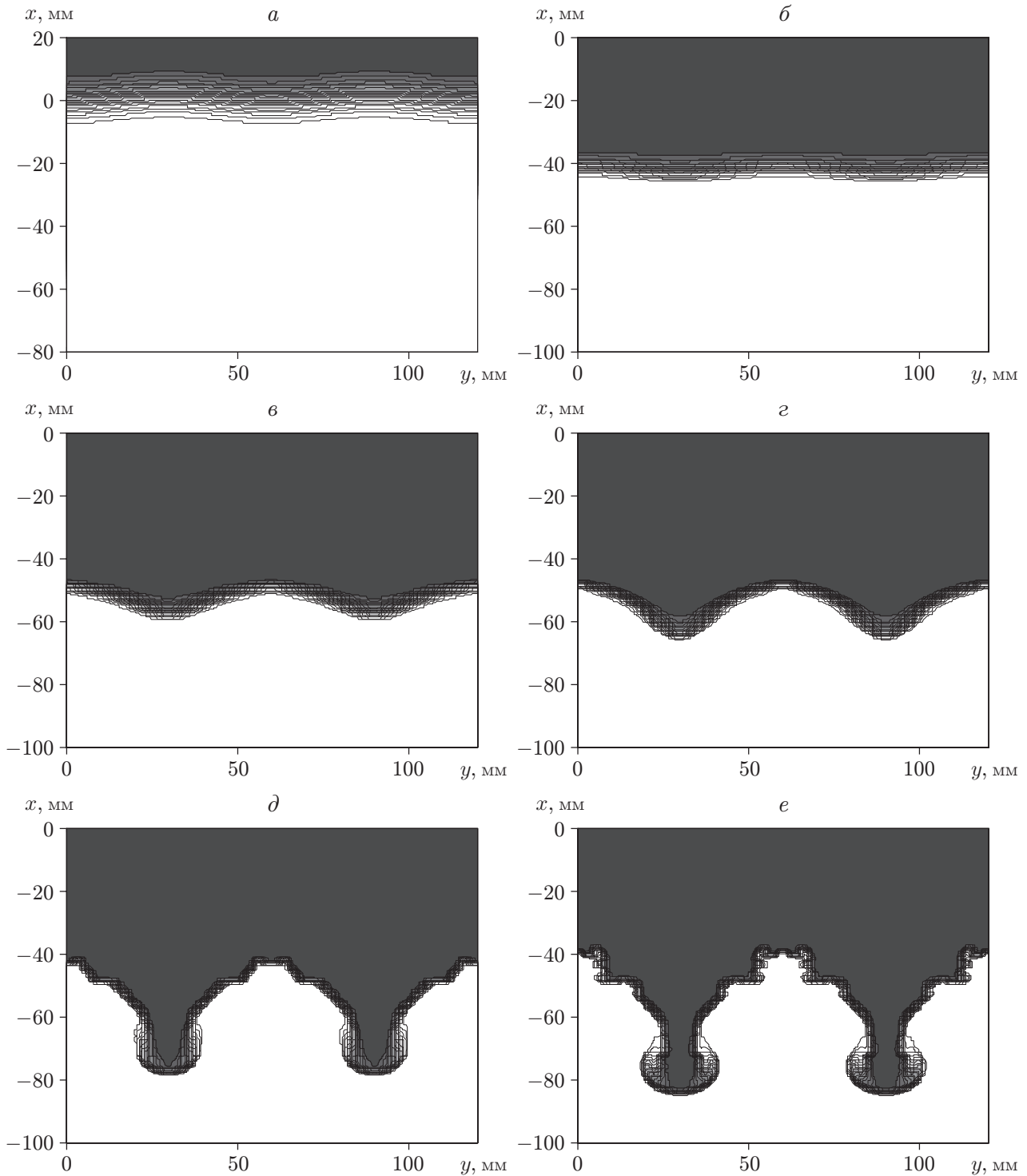


Рис. 6. Изолинии молярной концентрации газа SF₆ при распространении ударной волны из тяжелого газа в легкий в различные моменты времени:

a — $t = 0$; *б* — $t = 0,5$ мс; *в* — $t = 0,9$ мс; *г* — $t = 1,2$ мс; *д* — $t = 2$ мс; *е* — $t = 2,5$ мс

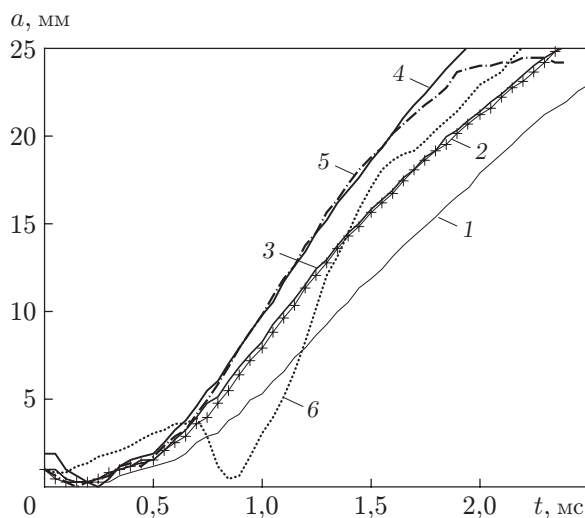


Рис. 7. Зависимости амплитуды возмущений от времени при различных значениях параметров:

1–5 — в случае, когда ударная волна распространяется из газа SF_6 в воздух (1 — $a_0 = 1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 15$ мм, $M = 1,32$; 2 — $a_0 = 1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 7$ мм, $M = 1,32$; 3 — $a_0 = 1$ мм, $\lambda = 4$ см, $\delta_0 = 7$ мм, $M = 1,32$; 4 — $a_0 = 2$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 15$ мм, $M = 1,32$; 5 — $a_0 = 1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 15$ мм, $M = 1,5$); 6 — в случае, когда ударная волна распространяется из воздуха в газ SF_6 ($a_0 = 1$ мм, $\lambda = 6$ см, $\delta_0 = 15$ мм, $M = 1,32$ (кривая 3 на рис. 5))

возмущений, чем в случае распространения ударной волны из тяжелого газа в легкий. Замедление роста возмущений при $M = 1,5$ (кривая 5) обусловлено тем, что слой достигает торца канала.

Выводы. С использованием математической модели двухскоростной двухтемпературной смеси газов [12–15] описаны процессы, протекающие при взаимодействии ударных волн с синусоидально возмущенной областью смешения двух газов с учетом многократного отражения волн от торца.

Анализ волновых картин течения для случаев, когда вблизи стенки расположен легкий либо тяжелый газ, показал, что они существенно различаются.

Математическая модель верифицирована на основе результатов измерений амплитуды возмущений слоя смешения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Richtmyer R. D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids // Comm. Pure Appl. Math. 1960. V. 13. P. 297–319.
2. Мешков Е. Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1969. № 5. С. 151–157.
3. Белоцерковский О. М., Демченко В. В., Опарин А. М. Последовательный переход к турбулентности в неустойчивости Рихтмайера — Мешкова // Докл. АН. 1994. Т. 334, № 5. С. 581–583.
4. Lebo I. G., Nikishin V. V., Rozanov V. B., Tishkin V. F. On the effect of boundary conditions on the instability growth at a contact surface in passage of a shock wave // Bull. Lebedev Phys. Inst. 1997. N 1. P. 40–47.

5. **Youngs D. L.** Numerical simulation of mixing by Rayleigh — Taylor and Richtmyer — Meshkov instabilities // *Laser Particle Beams*. 1994. V. 12, N 4. P. 725–750.
6. **Chandrasekhar S.** Hydrodynamics and hydromagnetic stability. Oxford: Oxford Univ., 1961. P. 428–436.
7. **Chakraborty B. B.** Rayleigh — Taylor instability of heavy fluid // *Phys. Fluids*. 1975. V. 18, N 8. P. 1066–1067.
8. **Duff R. E., Harlow F. H., Hirt C. W.** Effects of diffusion on interface instability between gases // *Phys. Fluids*. 1962. V. 5, N 4. P. 417–425.
9. **Brouillette M., Sturtevant B.** Experiments on the Richtmyer — Meshkov instability: single-scale perturbations on a continuous interface // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 263. P. 271–292.
10. **Зайцев С. Г., Титов С. Н., Чеботарева Е. И.** Эволюция переходного слоя, разделяющего разноплотные газы, при прохождении через него ударной волны // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1994. № 2. С. 18–26.
11. **Куропатенко В. Ф.** Неустановившиеся течения многокомпонентных сред // *Численные методы решения задач фильтрации. Динамика многофазных сред*. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1989. С. 128–155.
12. **Руев Г. А., Федоров А. В., Фомин В. М.** Развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова при взаимодействии диффузионного слоя смешения двух газов с ударными волнами // *ПМТФ*. 2005. Т. 46, № 3. С. 3–11.
13. **Ruev G. A., Fedorov A. V., Fomin V. M.** Development of the Rayleigh — Taylor instability due to interaction of a diffusion mixing layer of two gases with compression waves // *Shock Waves*. 2006. V. 16, N 1. P. 65–74.
14. **Киселев С. П.** Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С. П. Киселев, Г. А. Руев, А. П. Трунев, В. М. Фомин, М. Ш. Шавалиев. Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1992.
15. **Руев Г. А., Федоров А. В., Фомин В. М.** Эволюция диффузионного слоя смешения двух газов при взаимодействии его с ударными волнами // *ПМТФ*. 2004. Т. 45, № 3. С. 24–31.
16. **Anderson W. K., Thomas J. L., Van Leer B.** Comparison of finite volume flux vector splittings for the Euler equations // *AIAA J.* 1986. V. 24, N 9. P. 1453–1460.
17. **Chakravathy S. R., Osher S. A.** A new class of high accuracy TVD schemes for hyperbolic conservation laws. N. Y., 1985. (Paper / AIAA; N 85-0363).
18. **Brouillette M., Sturtevant B.** Growth induced by multiple shock waves normally incident on plane gaseous interfaces // *Physica D*. 1989. V. 37. P. 248–263.

*Поступила в редакцию 6/V 2009 г.,
в окончательном варианте — 17/VI 2009 г.*
