

## ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДОВ ПРИ МАЛОЙ АЗИМУТАЛЬНОЙ АСИММЕТРИИ ЗАГОТОВКИ

М. Е. Жаботинский, А. В. Фойгель

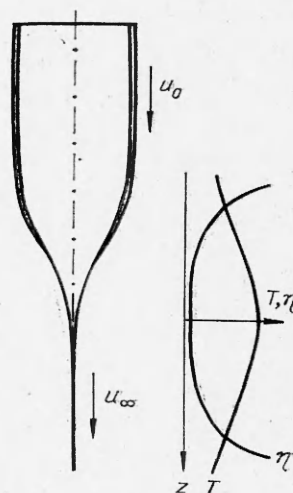
(Москва)

Одним из возможных типов волоконных световодов является прозрачный микрокапилляр (МК). Малые потери при распространении света по МК возможны, если его поперечное сечение достаточно близко к концентричному круговому кольцу и постоянно по длине волокна. С физической точки зрения процесс формирования световода представляет собой течение несжимаемой ньютоновой жидкости с переменной вязкостью (некоторые полимеры не являются ньютоновскими жидкостями, поэтому здесь не рассматриваются).

В работе [1] рассмотрена вытяжка МК из заготовки — твердого полого цилиндра заданных размеров. Заготовка и все внешние условия, при которых производится вытяжка, считались осесимметричными, вследствие чего вытягиваемый МК также был осесимметричен с круговым концентричным сечением. В [1] получены уравнения для формы струи (перехода от заготовки к МК) и найдена зависимость размеров вытягиваемого МК от параметров процесса. Ниже рассмотрена вытяжка МК из заготовки с учетом малой реальной неосесимметрии последней, найдена степень неосесимметрии МК и исследована ее зависимость от параметров процесса.

1. Во всех отношениях, кроме предположения о неосесимметрии процесса, постановка задачи та же, что и в [1]: распределение температуры считается заданным; во всех сечениях толщина стенки заготовки и струи предполагается малой по сравнению с ее радиусом; в силу тонкостенности температура принимается одинаковой во всех точках поперечного сечения струи и зависящей только от продольной координаты  $z$ ; вязкость является известной функцией температуры и ее распределение описывается заданной функцией  $\eta(z)$  (фиг. 1, где справа приведены типичные профили температуры печи и вязкости материала),  $\eta(z) \rightarrow \infty$  при  $z \rightarrow \pm \infty$ ; заданными величинами считаются скорость подачи заготовки  $u_0$  и скорость вытяжки МК  $u_\infty$ . Учитывается поверхностное натяжение  $\sigma$  и перепад давления воздуха  $\Delta p = p_1 - p_2$  между каналом и внешней средой, величины  $\sigma$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  полагаются одинаковыми для всех участков струи.

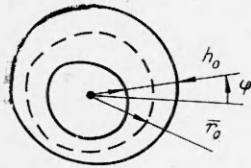
Форма поперечного сечения заготовки (фиг. 2, где для наглядности неосесимметрия сечения и толщина стенки по сравнению с радиусом сильно преувеличены) считается заданной и описывается двумя функциями азимутального угла  $\varphi$ :  $h_0(\varphi)$  — толщина стенки,  $\bar{r}_0(\varphi)$  — средний радиус. В разложении функций  $h_0(\varphi)$  и  $\bar{r}_0(\varphi)$  в ряды Фурье



Ф и г. 1

$$(1.1) \quad h_0(\varphi) = h_0^{(0)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{n,0} \cos n\varphi \right]; \quad \bar{r}_0(\varphi) = \bar{r}_0^{(0)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \rho_{n,0} \cos n\varphi \right]$$

величины  $h_0^{(0)}$  и  $\bar{r}_0^{(0)}$  есть средние значения,  $\kappa_{n,0}$  и  $\rho_{n,0}$  — относительные



Ф и г. 2

амплитуды гармоник толщины стенки и среднего радиуса \*. Выбором начала системы координат всегда можно получить

$$(1.2) \quad \rho_{1,0} = 0.$$

Неосесимметрия поперечного сечения заготовки предполагается малой

$$(1.3) \quad |\kappa_{n,0}| \ll 1; |\rho_{n,0}| \ll 1, n = 1, 2, 3, \dots$$

Искомой является форма поперечного сечения МК, описываемая функциями  $h_\infty(\varphi)$  и  $\bar{r}_\infty(\varphi)$ ,

(1.4)

$$h_\infty(\varphi) = h_\infty^{(0)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{n,\infty} \cos n\varphi \right]; \quad \bar{r}_\infty(\varphi) = \bar{r}_\infty^{(0)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \rho_{n,\infty} \cos n\varphi \right].$$

В силу осесимметрии всех внешних условий в первом приближении по малым величинам (1.3) средние значения  $h_\infty^{(0)}$  и  $\bar{r}_\infty^{(0)}$  не зависят от величин  $\kappa_{n,0}$ ,  $\rho_{n,0}$  и могут быть найдены из решения осесимметричной задачи [1], а относительные амплитуды  $n$ -й гармоники в (1.4) зависят от относительных амплитуд только этой же  $n$ -й гармоники в (1.1)

$$(1.5a) \quad \kappa_{n,\infty} = A_n \kappa_{n,0} + B_n \rho_{n,0};$$

$$(1.5б) \quad \rho_{n,\infty} = C_n \kappa_{n,0} + D_n \rho_{n,0}.$$

Цель работы — определить коэффициенты перехода  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$ ,  $D_n$  и исследовать их зависимости от параметров процесса.

2. Ищем решение поставленной задачи в виде малого (в силу (1.3)) неосесимметричного возмущения найденного в [1] осесимметричного течения жидкости. Представим давление  $p$ , компоненты скорости течения жидкости  $v_r$ ,  $v_\varphi$ ,  $v_z$ , радиусы внутренней и внешней границ струи  $r_1(z, \varphi)$ ,  $r_2(z, \varphi)$  и связанные с ними толщину стенки  $h(z, \varphi)$  и средний радиус струи  $\bar{r}(z, \varphi)$

$$(2.1) \quad h(z, \varphi) = r_2(z, \varphi) - r_1(z, \varphi); \quad \bar{r}(z, \varphi) = (1/2)[r_1(z, \varphi) + r_2(z, \varphi)]$$

в виде суммы величин нулевого (по степеням  $\kappa_{n,0}$ ,  $\rho_{n,0}$ ) и первого приближений

$$(2.2) \quad p = p^{(0)} + p^{(1)}; \quad v_r = v_r^{(0)} + v_r^{(1)}; \quad v_\varphi = 0 + v_\varphi^{(1)}; \quad v_z = v_z^{(0)} + v_z^{(1)}; \\ r_1 = r_1^{(0)} + r_1^{(1)}; \quad r_2 = r_2^{(0)} + r_2^{(1)}; \quad h = h^{(0)} + h^{(1)}; \quad \bar{r} = \bar{r}^{(0)} + \bar{r}^{(1)}.$$

Величины с верхним индексом 1, зависящие от  $\varphi$ , малы по сравнению с соответствующими величинами с верхним индексом 0, которые от угла  $\varphi$  не зависят и описывают осесимметричное течение.

Уравнения осесимметричного течения получены в работе [1] упрощением уравнений Навье — Стокса, уравнения неразрывности и граничных

\* В формуле (1.1) опущено разложение по  $\sin n\varphi$ . Анализ полного решения с учетом  $\sin n\varphi$  показывает, что их учет ничего нового не дает.

условий на боковых поверхностях на основе предположения об относительной тонкостенности заготовки и о малости угла наклона границы струи  $\theta$  в плоскости  $r - z$  имеют вид

$$(2.3a) \quad h_0^{(0)} / \bar{r}_0^{(0)} \ll 1;$$

$$(2.3b) \quad \theta \sim \bar{r}_0^{(0)} / l \ll 1,$$

где  $l$  — единственный характерный размер по оси  $z$ , имеющий смысл длины зоны нагрева

$$(2.4) \quad l/\eta_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dz/\eta(z)$$

( $\eta_0$  — минимальная вязкость). После введения безразмерных параметров и безразмерных переменных

$$(2.5) \quad U_\infty = \frac{u_\infty}{u_0}; \quad w = \ln U_\infty; \quad P = \frac{\Delta \rho_0^{(0)} l}{2\eta_0 u_0 h_0^{(0)} w}; \quad Q = \frac{\sigma l}{\eta_0 u_0 h_0^{(0)} w};$$

$$(2.6) \quad s(z) = w\eta_0/l \int_{-\infty}^z d\zeta/\eta(\zeta) \quad (s(-\infty) = 0; \quad s(+\infty) = w);$$

$$(2.7) \quad H[s(z)] = h^{(0)}(z)/h_0^{(0)}; \quad R[s(z)] = \bar{r}^{(0)}(z)/\bar{r}_0^{(0)}; \quad U[s(z)] = v_z^{(0)}(z)/u_0$$

уравнения и краевые условия для безразмерной продольной скорости, среднего радиуса и толщины стенки струи имеют вид [1]

$$(2.8) \quad \begin{cases} dU/ds = \gamma U - QRU/3; \\ dR/ds = PR^3/3 - QR^2/2 - \gamma R/2; \end{cases}$$

$$(2.9) \quad U|_{s=0} = 1; \quad R|_{s=0} = 1; \quad U|_{s=w} = U_\infty;$$

$$(2.10) \quad H(s) = R^{-1}(s)U^{-1}(s),$$

постоянная  $\gamma$  определяется из краевых условий (2.9). Интегрирование (2.8) дало выражение для размеров МК  $h_\infty^{(0)}$  и  $\bar{r}_\infty^{(0)}$

$$(2.11) \quad h_\infty^{(0)} = h_0^{(0)} U_\infty^{-1/2} K(P, Q, w); \quad \bar{r}_\infty^{(0)} = \bar{r}_0^{(0)} U_\infty^{-1/2} K^{-1}(P, Q, w).$$

Для функции  $K$  в [1] приведен подробный график и на основе его анализа показано, что практический интерес представляют

$$(2.12) \quad Q \leq 3; \quad K > 1.$$

3. В  $r$ -й и  $\varphi$ -й компонентах уравнения Навье — Стокса, в которых ввиду малости числа Рейнольдса опущены нелинейные члены, пренебрежем, основываясь на (2.3б), слагаемым  $\partial^2 v_r^{(1)}/\partial z^2$  по сравнению с  $\partial^2 v_r^{(1)}/\partial r^2$  и слагаемым  $\partial^2 v_\varphi^{(1)}/\partial z^2$  по сравнению с  $\partial^2 v_\varphi^{(1)}/\partial r^2$ . В уравнении неразрывности, считая, что  $v_z^{(1)} \sim v_r^{(1)}$ , пренебрежем слагаемым  $\partial v_z^{(1)}/\partial z$  по сравнению с  $\partial v_r^{(1)}/\partial r$ . После этих упрощений давление  $p^{(1)}$  и поперечные компоненты скорости  $v_r^{(1)}$ ,  $v_\varphi^{(1)}$  удовлетворяют двумерным уравнениям Навье — Стокса и двумерному уравнению неразрывности, в которые переменная  $z$  входит только параметрически,

$$(3.1) \quad \nabla_t p^{(1)} = \eta(z) \nabla_t^2 \mathbf{v}_t^{(1)}; \quad \nabla_t \cdot \mathbf{v}_t^{(1)} = 0,$$

где  $\nabla_t = \left( \frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$  — оператор дифференцирования по поперечным координатам;  $\mathbf{v}_t^{(1)} = (v_r^{(1)}, v_\varphi^{(1)})$ . Уравнения (3.1) сводятся к бигармоническому уравнению для функции тока, решая которое, имеем

$$(3.2) \quad v_r^{(i)} = \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_n(r) \cos n\varphi = (a_1 r^2 + b_1 + c_1 \ln r + d_1 r^{-2}) \cos n\varphi + \\ + \sum_{n=2}^{\infty} (a_n r^{n+1} + b_n r^{n-1} + c_n r^{-n+1} + d_n r^{-n-1}) \cos n\varphi$$

и аналогичные выражения для  $v_\varphi^{(1)}$  и  $p^{(1)}$ , содержащие произвольные постоянные  $a_n, b_n, c_n, d_n$ . Частное решение находится из требования выполнения граничных условий на боковых поверхностях струи, которые после линеаризации с учетом малости всех величин, зависящих от угла  $\varphi$ , имеют вид

$$(3.3) \quad \left[ -p^{(1)} + 2\eta \frac{\partial v_r^{(1)}}{\partial r} \right] \Big|_{r=r_i^{(0)}} = \frac{(-1)^i \sigma}{(r_i^{(0)})^2} \left[ r_i^{(1)} + \frac{d^2 r_i^{(1)}}{d\varphi^2} \right] - 2\eta \frac{\partial^2 v_r^{(0)}}{\partial r^2} \Big|_{r=r_i^{(0)}} r_i^{(1)}, \\ i = 1, 2;$$

$$(3.4) \quad \eta \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\varphi^{(1)}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r^{(1)}}{\partial \varphi} \right] \Big|_{r=r_i^{(0)}} = \frac{1}{r_i^{(0)}} \frac{dr_i^{(1)}}{d\varphi} \left[ p_i + \right. \\ \left. + \frac{(-1)^i \sigma}{r} - p^{(0)} + 2\eta \frac{v_r^{(0)}}{r} \right] \Big|_{r=r_i^{(0)}}, \quad i = 1, 2$$

( $i = 1$  соответствует внутренней поверхности,  $i = 2$  — внешней). Ищем возмущение толщины стенки  $h^{(1)}(z, \varphi)$  и среднего радиуса струи  $\bar{r}^{(1)}(z, \varphi)$  в виде

$$(3.5) \quad h^{(1)}(z, \varphi) = h_0^{(0)} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n [s(z)] \cos n\varphi; \quad \bar{r}^{(1)}(z, \varphi) = \bar{r}_0^{(0)} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n [s(z)] \cos n\varphi.$$

Для величин  $r_i^{(1)}(z, \varphi)$  из формул (2.1), (2.2) следует

$$(3.6) \quad r_i^{(1)}(z, \varphi) = \bar{r}_0^{(0)} \sum_{n=1}^{\infty} \{ (-1)^i \alpha_n [s(z)] \cdot \varepsilon/2 + \beta_n [s(z)] \} \cos n\varphi, \quad i = 1, 2,$$

где  $\varepsilon = h_0^{(0)}/\bar{r}_0^{(0)}$ .

Подставляя в (3.3), (3.4) формулы (3.2), (3.6) и величины нулевого приближения  $p^{(0)}, v_r^{(0)}$  из [1], получаем для каждого значения  $n$  систему четырех линейных алгебраических уравнений относительно  $a_n, b_n, c_n, d_n$ , содержащую  $\alpha_n, \beta_n$  в правой части. Определяя из этой системы постоянные  $a_n, b_n, c_n, d_n$  и подставляя их в (3.2), находим выражения для коэффициентов Фурье  $\vartheta_n$  возмущения радиальной скорости  $v_r^{(1)}$  через коэффициенты Фурье  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  возмущения толщины стенки  $h^{(1)}$  и среднего радиуса  $\bar{r}^{(1)}$ , которые не выписываем.

Для получения замкнутой системы уравнений относительно величин  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  необходимо связать изменение по  $z$  возмущений радиусов внутрен-

ней и внешней границ с возмущением радиальной скорости. Для этого уравнение

$$dr_i/dt = v_r|_{r=r_i}, \quad i = 1, 2,$$

связывающее полное изменение во времени радиуса границы с радиальной скоростью, разложим по степеням возмущения

$$(3.7) \quad dr_i^{(0)}/dt = v_r^{(0)}|_{r=r_i^{(0)}}; \quad dr_i^{(1)}/dt = [v_r^{(1)} + r_i^{(1)}\partial v_r^{(0)}/\partial r]|_{r=r_i^{(0)}}, \quad i = 1, 2.$$

Подставляя  $v_r^{(i)}$  и (3.6) в (3.7) и учитывая, что

$$dt = dz/v_z^{(0)},$$

получаем систему дифференциальных уравнений для величин  $\alpha_n$  и  $\beta_n$ . Выпишем ее отдельно для  $n = 1$  и для  $n \geq 2$ , поскольку коэффициенты Фурье в (3.2) при  $n = 1$  и  $n \geq 2$  выписываются по-разному. Используя (2.5)–(2.7), имеем

$$(3.8) \quad \begin{cases} \frac{d\alpha_1}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{U} \frac{dU}{ds}, \\ \frac{d\beta_1}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{\beta_1}{U} \frac{dU}{ds}; \end{cases}$$

$$(3.9) \quad \left\{ \frac{d\alpha_n}{ds} = Q \left[ -R \frac{\alpha_n}{2} + H\beta_n \right] - \frac{1}{2} \frac{\alpha_n}{U} \frac{dU}{ds}, \quad n \geq 2; \right.$$

$$(3.10) \quad \left\{ \frac{d\beta_n}{ds} = -\frac{Q}{2} \frac{R}{H} \left[ \frac{3}{n^2-1} R\alpha_n + 2H\beta_n \right] - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{6P}{n^2-1} \frac{R^4}{H^4} \beta_n - \frac{1}{2} \frac{\beta_n}{U} \frac{dU}{ds}, \right.$$

где  $R(s)$ ,  $H(s)$ ,  $U(s)$  — безразмерные величины нулевого приближения. Коэффициенты при  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  в правых частях (3.9), (3.10), пропорциональные  $P$  и  $Q$ , разложены по степеням малого (согласно (2.3а)) параметра  $\varepsilon$ , и оставлены лишь старшие члены. В правой части (3.10) первое слагаемое сохранено наряду со вторым, содержащим  $1/\varepsilon^2$ , поскольку, в частности, возможно  $P = 0$ ,  $Q > 0$ .

Сопоставление (3.5) и (1.1) дает начальные условия для  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$

$$(3.11) \quad \alpha_n|_{s=0} = \kappa_{n,0}; \quad \beta_n|_{s=0} = \rho_{n,0}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

4. Пусть  $\alpha'_n$ ,  $\beta'_n$  и  $\alpha''_n$ ,  $\beta''_n$  — решения при начальных условиях

$$(4.1) \quad \alpha'_n|_{s=0} = 1; \quad \beta''_n|_{s=0} = 0;$$

$$(4.2) \quad \alpha''_n|_{s=0} = 0; \quad \beta'_n|_{s=0} = 1.$$

Тогда из (1.4), (1.5), (2.11), (3.6), (3.11) для искомых коэффициентов перехода  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$ ,  $D_n$  имеем

$$(4.3) \quad \begin{cases} A_n = U_\infty^{1/2} K^{-1} \alpha'_n|_{s=w}, & B_n = U_\infty^{1/2} K^{-1} \alpha''_n|_{s=w}; \\ C_n = U_\infty^{1/2} K \beta'_n|_{s=w}, & D_n = U_\infty^{1/2} K \beta''_n|_{s=w}. \end{cases}$$

При  $n = 1$  из (3.8), (4.1)–(4.3) находим

$$(4.4) \quad A_1 = K^{-1}(P, Q, w); \quad B_1 = C_1 = 0; \quad D_1 = K(P, Q, w),$$

откуда в силу (1.2), (1.5)  $\rho_{1,\infty} = 0$ , что и следовало ожидать. При  $n \geq 2$  рассмотрим сначала случай  $P = 0$ . Фундаментальные решения системы (3.9), (3.10) при  $P = 0$  с учетом (2.8)–(2.10) есть

$$\alpha_n = (H/R)^{\lambda_j} U^{-1/2}; \quad \beta_n = (\lambda_j + 1/2) (H/R)^{\lambda_j - 1} U^{-1/2},$$

где

$$\lambda_j = (-1/4) [1 \pm \sqrt{(n^2 - 25)/(n^2 - 1)}], \quad j = 1, 2$$

(при  $j = 5$  имеет место вырождение:  $\lambda_1 = \lambda_2$ , и второе решение содержит множитель  $\ln(H/R)$ ). Комбинируя фундаментальные решения так, чтобы удовлетворить начальным условиям (4.1) или (4.2), получаем из (4.3) с учетом (2.7), (2.11) при  $n \leq 4$  (ограничимся здесь этим случаем)

$$\begin{cases} A_n = K^{-3/2} \sin\left(v_n - \frac{1}{2} \operatorname{tg} v_n \cdot \ln K\right) / \sin v_n; \\ B_n = 4K^{-3/2} \sin\left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} v_n \cdot \ln K\right) \operatorname{ctg} v_n; \\ C_n = -\frac{1}{16} B_n / \cos^2 v_n, \quad D_n = K^{-3/2} \sin\left(v_n + \frac{1}{2} \operatorname{tg} v_n \cdot \ln K\right) / \sin v_n, \end{cases}$$

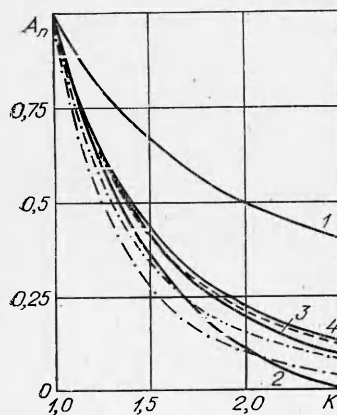
где

$$K = K(O, Q, w); \quad v_n = \arcsin [\sqrt{(25 - n^2)/24}].$$

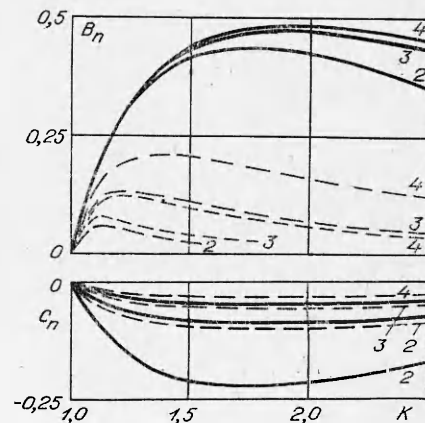
При  $P > 0$  уравнения (3.9), (3.10) в квадратурах не решаются. Искомые величины  $A_n, B_n, C_n, D_n$  находятся из (4.3) после численного интегрирования (3.9), (3.10) с начальными условиями (4.1) или (4.2) при различных значениях параметров  $P, Q, w$ .

5. Каждый из коэффициентов есть функция трех переменных  $P, Q, w$ , причем, как и в [1], явной зависимостью от  $w$  в интересующем нас диапазоне  $w = \ln(10^3) \dots \ln(10^5)$  можно пренебречь.

На фиг. 3 показана зависимость коэффициентов  $A_n$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) от  $K$  при различных значениях отношения  $P/Q = \Delta p / (2\sigma \bar{r}_0^{(0)})$ , которое описывает соотношение перепада давления воздуха и давления сил



Фиг. 3



Фиг. 4

поверхностного натяжения (сплошная линия —  $P/Q = 0$ ; короткие штрихи —  $P/Q = 0,2$ ; короткий штрихпунктир —  $P/Q = 0,75$ ; длинный штрихпунктир —  $P/Q = 1$ . Числа у кривых — номер гармоники  $n$ . Ненумерованные кривые при  $P/Q \geq 0,2$  соответствуют одновременно  $n = 2, 3, 4$ ). Использование в качестве аргумента не  $Q$ , а  $K(P, Q, w)$  обусловлено следующим: при условии (2.12) всегда имеет место отклонение от подобия [1], параметры процесса должны быть выбраны так, чтобы коэффициент этого отклонения был не слишком большим:

(5.1)

$$[(h_{\infty}^{(0)}/\bar{r}_{\infty}^{(0)})/(h_0^{(0)}/\bar{r}_0^{(0)})]^{1/2} \equiv K(P, Q, w) \leq K_* \equiv [(h_{\infty}^{(0)}/\bar{r}_{\infty}^{(0)})/(h_0^{(0)}/\bar{r}_0^{(0)})_{\min}]^{1/2},$$

поскольку отношение  $h_{\infty}^{(0)}/\bar{r}_{\infty}^{(0)}$  для МК фиксировано, а отношение  $h_0^{(0)}/\bar{r}_0^{(0)}$  для заготовки не может быть сколь угодно малой величиной; для типичных значений всех параметров  $K_* \sim 2$ . Вытекающее из (5.1) ограничение на  $Q$  зависит от  $P$ , поэтому неудобно использовать  $Q$  в качестве аргумента.

На фиг. 4, 5 приведены графики для коэффициентов  $B_n, C_n, D_n$  ( $n = 2, 3, 4$ ), длинные штрихи —  $P/Q = 0,1$ . Кривые для  $n = 1$  отсутствуют, поскольку  $B_1 = C_1 = 0$ , а  $D_1$  не представляет интереса в силу (1.2). Графики на фиг. 3—5 построены для  $\varepsilon = 0,1$ ; графики для  $\varepsilon = 0,05$  и  $0,2$  существенно не отличаются от приведенных.

6. Азимутальные неоднородности (неосесимметрия поперечного сечения) заготовки, описываемые тем, что для некоторых номеров  $n$   $\kappa_{n,0} \neq 0$  или  $\rho_{n,0} \neq 0$ , порождают, согласно (1.5), азимутальные неоднородности  $\kappa_{n,\infty}, \rho_{n,\infty}$  вытягиваемого МК. Влияние неосесимметрии заготовки на МК описывается коэффициентами перехода  $A_n, B_n, C_n, D_n$ : чем меньше значения коэффициентов, тем сильнее сглаживаются в процессе вытяжки азимутальные неоднородности. Отметим, что в реальной заготовке  $|h_0^{(0)}\kappa_{n,0}| \sim |\bar{r}_0^{(0)}\rho_{n,0}|$  при  $n \geq 2$ , поэтому

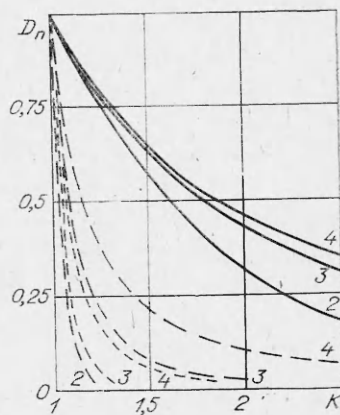
$$(6.1) \quad |\rho_{n,0}| \sim \varepsilon |\kappa_{n,0}|;$$

это обстоятельство необходимо учитывать при попарном сравнении  $A_n$  и  $B_n, C_n$  и  $D_n$ .

Электродинамический расчет [2], подтвержденный экспериментом, показывает, что потери при распространении света по световоду рассматриваемого типа зависят главным образом от азимутальных неоднородностей толщины стенок, поэтому ограничимся здесь исследованием зависимости коэффициентов  $A_n$  и  $B_n$  от параметров процесса.

Анализ графиков для  $A_n, B_n$  показывает, что с учетом (6.1) при  $n \geq 2$  и  $P/Q = 0$  в формуле (1.5а) оба слагаемых одного порядка. Таким образом, при отсутствии перепада давления ( $\Delta p = 0$ ) азимутальные неоднородности толщины стенки и среднего радиуса заготовки примерно одинаково сказываются на азимутальных неоднородностях толщины стенки МК.

При  $n \geq 2$  и  $P/Q \geq 0,2$  величина  $B_n$  мала по сравнению с единицей и с учетом (6.1) в формуле (1.5а) второе слагаемое



Фиг. 5

можно опустить

$$\kappa_{n,\infty} \approx A_n \kappa_{n,0},$$

эта формула в силу (4.4) справедлива и для  $n = 1$  при любом  $P/Q$ . Из графика для  $A_n$  видно, что при  $P/Q \geq 0,2$  величина  $A_n$  при  $n \geq 2$  от  $n$  не зависит. Величины  $A_2, A_3, A_4$  при  $K \leq 1,7$  тем меньше, чем больше  $P/Q$ , величина  $A_1$  в силу (4.4) от  $P/Q$  не зависит.

Итак, из фиг. 3—5 следует, что при вытяжке имеет место уменьшение относительных амплитуд гармоник толщины стенки и среднего радиуса. Для первой гармоники (внутренняя и внешняя поверхности заготовки — несоосные круговые цилиндры) уменьшение всецело определяется величиной коэффициента отклонения от подобия, поэтому с учетом ограничения (5.1), при вытяжке реально достижимо не более чем двукратное уменьшение относительной амплитуды первой гармоники толщины стенки. Для второй (поверхности заготовки — эллиптические цилиндры) и последующих гармоник при тех же значениях  $K$  достижимо уменьшение относительных амплитуд в 5—10 раз. Предпочтительным является режим с  $P/Q \sim \sim 1$ , когда, во-первых, азимутальные неоднородности среднего радиуса заготовки не сказываются на толщине стенки МК и, во-вторых, азимутальные неоднородности толщины стенки заготовки сглаживаются при вытяжке сильнее, чем при  $P/Q = 0$  и том же значении коэффициента отклонения от подобия  $K$ .

Анализ предположений, сделанных при получении уравнений (3.4), показывает, что при значениях параметров  $P$  и  $Q$ , не превышающих несколько единиц, все существенные (не слишком малые по сравнению с единицей) коэффициенты  $A_n, B_n, C_n, D_n$  соответствуют первоначальной постановке задачи.

При решении задачи предполагалось, что параметры заготовки постоянны по ее длине. Результаты, однако, легко развить на тот случай, когда азимутальные неоднородности меняются по длине заготовки, если только характерная длина  $L$  таких изменений достаточно велика,  $L \gg l/w$ .

Полученные графики для коэффициентов перехода использованы для оценки допуска на азимутальные неоднородности заготовки, из которой после вытяжки получен МК с заданным допуском на величину отклонения его поперечного сечения от концентричного кругового кольца.

Авторы выражают благодарность Б. З. Каценеленбауму за плодотворную дискуссию, А. И. Леонову за ряд замечаний, И. В. Александрову, Т. В. Бухтияровой, А. А. Дяченко, С. Я. Фельду за обсуждение работы на различных стадиях ее выполнения.

Поступила 23 V 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жаботинский М. Е., Фойгель А. В. Физика формирования волоконных световодов.— ПМТФ, 1976, № 2, с. 167.
2. Мартынова Т. А., Шевченко В. В. Волны в асимметричном газовой-диэлектрическом световоде с резонансами в стенках.— «Радиотехника и электроника», 1976, т. 21, № 7, с. 1380.