

ДВИЖЕНИЕ КУМУЛЯТИВНОЙ СТРУИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Ю. А. Тришин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Задача о движении кумулятивной струи в пористой среде эквивалентна задаче обтекания затупленного цилиндра гиперзвуковым потоком, имеющим на бесконечности скорость, равную скорости струи в пористой среде. Картина движения среды при обтекании такая же, как и при распространении взрывной волны от точечного взрыва цилиндрического заряда. Используя приближенную теорию сильного взрыва, получены основные соотношения для ударной волны и расширяющейся каверны при обтекании затупленного цилиндра гиперзвуковым потоком пористой среды. Проведено сравнение с экспериментом при движении медной кумулятивной струи в пористом алюминии.

Заменим струю, движущуюся в пористой среде, затупленным цилиндром диаметром d , равным диаметру головной части струи. Задача о движении затупленного цилиндра в пористой среде согласно принципу Галилея — Ньютона эквивалентна задаче обтекания неподвижного цилиндра потоком жидкости, имеющим на бесконечности скорость u_0 , равную скорости движения струи в пористой среде.

В целом проблема теоретического исследования задач о движении затупленных тел с большой сверхзвуковой скоростью представляет значительные математические трудности, которые полностью еще не преодолены. Однако в ряде случаев приближенное решение этой проблемы удается найти сравнительно простыми средствами.

Будем считать, что скорость набегающего потока u_0 постоянна и направлена вдоль оси симметрии цилиндра. Выберем систему координат так, чтобы направление движения пористой среды совпадало с направлением оси x ; координату в направлении, перпендикулярном к оси x , обозначим через r ; начало координат выберем в центре передней части тела (рис. 1).

Решение задачи об обтекании затупленного тела опирается на тот факт, что сопротивление передней части тела гораздо больше сопротивления для остальной части обтекаемого тонкого тела, имеющих малый наклон элементов своей поверхности к направлению потока среды. Распределение давления для части тела вне зоны затупления в основном определяется затуханием головной ударной волны.

В рассматриваемой задаче обтекания затупленный цилиндр является телом, для кото-

рого предпосылки теории тонких тел нарушаются вблизи затупления. Для таких тел возмущения вносятся в поток только передней частью тела (малые значения x , что соответствует в нестационарной задаче малым моментам времени). По мере удаления от носика тела ударная волна затухает аналогично тому, как затухает ударная волна при взрыве с ростом времени.

Среда, набегающая на тело, теряет значительную часть своей кинетической энергии при столкновении с носиком тела. Так как силы давления среды не производят работу на той части тела, которая лежит вне затупления, то полная энергия среды, приобретенная

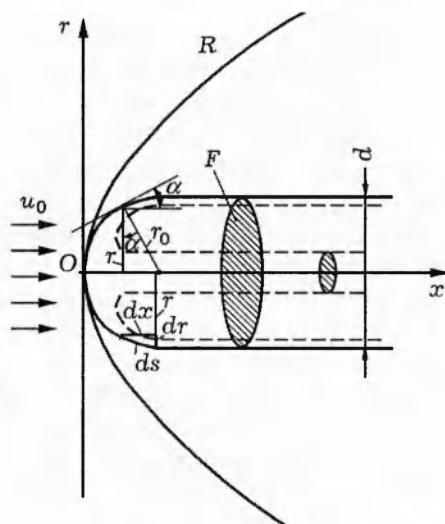


Рис. 1. Схема обтекания кумулятивной струи гиперзвуковым потоком пористой среды

частицами в головной части тела, не меняется по мере прохождения частицами пористой среды остальной части тела.

Проведенные исследования [1–3] показали, что в плоскостях, перпендикулярных к направлению невозмущенного движения среды, картина движения среды при обтекании по существу такая же, как и при распространении взрывной волны от точечного взрыва цилиндрического заряда.

Используя теорию взрыва можно получить основные данные об обтекании затупленного цилиндра потоком пористой среды. В силу эквивалентности задача об обтекании сверхзвуковым потоком затупленного цилиндра сводится к задаче о сильном взрыве с энергией на единицу толщины, равной

$$E = X = \frac{1}{2} c_p \rho_{00} u_0^2 \frac{\pi d^2}{4}, \quad (1)$$

где c_p — коэффициент давления, X — сила сопротивления затупленного цилиндра, d — диаметр цилиндра, ρ_{00} — исходная плотность пористой среды.

Найдем решение задачи о сильном цилиндрическом взрыве в пористой среде. Предположим, что вся масса среды, охваченная взрывной волной, собрана в тонкий слой у поверхности фронта взрывной волны, плотность в котором постоянна и равна плотности на фронте ρ_1 [4]. Уравнение ударной адиабаты, согласно [4], имеет вид

$$p_H(V, V_{00}) = \frac{(h - 1)p_x - 2E_x/V}{h - V_{00}/V}. \quad (2)$$

Здесь $h = 2/\Gamma_0 + 1$, где Γ_0 — коэффициент Грюнайзена; E_x — упругая составляющая внутренней удельной энергии, $E_x = \int_V^{V_0} p_x dV$, p_x — упругая составляющая давления; V_{00} — начальный удельный объем пористого вещества. Уравнение (2) описывает семейство ударных адиабат, соответствующих различным начальным объемам V_{00} , т. е. различным степеням пористости, которые можно характеризовать коэффициентом $m = V_{00}/V_0$, где V_0 — удельный объем сплошного вещества. При $m = 1$, $V_{00} = V_0$ имеем ударную адиабату сплошного вещества. При сильном взрыве $p_H \rightarrow \infty$, откуда $V_{00}/V_1 \rightarrow h$, т. е. предельный объем в сильной ударной волне равен

$$V_1 = \frac{V_{00}}{h} = \frac{V_{00}}{V_0} \frac{V_0}{h} = m \frac{V_0}{h}.$$

Таким образом, толщина пористого вещества Δr , собранного у фронта ударной волны

радиусом R , определяется из условия сохранения массы

$$2\pi R \Delta r \rho_1 = \pi R^2 \rho_{00}.$$

Отсюда следует, что

$$\Delta r = \frac{R \rho_{00}}{2 \rho_1} = \frac{R V_1}{2 V_{00}} = \frac{R}{2h}.$$

Поскольку слой достаточно тонкий, скорость в нем почти не меняется и совпадает с массовой скоростью пористого вещества на фронте волны u_1 . Из законов сохранения потоков массы и импульса на фронте ударной волны получим связь между давлением на фронте сильной волны p_1 , массовой скоростью u_1 и скоростью фронта D :

$$u_1 = \frac{h - 1}{h} D = \frac{2}{2 + \Gamma_0} D, \quad (3)$$

$$p_1 = \rho_{00} u_1 D = \rho_{00} \frac{h - 1}{h} D^2 = \frac{2\rho_{00}}{2 + \Gamma_0} D^2. \quad (4)$$

Положим давление на внутренней стороне слоя равным p_l . Пусть оно составляет долю α от давления на фронте ударной волны $p_l = \alpha p_1$. Тогда для массы среды, находящейся в слое Δr , которая равна массе пористой среды, охваченной фронтом ударной волны радиусом R и равной $M = \pi R^2 \rho_{00}$, второй закон Ньютона имеет вид [4]

$$\frac{d}{dt} (M u_1) = 2\pi R p_l = 2\pi R \alpha p_1. \quad (5)$$

На массу изнутри действует сила $2\pi R p_l$; сила, действующая извне, равна нулю, так как начальным давлением в пористой среде пренебрегаем по сравнению с давлением p_l . Подставляя в соотношение (5) значения u_1 и p_1 , выраженные через скорость фронта D (3), (4), получаем

$$\frac{d}{dt} (R^2 D) = 2\alpha R D^2. \quad (6)$$

Замечая, что

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dR} \frac{dR}{dt} = D \frac{d}{dR}$$

и интегрируя уравнение (6), находим

$$D = C R^{-2(1-\alpha)}, \quad (7)$$

где C — постоянная интегрирования. Для определения величин α и C воспользуемся законом сохранения энергии. Кинетическая энергия среды равна $E_k = M u_1^2 / 2$. Внутренняя энергия сосредоточена в полости, ограниченной тонким

слоем, давление в которой равно давлению p_l . Фактически это означает, что не вся масса заключена в тонком слое, а в полости также имеется небольшое количество вещества.

Для определения внутренней энергии пористой среды воспользуемся ударной адиабатой в форме Забабахина — Зельдовича (2), где упругая составляющая p_x взята в форме уравнения Тэта

$$p_x = B \left[\left(\frac{V_0}{V} \right)^n - 1 \right], \quad (8)$$

которое содержит параметры B и n , характеризующие материал, где $c_0^2 = nB/\rho_0$ — начальная скорость звука. Полагая $V_0/V = 1 + \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$, получаем $p_H = 2nB\varepsilon/[2 - (m-1)\Gamma_0]$ для $p_x = nB\varepsilon$. Тогда выражение для внутренней энергии E_H имеет вид

$$E_H = \frac{p_H}{2} (V_0 - V) =$$

$$= \frac{c_0^2}{2 - (m-1)\Gamma_0} [(m-1) - \varepsilon] \varepsilon,$$

где $\varepsilon > 0$ при $m < 2/\Gamma_0 + 1$ и $\varepsilon < 0$ для $m > 2/\Gamma_0 + 1$. Для упругой энергии

$$E_x = \int_V^{V_0} p_x dV = \frac{c_0^2}{2} \varepsilon^2.$$

Сравнивая E_H и E_x , видим, что для больших степеней пористости вещества ($m > 1$) доля упругой энергии значительно меньше, чем доля тепловой составляющей внутренней энергии. Тогда, следуя [4], можно связать тепловое давление и тепловую энергию, считая с некоторым приближением (что верно для больших m), что давление p_l носит тепловой характер

$$E_T = \frac{p_l V}{\Gamma_0} = \frac{\alpha p_1}{\Gamma_0} \pi R^2.$$

Таким образом,

$$E = \frac{\alpha p_1}{\Gamma_0} \pi R^2 + \rho_{00} \pi R^2 \frac{u_1^2}{2}.$$

Подставляя в эту формулу D , а также значения u_1 и p_1 , выраженное согласно соотношениям (3) и (4) через D , получаем

$$E = \pi R^2 \rho_{00} \left[\frac{2\alpha}{\Gamma_0(2 + \Gamma_0)} + \frac{2}{(2 + \Gamma_0)^2} \right] \times \\ \times C^2 R^{-4(1-\alpha)}.$$

Поскольку энергия взрыва постоянна, показатель степени у переменной величины R должен

обратиться в нуль: $2 - 4(1 - \alpha) = 0$, что дает $\alpha = 1/2$. Получающееся уравнение определяет постоянную интегрирования

$$C = \left[\frac{\Gamma_0(2 + \Gamma_0)^2}{\pi(2 + 3\Gamma_0)} \right]^{1/2} \left(\frac{E}{\rho_{00}} \right)^{1/2}.$$

Подставляя найденные значения α и C в соотношение (7), находим скорость движения фронта ударной волны в пористой среде:

$$D = \left[\frac{\Gamma_0(2 + \Gamma_0)^2}{\pi(2 + 3\Gamma_0)} \right]^{1/2} \left(\frac{E}{\rho_{00}} \right)^{1/2} R^{-1} = \beta R^{-1}. \quad (9)$$

С другой стороны, $D = dR/dt = \beta R^{-1}$. Отсюда получаем, что радиус фронта цилиндрической ударной волны R в зависимости от времени имеет следующий вид:

$$R = \left[\frac{4\Gamma_0(2 + \Gamma_0)^2}{\pi(2 + 3\Gamma_0)} \right]^{1/4} \left(\frac{E}{\rho_{00}} \right)^{1/4} t^{1/2}. \quad (10)$$

Чтобы перейти теперь от задачи о сильном взрыве в пористой среде к задаче обтекания цилиндрического тела с затупленным носиком, необходимо воспользоваться соотношением $t = x/u_0$, где u_0 — скорость обтекания затупленного цилиндра потоком пористой среды, направленная вдоль оси симметрии тела. Для обтекания цилиндрического тела диаметром d , где d — диаметр растекшейся струи при внедрении в пористое тело, энергия для единицы толщины определяется соотношением (1), в котором коэффициент сопротивления задан формулой Ньютона и равен $c_p = 2 \sin^2 \alpha$ (α — угол наклона элемента поверхности обтекаемого тела к направлению набегающего потока). В этом случае ударная волна в головной части тела близка к его поверхности, и частицы доходят до поверхности тела, не изменяя своей скорости, а затем после прохождения ударной волны движутся в тонком слое между ударной волной и поверхностью тела. Согласно [5] для одномерной цепочки гранул, взаимодействующих по закону Герца, или для их простой кубической упаковки длинноволновая скорость звука при одноосной деформации равна

$$c_0^2 = \frac{E}{2\rho(1 - \nu^2)} \xi^{1/2},$$

где ξ — деформация; E , ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала частиц, ρ — плотность среды. В ненагруженной внешней силой цепочки ($\xi = 0$) скорость звука c_0 равна нулю. Значит, в нашем случае, когда скорость

движения кумулятивной струи в пористой среде достигает $5 \div 6$ км/с, движение всегда будет гиперзвуковым, и картина обтекания будет соответствовать картине, описанной выше.

Таким образом, для обтекания цилиндра диаметром d с плоским торцом ($\alpha = \pi/2$)

$$E = \rho_{00} u_0^2 \frac{\pi d^2}{4}.$$

Подставляя значение энергии в (10), для формы фронта ударной волны получаем выражение

$$\frac{R}{d} = \left[\frac{\Gamma_0(2 + \Gamma_0)^2}{2 + 3\Gamma_0} \right]^{1/4} \left(\frac{x}{d} \right)^{1/2}. \quad (11)$$

Если затупление полусферическое, формула Ньютона выглядит так:

$$c_p = 2 \sin^2 \alpha = 2 \left(\frac{r_0 - x}{r} \right)^2,$$

а распределение давления по полусферической поверхности —

$$p = c_p \frac{1}{2} \rho_{00} u_0^2 = \left(\frac{r_0 - x}{r_0} \right)^2 \rho_{00} u_0^2.$$

Сила, действующая на коническое кольцо шириной ds , радиуса r вдоль оси x , при обтекании гиперзвуковым потоком записывается в виде

$$dX = 2\pi r dS \sin \alpha \cdot p = 2\pi(r_0 - x)pdx.$$

Сила X , действующая на полусферическое затупление, выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} X &= \frac{2\pi\rho_{00}u_0^2}{r_0^2} \int_0^{r_0} (r_0 - x)^3 dx = \\ &= \frac{1}{2}\rho_{00}u_0^2\pi r_0^2 = \frac{1}{2}\rho_{00}u_0^2\frac{\pi d^2}{4}. \end{aligned}$$

Значит, выражение для формы фронта ударной волны в случае обтекания цилиндрического тела с полусферическим затуплением принимает вид

$$\frac{R}{d} = \left[\frac{\Gamma_0(2 + \Gamma_0)^2}{2(2 + 3\Gamma_0)} \right]^{1/4} \left(\frac{x}{d} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Буземан учел то обстоятельство, что при обтекании затупленного тела частицы среды движутся по криволинейным траекториям, тогда центробежная сила должна уравновешиваться разностью давлений между точками за волной и точками на поверхности тела [1]. Предложенная им уточненная формула имеет вид

$$c_p = \frac{c_p^*}{\sin^2 \alpha_0} \left(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{d\alpha}{dF} \int_{F_0}^F \cos \alpha \cdot dF \right),$$

где c_p^* — коэффициент давления в передней точке тела, α_0 — угол между касательной к контуру тела в этой точке и направлением набегающего потока (для затупленного тела $\sin \alpha_0 = 1$). Формулой можно пользоваться только при $p > 0$, а интеграл берется по той части поверхности, где $p > 0$. Тогда для коэффициента давления c_p при подстановке в уточненную формулу значений

$$\sin \alpha = \frac{r_0 - x}{r_0}, \quad \cos \alpha = \frac{r}{r_0},$$

$$\frac{d\alpha}{dF} = -\frac{1}{2\pi\sqrt{2r_0x - x^2}(r_0 - x)}$$

получаем, что

$$c_p = c_p^* \frac{4x^2 - 8r_0x + 3r_0^2}{3r_0^2},$$

где $x \leq r_0/2$, так как для $x > r_0/2$ $c_p = 0$. Итак,

$$p = \frac{1}{2} c_p^* \rho_{00} u_0^2 \frac{4x^2 - 8r_0x + 3r_0^2}{3r_0^2}, \quad x \leq r_0/2.$$

Тогда на элементарное коническое кольцо действует сила

$$dX = 2\pi(r_0 - x)pdx,$$

направленная вдоль оси x . Сила, действующая на сферическое затупление с учетом эффекта Буземана, имеет вид

$$\begin{aligned} X &= c_p^* \frac{\pi \rho_{00} u_0^2}{3r_0^2} \int_0^{r_0/2} (r_0 - x)(4x^2 - 8r_0x + 3r_0^2) = \\ &= \frac{3}{8} \rho_{00} u_0^2 \pi r_0^2 = \frac{3}{32} \rho_{00} u_0^2 \pi d^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, форма фронта ударной волны при обтекании цилиндрического тела с полусферическим затуплением с учетом эффекта Буземана в соответствии с соотношениями (10), (13) выглядит следующим образом:

$$\frac{R}{d} = \left[\frac{3\Gamma_0(2 + \Gamma_0)^2}{8(3 + 2\Gamma_0)} \right]^{1/4} \left(\frac{x}{d} \right)^{1/2}. \quad (14)$$

Проведенные эксперименты с использованием рентгеновской съемки процесса внедрения медной кумулятивной струи в пористый алюминий представлены на рис. 2. Алюминиевая пудра засыпалась в алюминиевый цилиндр и прессовалась до плотности $\rho_{00} = 0,79 \div$



Рис. 2. Рентгеноимпульсные фотографии движения медной кумулятивной струи в пористом алюминии:

скорость проникания струи: 5,1 (а), 4,6 (б), 4,3 км/с (в); $t = 30,7$ (а), 39,3 (б), 48,7 мкс (в)

0,86 г/см³, что соответствует исходной пористости вещества, равной 3,2 ÷ 3,5. Струя направлялась вдоль оси симметрии цилиндра. Скорость движения струи по мере проникания вглубь вещества постепенно снижается, что связано с начальным градиентом скорости вдоль струи и расходованием струи на пробитие пористой преграды. Так, если на первом кадре скорость проникания струи составляет 5,1 км/с, то на последующих — 4,6 и 4,3 км/с. Времена на снимках отсчитываются с момента срабатывания капсюля-детонатора кумулятивного заряда и составляют 30,7, 39,3 и 48,7 мкс.

Эксперименты подтвердили основное положение, заложенное в приближенное решении задачи о сильном взрыве в пористой среде: почти вся масса среды после сильного взрыва собирается в тонкий слой вещества, который расширяется в стороны от оси симметрии струи. Одновременно на первом снимке можно заметить, что спустя 2 ÷ 2,5 мкс (на расстоянии

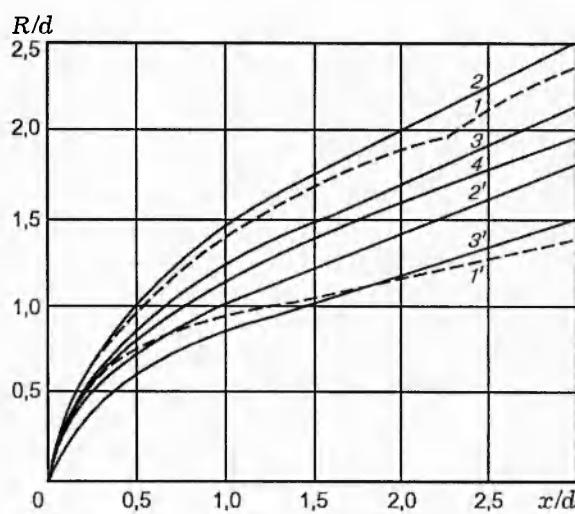


Рис. 3. Зависимости формы ударной волны (2-4) и радиуса каверны (2', 3'), пробитой струей в пористом алюминии, от расстояния вдоль оси симметрии струи:
1, 1' — экспериментальные кривые

10 ÷ 12 мм от головной части струи) рост диаметра каверны, пробитой струей в пористом веществе, прекращается, а на последующих частях каверны наблюдается ее схождение к оси симметрии. Этот факт можно объяснить тем, что при давлении во фронте ударной волны в окрестности затупления, большем 200 кбар, когда скорость внедрения струи ≈ 5 км/с, температура достигает $8,5 \cdot 10^3$ К, что приводит к перегреву жидкости и переходу ее в метастабильное состояние. В реальных условиях перегрев жидкости затруднен тем, что жидкость содержит готовые центры, например газовые включения. Однако в случае большой мощности подвода энергии, когда доля вещества, испарившегося через свободную поверхность и через поверхность зародышей невелика, возможен перегрев жидкости и близкий подход к спинодали, а следовательно, возможна реализация фазового взрыва метастабильной жидкокометаллической фазы [6]. Реализация фазового взрыва осложняется действием давления в ударной волне, которое повышает точку спинодали. Но после снятия давления, которое по расчетам через 2 ÷ 2,5 мкс ($x/d = 2 \div 2,5$) становится равным нескольким килобарам ($p_l \approx 3$ кбар), начинается фазовый взрыв жидкокометаллической фазы. Температура, близкая к температуре спинодали для алюминия при начальном нулевом давлении, согласно работе [6] равна 3350 К.

На рис. 3 представлены зависимости радиуса фронта ударной волны, выраженного в диаметрах растекшейся струи, от безразмерного параметра x/d . Кривая 1 построена для экспериментальных значений с точностью измерения $\pm 15\%$ формы кривой в зависимости от $x/d - R/d = f(x/d)$. Кривые 2–4 соответствуют решению задачи о движении цилиндра с плоским торцом (11) и цилиндра с полусферическим затуплением (12) и (14), причем кривая 4 построена с учетом эффекта Буземана. Как видно из рис. 3, экспериментальная кривая лежит между кривыми 2 и 3, практически совпадая при малых значениях x/d с кривой 2. Отметим также излом кривой 1 в точке $x/d = 2,27$, приводящее к росту скорости в 1,14 раз по сравнению со скоростью ударной волны при обтекании цилиндра с плоским торцом и в 1,36 раз — при обтекании цилиндра, имеющего полусферическое затупление. Рост скорости ударной волны в эксперименте связан с импульсом отдачи при фазовом взрыве перегретой жидкокометаллической фазы. Что касается роста каверны $r_c = r_c(x/d)$, то кривая 1' есть экспериментальная кривая, полученная из измерений соответствующих параметров на фотографии (см. рис. 2, а). Кривые 2' и 3' получены из предположения о несжимаемости среды в цилиндрическом слое между радиусом фронта ударной волны и внутренним радиусом каверны

$$Ru_1 = r_c u_c.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{1}{2} \frac{dr_c^2}{dt} = Ru_1.$$

Подставляя сюда величину u_1 из соотношения (3) и D из (9), окончательно имеем, что

$$\frac{dr_c^2}{dt} = \frac{4\beta}{\Gamma_0 + 2}. \quad (15)$$

Из выражения (15), находим, что

$$r_c = \sqrt{\frac{4\beta}{\Gamma_0 + 2}} \sqrt{t}. \quad (16)$$

Из соотношений (10) и (16) окончательно получаем

$$r_c = \sqrt{\frac{2}{2 + \Gamma_0}} R. \quad (17)$$

Зависимость между радиусами фронта ударной волны и каверны, что для алюминия при $\Gamma_0 = 2,09$ имеет вид $r_c \sim 0,7R$, представлены на рис. 3 кривыми 2' и 3' соответственно, для плоского и сферического носика обтекаемого цилиндра.

Необходимо отметить, что давление на фронте ударной волны при приближении к начальной (головной) части тела растет неограниченно при $x \rightarrow 0$:

$$p_1 = \frac{2\rho_{00}}{2 + \Gamma_0} D^2 = \rho_{00} \sqrt{\frac{\Gamma_0}{\pi(2 + 3\Gamma_0)}} \left(\frac{E}{\rho_{00}} \right)^{1/2} \frac{u_0}{x}.$$

На самом деле давление конечно и, в принципе, равно давлению торможения, которое по формулам Ньютона для затупленного цилиндра просто есть $p_1 = \rho_{00} u_0^2$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00826).

ЛИТЕРАТУРА

- Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959.
- Ильюшин А. А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей // Прикл. математика и механика. 1956. Т. 20, № 6.
- Hays W., Probstein R. Hypersonic flow theory. New York — London: Academic Press, 1959.
- Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
- Нестеренко В. Ф. Импульсное нагружение гетерогенных материалов. Новосибирск: Наука, 1992.
- Мартынюк М. М. Фазовый взрыв метастабильной жидкости // Физика горения и взрыва. 1977. Т. 13, № 2. С. 213–229.

Поступила в редакцию 26/I 1999 г.,
в окончательном варианте — 25/V 1999 г.