

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ТОРЦЕ ВИХРЕВОЙ КАМЕРЫ

Э. П. Волчков, С. В. Семенов, В. И. Терехов

(Новосибирск)

Аэродинамика и тепломассообмен в окрестности вращающегося диска изучались многими исследователями. Обзор таких работ приводится, например, в [1]. В основном рассмотрены случаи вращения диска в свободном объеме или при обдуве его осевым потоком [1—3], а также взаимодействие закрученного потока с неподвижной плоскостью (библиографию по этому вопросу можно найти в [4]).

Информация о взаимодействии вращающегося диска с закрученным потоком ограничена [5, 6]. В [5] теоретически рассмотрен турбулентный пограничный слой, образующийся на диске, вращающемся с угловой скоростью Ω при взаимодействии с потоком газа, вращающимся как твердое тело. В [6] экспериментально и теоретически исследован ламинарный пограничный слой на вращающейся торцевой стенке вихревой камеры. Угловая скорость вращения торца была фиксирована, газ вращался по закону свободного вихря.

В реальных вихревых камерах с диафрагмированным выходом вращение газа происходит по сложному закону. В первом приближении вне выходного отверстия течение принимают потенциальным, при котором циркуляция $\Gamma = v_0 r = \text{const}$, v_0 — окружная компонента скорости в ядре потока. Как показано в [4, 7], такой закон вращения потока наблюдается при изменении радиуса от боковой стенки камеры R до r^* (r^* определяет значение радиуса, где весь газ входит в пограничные слои на торцевых крышках и через них поступает в область выходного отверстия). Вращение газа в недиафрагмированной вихревой камере или трубе происходит по закону квазитвердого вращения с угловой скоростью $\omega = v_0/r = \text{const}$.

В ряде технологических устройств вихревого типа для улучшения эффективности их работы возможно использование вращающихся торцевых крышек. В таком случае окружная скорость потока уменьшается при приближении к торцевой стенке не до нуля, а до линейной скорости вращения торца в данной точке. Это уменьшает дисбаланс центробежных сил в торцевом пограничном слое и сохранившегося в нем радиального градиента давления, что приводит к уменьшению торцевого радиального течения и смещению значения r^* к оси камеры.

1. Интегральное соотношение импульсов для торцевого пограничного слоя. Закон трения. В данной работе в рамках теории пограничного слоя рассматривается турбулентный пограничный слой на плоском вращающемся торце вихревой камеры. Газ над торцевой поверхностью вращается по закону

$$(1.1) \quad v_0 = v_k (r/R)^{-m}$$

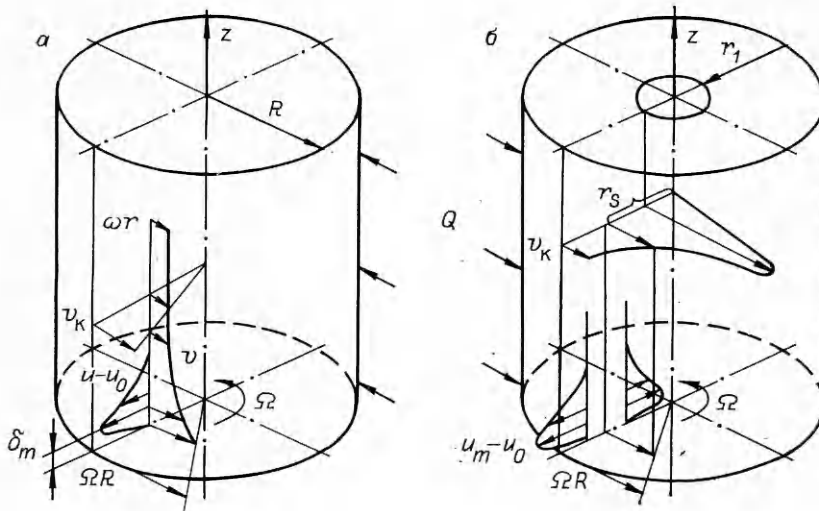
(v_k — окружная скорость у боковой стенки камеры). При $m = -1$ имеет место квазитвердое вращение газа, а $m = 1$ соответствует потенциальному закону вращения. Безусловно, наличие боковой цилиндрической стенки оказывает влияние на аэродинамику торцевого слоя и камеры в целом, однако предполагается, что его следует ожидать в узкой пристенной области, в данной работе эта зона не рассматривается.

При исследованиях турбулентных вращающихся пограничных слоев в вихревых камерах с неподвижным торцом профиль окружной скорости вблизи торца описывается степенной зависимостью $v_1/v_0 = (z/\delta_1)^n$, $n = 1/7$. Для описания профиля окружной скорости вблизи вращающегося в неподвижном объеме диска [1, 2] предлагается зависимость $v_2/\Omega r = 1 - (z/\delta_2)^n$. Здесь δ_1 и δ_2 — толщина соответствующих пограничных слоев. Полагая, что пограничный слой, образующийся при совместном вращении потока и диска, имеет толщину δ , одинаковую с δ_1 и δ_2 , найдем профиль окружной скорости в виде

$$(1.2) \quad v = v_1 + v_2 = v_0 \xi^n + \Omega r (1 - \xi^n) \quad (\xi = z/\delta).$$

Вводя безразмерную окружную скорость в системе координат, связанной с диском $\bar{v} = (v - \Omega r)/(v_0 - \Omega r)$, согласно (1.2), получим

$$(1.3) \quad \bar{v} = \xi^n.$$



Р и с. 1

Для аппроксимации радиальной компоненты скорости используем подход, предложенный в [7]. Пограничный слой разбиваем на две зоны — пристенную часть $0 < z < \delta_m$ с закономерностями пристенной турбулентности и струйную зону $\delta_m < z < \delta$, где преобладают процессы струйного смешения (δ_m (рис. 1, а) отвечает максимуму радиальной скорости в пограничном слое). Профили радиальной скорости в этих зонах могут быть описаны соответственно степенной зависимостью и формулой Шлихтинга

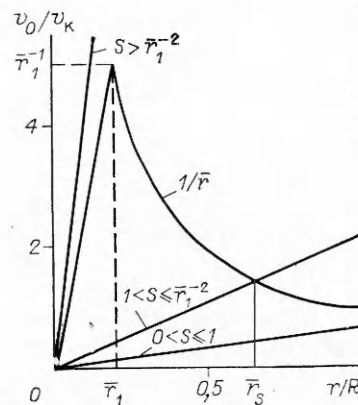
$$(1.4) \quad \bar{u} = u/u_m = (z/\delta_m)^n \text{ для } 0 < z < \delta_m,$$

$$(u - u_0)/(u_m - u_0) = [1 - (z_1/b_1)^{3/2}]^2 \text{ для } \delta_m < z < \delta,$$

где u_0 — радиальная скорость в ядре течения; u_m — максимальное значение радиальной скорости; $z_1 = z - \delta_m$; $b_1 = \delta - \delta_m$.

На рис. 1, а схематично представлены эпюры окружной и радиальной компонент скорости газа в торцевом пограничном слое, когда над ним существует вынужденный вихрь. Введем параметр закрутки торца $S = \Omega R/v_k$, характеризующий отношение линейной окружной скорости торца к окружной скорости потока у боковой стенки камеры. На схеме рис. 1, а $S = \Omega/\omega > 1$ и торцевой радиальный ток газа направлен к периферии камеры. Очевидно, что при $S < 1$ радиальная скорость в пограничном слое изменит направление.

Рис. 1, б иллюстрирует картину течения на торце, вращающемся в диафрагмированной вихревой камере. Однако эта схема течения не является единственно возможной. В зависимости от скорости вращения торца в пограничном слое будет формироваться одна из трех картин течения (рис. 2): 1) при $0 < S \leq 1$ окружная скорость торца Ωr меньше окружной скорости потока v_0 на всем радиусе камеры и радиальный поток газа в пограничном слое направлен к оси камеры; 2) при увеличении S от 1 до \bar{r}_1^{-2} , определяемого из условия равенства окружных скоростей торца и газового потока на границе выходного отверстия $\Omega r_1 = v_k(R/r_1)$, в пограничном слое имеется две области, разделенные значением радиуса r_s (рис. 1, б). При $r > r_s$ газ, находящийся вблизи торца, приобретает окружную скорость, большую,



Р и с. 2

чем в ядре потока, и отбрасывается на периферию камеры. Во внутренней области ($r < r_s$) вращение газа в пограничном слое, наоборот, замедляется и он движется к оси камеры; 3) более сильная закрутка торца ($S > \bar{r}_1^{-2}$) приводит к тому, что торцевая стенка вращается быстрее, чем газ, и он будет отбрасываться к боковым стенкам камеры со всей ее поверхности.

Запишем уравнения движения и неразрывности для торцевого пограничного слоя в цилиндрической системе координат [1]:

$$(1.5) \quad u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z};$$

$$(1.6) \quad u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z};$$

$$(1.7) \quad \partial p / \partial z = 0, \quad \partial u / \partial r + u/r + \partial w / \partial z = 0.$$

Здесь τ_{rz} , $\tau_{\varphi z}$ — компоненты тензора касательных напряжений, равные сумме вязких и турбулентных составляющих; u , v , w — радиальная, тангенциальная и осевая компоненты скорости. Интегрируя уравнение (1.6) по толщине торцевого пограничного слоя с использованием уравнения неразрывности (1.7), после несложных преобразований получим интегральное уравнение сохранения момента импульса

$$(1.8) \quad \frac{d \operatorname{Re}_{\psi}^{**}}{d\bar{r}} + \operatorname{Re}_{\varphi}^{**} \left\{ \frac{1}{\bar{r}} - \frac{2\Omega R}{v_0 - \Omega \bar{r} R} - \bar{W} \left[\frac{1}{\bar{r}} + \frac{1}{v_0 - \Omega \bar{r} R} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial (v_0 - \Omega \bar{r} R)}{\partial \bar{r}} + \frac{2\Omega R}{v_0 - \Omega \bar{r} R} \right\} = \frac{(\tau_{\varphi z})_z}{\rho (v_0 - \Omega \bar{r} R) u_{rz}} \frac{u_m R}{v}.$$

Интегрирование проводилось при граничных условиях

$$z = 0: u = w = 0, \quad v = \Omega r, \quad \tau_{\varphi z} = (\tau_{\varphi z})_w,$$

$$z = \delta: u = u_0 = 0, \quad w = 0, \quad v = v_0, \quad \tau_{\varphi z} = 0.$$

В работе рассмотрен случай, когда радиальная компонента скорости в ядре течения u_0 много меньше окружной: $u_0 \ll v_0$. В уравнение (1.8)

введены следующие обозначения: $\delta_{\varphi}^{**} = \int_0^{\delta} \bar{u} (1 - \bar{v}) dz$ — толщина потери

момента количества движения; $\operatorname{Re}_{\varphi}^{**} = u_m \delta_{\varphi}^{**} / \nu$; $\bar{W} = \int_0^{\delta} \bar{u} \bar{v} dz / \delta_{\varphi}^{**}$; $\bar{r} = r/R$ — безразмерный радиус. Принимая закон изменения окружной компоненты скорости вне пограничного слоя в виде (1.1) и введя параметр S , перепишем (1.8):

$$(1.9) \quad \frac{d \operatorname{Re}_{\varphi}^{**}}{d\bar{r}} + \frac{\operatorname{Re}_{\varphi}^{**}}{\bar{r}} \left\{ [1 - \bar{W} (1 - m)] - S \frac{2 + \bar{W} (1 - m)}{\bar{r}^{-(m+1)} - S} \right\} = \frac{c_{f\varphi} u_m R}{2 v}$$

($c_{f\varphi}/2 = (\tau_{\varphi z})_w / [\rho u_m (v_0 - \Omega \bar{r} R)]$ — коэффициент трения в окружном направлении).

Для решения уравнения (1.9) необходимо знать изменение u_m по радиусу торца и связь коэффициента трения $c_{f\varphi}/2$ с интегральными параметрами пограничного слоя. Для нахождения этих зависимостей используем методику [4, 7], дающую хорошее согласие с опытными данными для неподвижного торца.

Для определения зависимости u_m от радиуса торца запишем уравнение (1.5) при $z = \delta_m$, положив в первом приближении $(\partial \tau_{rz} / \partial z)_{z=\delta_m} \rightarrow 0$:

$$(1.10) \quad u_m \frac{\partial u_m}{\partial r} - \frac{v_m^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}.$$

Здесь v_m — значение окружной скорости, определяемое из соотношений (1.1) и (1.2) для $z = \delta_m$:

$$(1.11) \quad v_m = v_{\bar{r}} \bar{r}^{-m} \xi_m^n + \Omega \bar{r} R (1 - \xi_m^n).$$

Полагая, что в сильно закрученных течениях $v_0^2/r \gg u_0 \partial u_0 / \partial r$, и считая течение в основном потоке невязким с неизменяющимся по z профилем окружной скорости из (1.6), запишем для $z > \delta$

$$(1.12) \quad u_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} - \frac{v_0^2}{r} \approx - \frac{v_0^2}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}.$$

Приравнявая левые части уравнений (1.10) и (1.12), подставив в них соотношения (1.1) и (1.11), с учетом $u_0 \ll v_k$ после интегрирования получим

$$(1.13) \quad \left(\frac{u_m}{v_k} \right)^2 = - 2 \int \bar{r}^{-(2m+1)} \{ 1 - \xi_m^{2n} [1 + (\xi_m^{-n} - 1) S \bar{r}^{(m+1)}]^2 \} d\bar{r} + C_1.$$

Условимся положительным направлением радиальной компоненты скорости считать ее движение к оси камеры. Входящая в (1.13) постоянная интегрирования C_1 определена ниже при рассмотрении конкретных случаев взаимодействия потока и торцевой стенки из соответствующих граничных условий.

Согласно [7], примем $\xi_m = \delta_m / \delta = 0,15$. Использование постоянного значения ξ_m существенно упрощает расчеты: отпадает необходимость решения интегрального соотношения для радиального направления. Численные значения коэффициентов, применяемые в интегральном соотношении (1.9) и дальнейших расчетах, определяемые через ξ_m , равны [7]:

$$(1.14) \quad \bar{\delta}_\varphi^{**} = \delta_\varphi^{**} / \delta = 0,0941, \quad \bar{W} = 4,46, \quad \bar{C} = \int_0^\delta \bar{u} dz / \delta_\varphi^{**} = 5,462.$$

Рассмотрим течение в камере в системе отсчета, связанной с вращающимся торцом. Примем, что в этой системе отсчета законы трения и распределения компонент касательных напряжений будут соответствовать случаю взаимодействия вихревого потока с неподвижным торцом. Тогда, используя выводы [7], запишем выражение для коэффициента трения в окружном направлении

$$(1.15) \quad \frac{c_{f\varphi}}{2} = \frac{(\tau_{\varphi z})_w}{\rho u_m (v_0 - \Omega \bar{r} R)} = \frac{B}{2} \xi_m^{-3/28} (\text{Re}_\varphi^{**})^{-1/4} \left(\frac{1 + \text{tg}^2 \alpha}{\text{tg}^2 \alpha} \right)^{3/8},$$

где $B/2 \approx 0,0128$. Видно, что коэффициент трения $c_{f\varphi}/2$ связан с параметром S через угол закрутки потока в торцевом пограничном слое $\text{tg} \alpha = f(\bar{r}, S)$. В выбранной системе отсчета, согласно (1.3) и (1.4), угол закрутки в пристенной части ($0 < z < \delta_m$) постоянен и определяется выражением

$$(1.16) \quad \text{tg} \alpha = u / (v - \Omega r) = \xi_m^{-1/7} u_m / (v_0 - \Omega \bar{r} R).$$

Отношение радиальной и окружной компонент касательных напряжений также определяется выражением (1.16) и для закона изменения окружной скорости в виде (1.1) по радиусу меняется следующим образом:

$$(1.17) \quad \text{tg} \alpha = (\tau_{rz})_w / (\tau_{\varphi z})_w = \frac{u_m}{v_k} \frac{\xi_m^{-1/7}}{\bar{r}^{-m} - S \bar{r}}.$$

Итак, найденные выражения для u_m (1.13), $c_f/2$ (1.15) и $\text{tg} \alpha$ (1.17) позволяют решить уравнения (1.9) для любой степени закрутки торца S и при произвольно заданном законе вращения газа.

2. Решение интегрального соотношения для квазитвердого вращения потока. Для потока, вращающегося по закону твердого тела ($m = -1$),

уравнение (1.9) имеет вид

$$(2.1) \quad \frac{d\text{Re}_\varphi^{**}}{dr} + \frac{\text{Re}_\varphi^{**}}{r} \left(\frac{1 - 2\bar{W} - 3S}{1 - S} \right) = - \frac{c_{f\varphi}}{2} \frac{u_m R}{v}.$$

Ограничимся рассмотрением потока, имеющего угловую скорость, меньшую скорости диска ($S > 1$). Схема такого течения показана на рис. 1, а. Из уравнения (1.13) при граничном условии $\bar{r} = 0$, $u_m = 0$ находим

$$(2.2) \quad u_m/v_K = -\bar{r} \{ [S - \xi_m^{1/7} (S - 1)]^2 - 1 \}^{0.5}.$$

Подставив (2.2) в выражение (1.17) для $\text{tg } \alpha$, получим

$$(2.3) \quad \text{tg } \alpha = - \{ [S - \xi_m^{1/7} (S - 1)]^2 - 1 \}^{0.5} / [\xi_m^{1/7} (1 - S)].$$

Из (2.3) видно, что в случае вращения газа над вращающимся диском по закону твердого тела $\text{tg } \alpha$ не изменяется по его радиусу. Подставив полученное выражение в формулу (1.15) для коэффициента трения $c_{f\varphi}/2$, с учетом (2.2) проинтегрируем уравнение (2.1) при граничном условии $r = 0$, $\text{Re}_\varphi^{**} = 0$:

$$(2.4) \quad \text{Re}_\varphi^{**} = \left(\frac{v_K R}{v} \right)^{0.8} r^{1.6} A(S).$$

Здесь $v_K = \omega R$; $A(S)$ — величина, зависящая от степени закрутки S :

$$A(S) = \left\{ \frac{1.25 \frac{B}{2} \xi_m^{-3/28} [(1 + \text{tg}^2 \alpha) / \text{tg}^2 \alpha]^{3/8} \{ [S - \xi_m^{1/7} (S - 1)]^2 - 1 \}^{0.5}}{2 + 1.25 (1 - 2\bar{W} - 3S) / (1 - S)} \right\}^{0.8}.$$

Значение Re_φ^{**} в совокупности с зависимостью для максимума радиальной скорости u_m позволяет определить все геометрические и расходные параметры пограничного слоя. Так, объемный расход газа, переносимый пограничным слоем в радиальном направлении, можно найти из выражения

$$(2.5) \quad Q_T = 2\pi r \int_0^\delta u dz = 2\pi \bar{r} \bar{C} \text{Re}_\varphi^{**} \left(\frac{v_K R}{v} \right)^{-1} v_K R^2$$

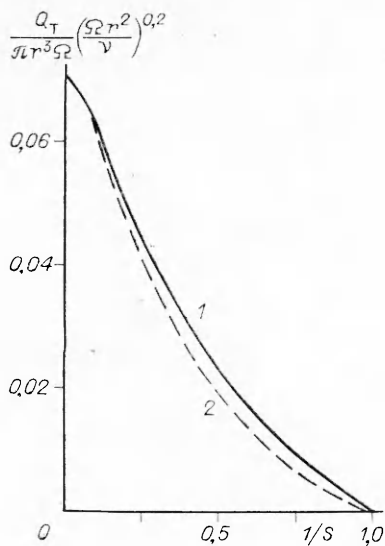
(коэффициент \bar{C} получен в (1.14)). В [5] расход через пограничный слой Q_T выражен безразмерным комплексом $q = Q_T (\Omega r^2 / v)^{0.2} / \pi r^3 \Omega$. Приведем к этому виду зависимость (2.5) с использованием (2.4), запишем $q = 2\bar{C} A(S) S^{-0.8}$.

В такой записи расход через пограничный слой определяется лишь степенью закрутки торца S . На рис. 3 дан расчет в зависимости от S (кривая 1). При $S = 1$ газ и диск вращаются как одно целое и пограничный слой на диске отсутствует ($q = 0$). В другом предельном случае ($1/S \rightarrow 0$) имеем вращение диска в неподвижном объеме и расход через пограничный слой максимален. Кривой 2 представлен расчет из [5]. Видно, что результаты решений согласуются.

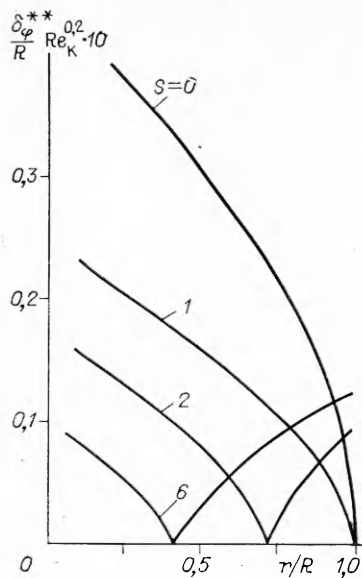
3. Решение интегрального соотношения при взаимодействии вращающегося торца со свободным вихрем ($m = 1$). В зависимости от параметра S в пограничном слое могут возникать принципиально различные картины течения. Рассмотрим вначале слабое вращение торца ($0 < S \leq 1$). Пограничный слой начинает формироваться у боковой стенки камеры, поэтому при интегрировании (1.13) принимаем граничное условие $u_m = 0$ при $\bar{r} = 1$. Полагая также $u_K \ll v_K$, в результате интегрирования имеем

$$(3.1) \quad u_m/v_K = \{ (1 - \xi)^{2/7} (\bar{r}^{-2} - 1) + S [4\xi_m^{1/7} (1 - \xi_m^{1/7}) \ln \bar{r} - S(1 - \xi_m^{1/7})^2 (1 - \bar{r}^2)] \}^{0.5}.$$

При значениях параметра вращения торца в пределах $1 < S \leq \bar{r}_1^{-2}$ формирование пограничного слоя начинается не у боковой стенки, а на



Р и с. 3



Р и с. 4

окружности радиуса r_S , который определяется из условия $\bar{\Omega} r_S = v_0$ (рис. 1, б). Найденное из данного равенства значение радиуса $\bar{r}_S = S^{-0,5}$ есть граничное условие при решении уравнения для максимума радиальной скорости (1.13) и интегрального соотношения импульсов, т. е. при $\bar{r} = S^{-0,5}$ $u_m = 0$, $\text{Re}_{\varphi}^{**} = 0$. От окружности этого радиуса газ начинает растекаться в противоположные стороны, образуя два пограничных слоя: при $\bar{r} < \bar{r}_S$ газ движется к оси камеры, при $\bar{r} > \bar{r}_S$ — к ее боковой стенке. Из (1.13) находим

$$(3.2) \quad u_m/v_k = \pm \left\{ \left| (1 - \xi_m)^{2/7} (\bar{r}^{-2} - S) + S \left[4\xi_m^{1/7} (1 - \xi_m^{1/7}) \ln(\bar{r} S^{0,5}) - S (1 - \xi_m^{1/7})^2 (S^{-1} - \bar{r}^2) \right] \right| \right\}^{0,5}.$$

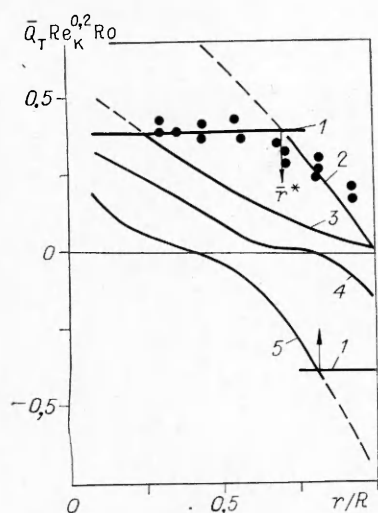
Знак в правой части выражения (3.2) определяется в соответствии с выбранным положительным направлением u_m : при $r < r_S$ u_m положительна, при $r > r_S$ — отрицательна. Подставляя (3.1) и (3.2) в уравнение (1.17), получим соответствующие зависимости для $\text{tg } \alpha$, после чего в интегральном соотношении (1.9) остается одна неизвестная Re_{φ}^{**} :

$$(3.3) \quad \frac{d\text{Re}_{\varphi}^{**}}{dr} + \frac{\text{Re}_{\varphi}^{**}}{r} \left(\frac{1 - 3S\bar{r}^2}{1 - S\bar{r}^2} \right) = - \frac{B}{2} \xi_m^{-3/28} (\text{Re}_{\varphi}^{**})^{-1/4} \left(\frac{1 + \text{tg}^2 \alpha}{\text{tg}^2 \alpha} \right)^{3/8} \frac{u_m R}{\nu}.$$

В результате решения уравнения (3.3), которое проводилось на ЭВМ методом Рунге — Кутты, получены характеристики пограничного слоя: толщина потери момента количества движения δ_{φ}^{**} , расход Q_T , коэффициент трения и т. д.

На рис. 4 показано изменение безразмерной толщины потери момента количества движения по радиусу торца r при различных значениях параметра закрутки торца S . Видно, что закрутка торца уменьшает толщину пограничного слоя. Для $S > 1$ пограничный слой начинает расти в обе стороны от окружности соответствующего радиуса \bar{r}_S , причем толщины этих пограничных слоев одного порядка.

На рис. 5 представлено изменение комплекса $\bar{Q}_T \text{Ro Re}_k^{0,2}$ по радиусу камеры. Здесь $\bar{Q}_T = Q_T/Q$ — относительный расход газа через торцевой пограничный слой, $\text{Ro} = Q/v_k R^2$ — число Россби, характеризующее интенсивность закрутки газа на входе в камеру, $\text{Re}_k = v_k R/\nu$ — число Рейнольдса на входе. Прямая 1 характеризует случай, когда в погранич-



Р и с. 5

Проанализируем результаты расчета для области значений параметра вращения торца $1 < S \leq \bar{r}_1^{-2}$, которые на рис. 5 представлены кривыми 4 и 5 для $S = 2$ и 6 соответственно. Видно, что в области $\bar{r} < \bar{r}_S$ расход через пограничный слой к оси камеры с увеличением S становится меньше, а в зоне $\bar{r} > \bar{r}_S$ доля газа, отбрасываемого к боковой стенке, растет. Подобным образом ведет себя и толщина пограничного слоя (расчет для $S = 2$ и 6 на рис. 4). Отбрасываемый на периферию торца газ, безусловно, должен возвращаться в основной поток камеры. Это приведет к повышению радиальной скорости u_r . Возникает рециркуляция газа между основным потоком и пограничным слоем, причем с увеличением S доля рециркулирующего газа растет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дорфман Л. А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. — М.: Физматгиз, 1960.
2. Truckenbrodt E. Die turbulente Strömung an einer angeblasenen rotierenden Scheibe // Z. Angew. Math. Mech.— 1954.— Bd 34.— S. 150.
3. Sebeci T., Abbot D. E. Boundary layers on a rotating disk // AIAA J.— 1975.— V. 13, N 6. Рус. пер. Себечи, Эбботт. Пограничный слой на вращающемся диске // РТК.— 1975.— Т. 13, № 6.
4. Волчков Э. П., Семенов С. В., Терехов В. И. О торцевом пограничном слое в вихревой камере // Структура вынужденных и термогравитационных течений.— Новосибирск, 1983.
5. Newman B. G. Flow and heat transfer on a disk rotating beneath a forced vortex // AIAA J.— 1983.— V. 21, N 8.
6. Shakespeare W. J., Levy E. K. Laminar boundary layer near the rotating end wall of a confined vortex // Trans. ASME. Ser. I: J. Fluids Engng.— 1982.— N 2. Рус. пер. Шекспир В., Леви Е. Ламинарный пограничный слой на вращающейся торцевой стенке вихревой камеры // Теор. основы инж. расчетов.— 1982.— Т. 104, № 2.
7. Волчков Э. П., Семенов С. В., Терехов В. И. Аэродинамика торцевого пограничного слоя в вихревой камере // ПМТФ.— 1986.— № 5.

Поступила 21/V 1987 г.