

## РАСЧЕТ РАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛНАХ В ГАЗАХ

Ю. А. Николаев, М. Е. Топчян

До настоящего времени опубликовано небольшое количество работ с результатами расчетов равновесных состояний газа за детонационными волнами. Даже наиболее полные данные [1] содержат лишь информацию о состояниях Жуге главным образом для углеводородных смесей.

Необходимость иметь более полные сведения диктуется нуждами эксперимента и возникающими в последнее время инженерно-техническими задачами, связанными с применением газовой детонации.

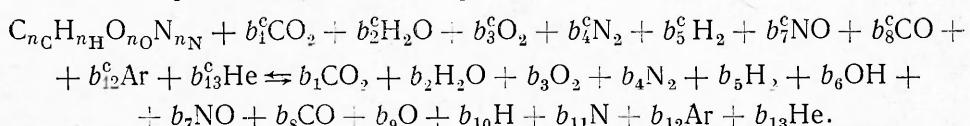
При исследованиях столкновений поперечных волн, структуры газодинамических тройных конфигураций, столкновений детонационных волн со стенкой возникает необходимость расчета состояний газа при таких взаимодействиях. Представляет интерес также и влияние на равновесное течение в среднем потерь тепла на стенках.

Настоящая работа преследует цель по возможности восполнить эти пробелы.

Предлагаемый в настоящей работе подход во многих чертах подобен [1], но более универсален и позволяет проводить все необходимые виды расчетов. В работе используются следующие обозначения:  $a$  — скорость звука;  $b_i$  — стехиометрические коэффициенты реакций;  $C_i$  — константы химического состава;  $C_p$  — теплоемкость газа при постоянном давлении, отнесенная к газовой постоянной;  $I$  — полная удельная энталпия вещества;  $H$  — термодинамическая часть удельной энталпии;  $W$  — полная молярная энталпия;  $w_i$  — полная молярная энталпия  $i$ -го компонента;  $K_{pi}$  — константа равновесия  $i$ -й реакции при постоянном давлении;  $M$  — число Маха потока;  $n$  — количество атомов в уравнении химической реакции;  $p$  — давление;  $R$  — газовая постоянная;  $q$  — тепловой эффект реакции на единицу массы, отнесенный к квадрату скорости звука в исходном состоянии;  $S$  — энтропия,  $T$  — температура;  $u$  — массовая скорость газа в системе скачка;  $v$  — массовая скорость газа в лабораторной системе отсчета;  $y_i$  — мольная доля  $i$ -го компонента;  $\gamma$  — отношение теплоемкостей ( $C_p/C_v$ );  $e$  — безразмерная энталпия ( $I/RT_0$ );  $\mu$  — молекулярный вес;  $\pi$  — безразмерное давление ( $\pi = p/p_0$ );  $\rho$  — плотность;  $\theta$  — безразмерная температура ( $T/T_0$ );  $\xi$  — скоростной параметр ( $\xi = \gamma_0 M_0^2$ ). Индексы 0,  $f$ ,  $e$  относятся к начальному, «замороженному» и равновесному состояниям соответственно; индекс ж — к состоянию Чепмена — Жуге.

### Постановка задачи

Рассматривается химическая реакция вида



В диапазоне температур примерно до 5500 К другие компоненты в продуктах реакции не появляются в существенных количествах. Исключение составляют очень богатые углеводородные смеси, в которых может в заметных количествах появляться свободный углерод. Введением дополнительной переменной для углерода и соответствующего уравнения химического равновесия система может быть распространена и на этот случай.

Введем константу  $n$ , равную числу всех атомов, участвующих в химической реакции; очевидно, что в ходе реакции эта величина остается неизменной

$$n = n_C + n_H + n_O + n_N + 3b_1^c + 3b_2^c + 2 \sum_{i=3}^8 b_i^c + b_{12}^c + b_{13}^c.$$

Обозначим общее число молей вещества, участвующего в химической реакции, в точке равновесия  $b = \sum_{i=1}^{13} b_i$ ; начальное число молей  $b_0 = 1 + \sum_{i=1}^{13} b_i^c$  — при наличии в исходной смеси углеводорода и  $b_0 = \sum_{i=1}^{13} b_i^c$ , если такой компонент отсутствует.

Введем мольную долю каждого компонента  $y_i = b_i/b$  и «мольные доли» всех атомов  $y_0 = n/b$  и  $y_0^c = n/b_0$ .

В отличие от [1], где обезразмеривание проведено по количеству атомов углерода, при таком выборе переменных отсутствие любого вида атомов не мешает введению мольных долей.

Полная система уравнений для расчета детонационных адиабат содержит семь уравнений атомарного баланса

$$(углерод) \quad y_1 + y_8 = C_1 y_0, \quad (1)$$

$$(водород) \quad 2y_2 + 2y_5 + y_6 + y_{10} = C_2 y_0, \quad (2)$$

$$(кислород) \quad 2y_1 + y_2 + 2y_3 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9 = C_3 y_0, \quad (3)$$

$$(азот) \quad 2y_4 + y_7 + y_{11} = C_4 y_0, \quad (4)$$

$$(аргон) \quad y_{12} = C_5 y_0, \quad (5)$$

$$(гелий) \quad y_{13} = C_6 y_0, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{11} y_i + (C_5 + C_6) y_0 = 1; \quad (7)$$

семь уравнений химического равновесия

$$K_{p_1} y_1 = p y_8 y_9, \quad (8)$$

$$K_{p_2} y_2 = p y_6 y_{10}, \quad (9)$$

$$K_{p_3} y_3 = p y_9^2, \quad (10)$$

$$K_{p_4} y_4 = p y_{11}^2, \quad (11)$$

$$K_{p_5} y_5 = p y_{10}^2, \quad (12)$$

$$K_{p_6} y_6 = p y_9 y_{10}, \quad (13)$$

$$K_{p_7} y_7 = p y_9 y_{11}; \quad (14)$$

уравнение состояния и три уравнения газодинамики

$$p = \frac{\rho R T}{\mu} \quad \left( \mu = \sum_{i=1}^{13} \mu_i y_i \right), \quad (15)$$

$$\rho_0 u_0 = \rho u, \quad (16)$$

$$p_0 + p_0 u_0^2 = p + \rho u^2, \quad (17)$$

$$I_0 + \frac{u_0^2}{2} = I + \frac{u^2}{2}. \quad (18)$$

Здесь константы равновесия  $K_{p_i}$  — заданные функции температуры;

$C_i$  — константы, определяемые исходным составом по формулам

$$C_1 = \frac{n_C + b_1^c + b_8^c}{b_0}, \quad C_2 = \frac{n_H + 2b_2^c + 2b_5^c}{b_0},$$

$$C_3 = \frac{n_O + 2b_1^c + b_2^c + 2b_3^c + b_8^c}{b_0},$$

$$C_4 = \frac{n_N + 2b_4^c}{b_0}, \quad C_5 = \frac{b_{12}^c}{b_0}, \quad C_6 = \frac{b_{13}^c}{b_0}.$$

Таким образом, система содержит 18 уравнений для 19 неизвестных:  $y_0 \div y_{13}$ ,  $\rho$ ,  $p$ ,  $T$ ,  $u_0$ ,  $u$ . При отсутствии в химическом составе каких-либо компонент соответствующее число уравнений выпадает и число переменных остается на единицу больше числа уравнений. Чтобы замкнуть систему, необходимо дополнительное условие, определяющее искомое состояние на равновесной адиабате, например, условие Чепмена — Жуге, заданная скорость скачка или величина какой-либо другой переменной.

При расчете ударных волн состав «замораживается» и используются только уравнения (15) — (18). Для расчетов влияния потерь тепла начальная энталпия  $I_0$  в уравнении (18) искусственно изменялась на величину вводимых потерь.

Различают «замороженную» и «равновесную» скорости звука [2]. Первая определяется обычным соотношением

$$a_f^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{S, y_i} = \frac{\gamma_f p}{\rho}.$$

Вторая соответствует случаю, когда химические реакции успевают следить за изменением внешних условий, что при сохранении энтропии означает минимум свободной энергии Гиббса или синхронное выполнение условий равновесия

$$a_e^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{S, \Delta F=0} = \frac{\gamma_e p}{\rho}.$$

Для вычисления  $a_e$  аналогично [1] использовались: уравнение сохранения энтропии

$$W \frac{\delta y_0}{y_0} + \sum w_i \delta y_i + R C_{p_f} \delta T - \frac{RT}{p} \delta p = 0$$

и уравнения состояния и равновесия в вариациях, из которых равновесная скорость звука может быть найдена путем решения линейной системы уравнений.

В зависимости от типа проводимых расчетов в качестве замыкающего уравнения для системы (1) — (18) использовалось одно из следующих соотношений:

- 1) условие Жуге по «замороженной» или «равновесной» скорости звука:  $u = a_f$  или  $u = a_e$ ;
- 2) скорость волны  $u_0 = \text{const}$ ;
- 3) заданное давление в конечном состоянии ( $p = p_k$ );
- 4) равенство нулю массовой скорости в лабораторной системе (для расчета отражений).

### Метод решения

Уравнения импульса и энергии после подстановки уравнений состояния и неразрывности и замены отношения молекулярных весов на

Смеси	Начальные параметры				Параметры за ударной волной					
	$\rho_0$ , г/см <sup>3</sup>	$a_0$ , м/с	$\gamma_0$	$\mu_0$	$M_0$	$p$ , атм	$T$ , К	$\sigma$	$a_f$ , м/с	$\gamma$
$4\text{H}_2 + \text{O}_2$	0,3275	657,4	1,397	8,012	5,175	31,54	1727	5,444	1540	1,324
$3\text{H}_2 + \text{O}_2$	0,3887	603,5	1,397	9,512	5,264	32,70	1767	5,519	1427	1,318
$2\text{H}_2 + \text{O}_2$	0,4909	537,1	1,397	12,01	5,282	33,00	1764	5,577	1267	1,315
$\text{H}_2 + \text{O}_2$	0,6951	451,3	1,398	17,01	5,140	31,34	1669	5,599	1034	1,311
$2\text{H}_2 + 1,5\text{O}_2$	0,6076	482,8	1,398	14,87	5,217	32,24	1716	5,599	1123	1,313
$\text{H}_2 + 3\text{O}_2$	1,002	736,1	1,398	24,50	4,614	25,27	1390	5,422	785,8	1,309
$\text{H}_2 + \text{воздух}$ (стех.)	0,8585	405,6	1,396	21,00	4,845	27,66	1534	5,376	895,1	1,319
$2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 3\text{Ar}$	1,062	378,1	1,498	25,98	5,090	31,43	2023	4,632	958,6	1,419
$2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 7\text{Ar}$	1,290	349,3	1,554	31,56	4,846	28,75	2054	4,173	898,3	1,491
$2\text{CO} + \text{O}_2$	1,199	343,4	1,396	29,34	5,237	32,66	1684	5,783	787,2	1,299
$\text{CO} + \text{воздух}$ (стех.)	1,172	347,2	1,359	28,68	4,807	27,31	1496	5,446	753,7	1,310
$\text{CO} + \text{N}_2\text{O}$	1,472	302,0	1,325	36,01	6,237	45,98	1752	7,823	699,4	1,209
$\text{CH}_4 + 2\text{O}_2$	1,090	355,5	1,360	26,68	6,725	55,42	1903	8,681	834,4	1,174
$\text{CH}_4 + \text{воздух}$ (стех.)	1,134	351,7	1,384	27,74	5,120	31,33	1531	6,097	761,1	1,262
$\text{C}_2\text{H}_2 + 2,5\text{O}_2$	1,238	329,4	1,326	30,29	7,360	64,59	2210	8,713	851,1	1,194
$\text{C}_2\text{H}_2 + \text{воздух}$ (стех.)	1,174	344,1	1,373	28,73	5,416	34,79	1671	6,206	783,4	1,269
$\text{C}_2\text{H}_2 + 2,5\text{O}_2 +$ $+ 10\text{Ar}$	1,534	317,7	1,528	37,53	5,591	38,97	2384	4,872	864,2	1,414

отношение «мольных долей» всех атомов могут быть представлены в безразмерном виде:

$$(1 + \xi - \pi) \pi y_0 - \xi \theta y_0^e = 0,$$

$$\xi + 2e_0 - 2e \frac{y_0^e}{y_0} - \frac{(1 + \xi - \pi)^2}{\xi} = 0.$$

Подстановка  $y_0, y_1, y_2, y_3, y_4$ , выраженных с помощью линейных уравнений (1)–(7), в уравнения (8)–(14) позволяет свести систему (для наиболее сложного состава) к 9 нелинейным алгебраическим уравнениям с 10 неизвестными ( $y_5 \div y_{11}, \pi, \theta, \xi$ ). Аналогичные преобразования были проведены и с уравнениями для равновесной скорости звука.

Обычно для нахождения точки Жуге применяют метод многократного решения системы уравнений при уменьшающихся заданных значениях скорости волны. Этот метод неэкономен, а главное — вызывает большие трудности из-за обращения в нуль якобиана системы в точке Жуге ( $u = a_e$ ) и отсутствия решения, если заданная скорость волны окажется случайно меньше скорости Чепмена — Жуге. Здесь при расчете использовался метод Ньютона при заданном давлении за волной. Решаемая система уравнений имеет в этом случае отличный от нуля якобиан во всем рассматриваемом диапазоне давлений. Точка Жуге находилась неоднократным обращением к счету при заданном давлении, последовательность значений которого задавалась формулой

$$\pi_{k+1} = \pi_k \exp \{A[1 - (1/M_k)]\},$$

где  $A = M_k \cdot M_{k-1} / (M_{k-1} - M_k) \cdot \ln(\pi_k / \pi_{k-1})$ . В качестве числа Маха потока использовалось его равновесное или «замороженное» значение, в зависимости от того, какое условие  $u = a_e$  или  $u = a_f$  было необходимо выполнять.

Таблица 1

Параметры в точке Жуге $a_e = a_f$											$p_\infty$ , атм
$u_0$ , м/с	$p$ , атм	$T$ , К	$\sigma$	$\mu$	$a_f$ , м/с	$a_e$ , м/с	$\gamma_f$	$\gamma_e$	$\lambda_f$	$\lambda_e$	$q$
3403	17,91	3433	1,824	9,400	1928	1865	1,224	1,145	0,1148	0,0962	20,47
3176	18,61	3607	1,834	11,34	1793	1732	1,216	1,134	0,1097	0,0902	22,06
2837	18,79	3682	1,839	14,52	1598	1543	1,211	1,128	0,1071	0,0876	22,93
2320	17,81	3468	1,835	20,38	1310	1264	1,213	1,130	0,1095	0,0898	21,55
2518	18,34	3593	1,837	17,96	1419	1370	1,211	1,128	0,1078	0,0883	22,61
1735	14,12	2661	1,788	27,70	994,0	970,3	1,237	1,179	0,1319	0,1183	15,63
1966	15,60	2947	1,804	24,01	1126	1090	1,242	1,164	0,1270	0,1086	16,97
1924	18,36	3381	1,810	29,03	1136	1063	1,332	1,167	0,1427	0,1050	13,20
1693	16,85	3077	1,768	34,18	1030	957,7	1,418	1,225	0,1743	0,1313	9,373
1798	18,48	3524	1,841	34,53	1014	977,1	1,212	1,125	0,1072	0,0866	24,65
1669	15,50	2866	1,817	32,33	955,1	918,4	1,237	1,144	0,1223	0,1003	17,94
1884	24,58	3479	1,843	31,50	1068	1022	1,242	1,138	0,1096	0,0853	30,27
2391	29,33	3726	1,854	21,07	1336	1289	1,215	1,131	0,0983	0,0786	37,76
1801	17,19	2780	1,806	27,18	1031	997,2	1,248	1,169	0,1261	0,1076	18,77
2424	33,84	4215	1,842	23,31	1380	1316	1,266	1,153	0,1119	0,0858	37,52
1864	19,13	3114	1,818	28,53	1069	1025	1,259	1,158	0,1235	0,0999	20,63
1776	22,14	3527	1,793	35,97	1084	990,4	1,442	1,203	0,1673	0,1151	12,40
											11,26

Этот метод позволял достигать погрешности по числу Маха за волной порядка  $10^{-6}$  за 3—4 шага по давлению, даже если начальное приближение  $\pi$  отличалось от точки решения в 2—3 раза. Расчеты показали, что для всех смесей  $A \approx 1 \pm 0,06$ .

Для расчета равновесных ударных адиабат по заданной скорости ( $\xi_0 = \gamma_0 M_0^2 = \text{const}$ ) в принципе возможно прямое решение системы, однако в силу указанной выше причины (особенно вблизи точки Жуге) здесь тоже был использован способ, примененный для нахождения точки Жуге. Последовательность значений давления задавалась формулой

$$\pi_{k+1} = \pi_k \{ [ (1 + \xi_0) \pm \sqrt{(1 + \xi)^2 - (A_k \xi_0 - 1) B_k} ] : \\ : [ (1 + \xi_k) \pm \sqrt{(1 + \xi_k)^2 - (A_k \xi_k - 1) B_k} ] \},$$

где

$$A_k = 2 [ e - (e_k - C_{pek} \theta) (\mu_0 / \mu_k) - 1 ]; \quad B_k = \frac{2C_{pek} - 1}{(C_{pek} - 1)^2}.$$

Знак плюс берется для сильной ветви равновесной ударной адиабаты, минус — для слабой. Этот метод решения применялся и при сильных перескатах, так как не приводил к большим затратам времени. Приведенная итерационная формула позволяла достигать точности по скорости волны порядка  $10^{-6}$  за 3—4 итерации.

При расчете отражений достаточно хорошая сходимость позволила применить простые итерации по скорости

$$u_{0k+1} = v_0 + v_k,$$

где  $v_0$  — массовая скорость в лабораторной системе отсчета за падающей волной;  $u_0$  — скорость потока, втекающего в отраженную волну;

$v_h$  — скорость потока, вытекающего из отраженного скачка в системе, связанной с потоком за падающей волной.

В расчетах были использованы термодинамические данные из справочника [3], представленные в виде аппроксимирующих функций, пригодных до температуры 6000 К.

Эффективность примененных методов позволила на ЭВМ с временным умножением около 400 мкс с использованием для рабочей программы и массива данных только оперативной памяти ( $\sim 2000$  ячеек) производить расчет точки Жуге для наиболее сложных составов за  $2 \div 3$  мин.

### Результаты расчетов

Состояния Жуге рассматривались для диапазона начальных температур  $223,15 \div 1000$  К при давлениях до 1000 атм.

В табл. 1 приведены результаты расчета состояний Жуге ( $u = a_e$ ) для 17 смесей при стандартных условиях ( $p_0 = p_0^c = 760$  мм рт. ст.,  $T_0 = T_0^c = 298,15$  К). Последний столбец таблицы ( $p_\infty$ ) содержит точные данные о величине давления, развивающегося при сгорании газа в замкнутом объеме (нижняя точка равновесной адиабаты). Результаты точного расчета подтверждают общепринятое положение, что  $p_\infty/p_\infty \approx 0,5$ . Полученное в расчетах среднее значение этой величины равно 0,5093 с максимальными отклонениями  $+1,1 \div -3\%$ . В табл. 2 приведен равновесный состав продуктов детонации в точке Жуге (мольные доли).

Анализ результатов расчетов для других начальных условий показал, что для всех приведенных в табл. 1 газовых смесей основные газодинамические параметры хорошо описываются едиными формулами, в правые части которых не входят какие-либо характеристики смеси. В диапазоне начальных температур  $273,15 \div 1000$  К и давлений  $0,01 \div 100$  атм приведенные формулы дают по сравнению с точным расчетом ошибки, не превышающие указанных величин

$$\frac{\pi_{\text{Ж}}}{\pi_{\text{Ж}}^c} = \frac{T_0^c}{T_0} \left\{ 1 - (0,01 \pm 0,002) \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \right\} \left\{ 1 + (0,06 \pm 0,04) \lg \frac{p_0}{p_0^c} \right\},$$

$$M_0 = \sqrt{\frac{\frac{\pi_{\text{Ж}}}{\pi_{\text{Ж}}^c} (\gamma_0^c M_0^c)^2 + 1}{\gamma_0}} - 1 \left\{ 1 \pm 0,003 \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \pm 0,005 \lg \frac{p_0}{p_0^c} \right\},$$

$$\gamma_0 = \gamma_0^c \left\{ 1 + (0,02 \pm 0,01) \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \right\},$$

$$\frac{\sigma_{\text{Ж}}}{\sigma_{\text{Ж}}^c} = 1 - (0,02 \pm 0,008) \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \pm 0,009 \lg \frac{p_0}{p_0^c},$$

$$M_f = M_f^c - (0,003 \pm 0,002) \frac{\Delta T_0}{T_0^c} + (0,01 \pm 0,003) \lg \frac{p_0}{p_0^c}.$$

Остальные параметры, кроме температуры, можно найти по точным формулам

$$\rho = \sigma \rho_0, \quad a_0^2 = \gamma_0 R T_0 / \mu_0, \quad u_0 = a_0 M_0,$$

$$u = a_e = u_0 / \sigma, \quad a_f = u / M_f, \quad \lambda_e = 2 / \sigma - 1, \quad \lambda_f = \frac{1 + 1/M_f}{\sigma} - 1.$$

В приведенных формулам верхние индексы с относятся к величинам, подсчитанным для стандартного состояния;  $\lambda_e = (c_e - v) / u_0$  и  $\lambda_f =$

Таблица 2

Смеси	Состав $y_i$										$\Delta r$
	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	O <sub>3</sub>	H <sub>2</sub>	OII	NO	CO	O	H	N	
4H <sub>2</sub> +O <sub>2</sub>	—	0,42951	0,00125	0,45201	0,03275	—	—	0,00345	0,08003	—	—
3H <sub>2</sub> +O <sub>2</sub>	—	0,49406	0,00765	0,31488	0,07386	—	—	0,01280	0,06663	—	—
2H <sub>2</sub> +O <sub>2</sub>	—	0,53621	0,04790	0,16149	0,13546	—	—	0,03827	0,08665	—	—
H <sub>2</sub> +O <sub>2</sub>	—	0,47708	0,26178	0,03738	0,14326	—	—	0,05469	0,02521	—	—
2H <sub>2</sub> +1,5O <sub>2</sub>	—	0,51697	0,15254	0,07295	0,15704	—	—	0,05615	0,01524	—	—
H <sub>2</sub> +3O <sub>2</sub>	—	0,26800	0,69709	0,00101	0,02670	—	—	0,00675	0,00042	—	—
H <sub>2</sub> +воздух (стех.)	—	0,29438	0,00768;	0,62537	0,03125	0,02670	0,00781	—	0,00207	0,00596	10 <sup>-9</sup>
2H <sub>2</sub> +O <sub>2</sub> +3Ar	—	0,27275	0,01963	0,06242	0,04876	—	—	0,01173	0,02592	—	0,55879
2H <sub>2</sub> +O <sub>2</sub> +7Ar	—	0,17714	0,00874	0,02622	0,01866	—	—	0,00332	0,00782	—	0,75810
2CO+O <sub>2</sub>	—	0,46281	—	—	—	—	0,3871	0,04925	—	—	—
CO+воздух (стех.)	—	0,25743	0,02938;	0,61366	—	—	0,01365	0,07545	0,00303	—	10 <sup>-5</sup>
CO+N <sub>2</sub> O	—	0,21340	0,08058;	0,41923	—	—	0,03621	0,22395	0,02659	—	0,00003
CH <sub>4</sub> +2O <sub>2</sub>	0,09487	0,36690	0,08121	0,07484	0,12166	—	0,16842	0,01404	0,01804	—	—
CH <sub>4</sub> +воздух (стех.)	0,06934	0,17186	0,0970;	0,68909	0,00956	0,00740	0,02357	0,00118	0,00167	10 <sup>-6</sup>	0,00828
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> +2,5O <sub>2</sub>	0,09246	0,08916	0,11696	0,03617	0,11513	—	0,34726	0,12891	0,07393	—	—
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> +воздух (стех.)	0,09955	0,06545	0,01967;	0,71565	0,001498	0,01132	0,05537	0,00380	0,00275	10 <sup>-5</sup>	0,00854
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> +2,5O <sub>2</sub> +10,5Ar	0,04733	0,04007	0,03542	0,00900	0,02618	—	0,08958	0,02095	0,01259	—	0,71887

Таблица 3

Смесь в стационарном состоянии в излучателе	Начальные параметры						Параметры в точке Жуге $u=a_e$									
	$\rho_0$	$a_0$	$\gamma_0$	$\mu_0$	$M_0$	$u_0$	$p$	$T$	$\sigma$	$\mu$	$a_f$	$a_e$	$\gamma_f$	$\gamma_e$	$\lambda_f$	$\lambda_e$
$C_6H_2$	0,2146	343,1	1,377	29,02	5,251	1802	17,99	2821	1,810	27,59	103	995,4	1,250	1,167	0,1245	0,1050
$C_8H_8$	0,2169	339,1	1,369	29,57	5,307	1790	18,28	2828	1,811	27,77	1029	993,5	1,251	1,166	0,1242	0,1044
$C_4H_{10}$	0,2182	336,7	1,364	29,87	5,339	1797	18,42	2831	1,812	27,87	1028	992,0	1,251	1,166	0,1241	0,1037
$C_6H_{14}$	0,2196	334,2	1,358	30,20	5,374	1796	18,59	2836	1,813	27,98	1027	990,8	1,251	1,166	0,1235	0,1031
$C_8H_{18}$	0,2203	333,0	1,356	30,37	5,391	1795	18,67	2837	1,813	28,03	1026	989,9	1,251	1,165	0,1231	0,1031
$C_{10}H_{22}$	0,2208	332,1	1,354	30,47	5,402	1794	18,72	2839	1,813	28,06	1026	990,2	1,251	1,165	0,1238	0,1031
$C_{12}H_{36}$	0,2211	331,8	1,353	30,54	5,410	1794	18,76	2840	1,813	28,09	1026	989,9	1,251	1,165	0,1237	0,1031
$C_2H_2$	0,2162	344,9	1,384	28,90	5,289	1823	18,38	2831	1,815	28,03	1044	1005	1,253	1,161	0,1240	0,1019
$C_3H_6$	0,2178	339,7	1,373	29,55	5,329	1810	18,50	2896	1,814	28,10	1036	997,8	1,252	1,163	0,1236	0,1025
$C_4H_6$	0,2170	335,7	1,375	30,30	5,309	1782	18,41	2900	1,815	19,02	1021	982,3	1,254	1,162	0,1242	0,1026

Таблица 4

Смесь	$S \rightarrow S$						$S \rightarrow D$						$D \rightarrow S$						$D \rightarrow D$					
	$p$ , атм	$T$ , К	$\sigma$	$p$ , атм	$T$ , К	$\sigma$	$u_0$ , м/с	$a_f$ , м/с	$a_e$ , м/с	$\gamma_f$	$\gamma_e$	$\mu$ , $\mu_{\text{моиль}}$	$q$	$p$ , атм	$T$ , К	$\sigma$	$p$ , атм	$T$ , К	$\sigma$	$p$ , атм	$T$ , К	$\sigma$		
$2H_2 + O_2$	232,2	3284	10,35	237,2	4652	8,667	3404	1879	1857	1,221	1,155	13,39	12,91	47,18	3484	1,904	46,22	3992	1,981					
$2H_2 + O_2 + 3Ar$	193,6	3973	15,43	198,8	4476	14,47	2285	1373	1290	1,355	1,195	26,74	2,867	46,76	4345	3,807	44,93	3769	4,083					
$2CD + O_2$	237,0	3159	26,82	253,6	4475	22,06	2170	1198	1161	1,232	1,157	31,94	13,96	46,48	4209	4,647	45,46	3821	4,951					
$CH_4 +$ воздух (стех.)	234,7	2753	28,81	280,1	3866	21,30	2228	1246	1205	1,255	1,174	25,97	10,62	42,75	3387	4,179	41,86	3143	4,341					
$C_2H_2 + 2,5O_2$	665,3	4177	58,81	783,8	5935	33,93	3146	1740	1685	1,294	1,213	33,93	16,55	87,24	5241	4,729	84,83	4645	4,981					
$C_2H_2 +$ воздух (стех.)	266,9	3101	30,13	295,3	4333	22,43	2316	1303	1260	1,273	1,161	27,01	11,03	48,15	3833	4,367	46,95	3495	4,571					
$C_2H_4 + 2,5O_2 +$ $+ 10,5Ar$	253,9	4907	23,66	268,5	5192	20,79	2207	1278	1298	1,494	1,288	33,00	0,111	57,62	4840	5,218	55,51	4050	5,707					
$2H_2 +$ воздух (стех.)	188,1	2843	16,93	201,3	3975	14,07	2381	1345	1301	1,248	1,167	22,81	9,992	38,61	3571	3,163	37,82	3308	3,284					

Таблица 5

$\Delta q/q_{\infty}$	$T, K$		$p/p_0$		$D, m/c$		$\rho/\rho_0$		$\lambda_e = -\frac{a_e - v}{D}$		$\lambda_f = \frac{a_f - v}{D}$		$Q_{ocT} = \frac{q_{ocT}}{a_0^2}$	
					$e$	$f$	$e$	$f$	$e$	$f$	$e$	$f$	$e$	$f$
$2H_2 + O_2$														
0	3682	3671	18,79	18,12	2837	2839	1,839	1,780	0,0876	0,1039	0,1671	0,1234	22,93	23,06
0,002	3681	3670	18,78	18,11	2836	2839	1,839	1,780	0,0876	0,1039	0,1671	0,1234	22,92	23,05
0,005	3677	3666	18,73	18,06	2832	2835	1,839	1,780	0,0876	0,1039	0,1670	0,1233	22,89	23,02
0,013	3666	3655	18,61	17,95	2823	2825	1,839	1,781	0,0877	0,1039	0,1670	0,1232	22,81	22,94
0,034	3637	3626	18,29	17,65	2797	2799	1,838	1,781	0,0878	0,1039	0,1669	0,1229	22,60	22,73
0,089	3557	3547	17,46	17,87	2730	2732	1,837	1,782	0,0884	0,1039	0,1668	0,1223	22,03	22,14
0,233	3555	3545	17,44	16,85	2728	2730	1,837	1,782	0,0884	0,1039	0,1668	0,1222	22,02	22,13
$C_2H_2 + 2.5O_2$														
0	3685	3667	30,74	28,90	2300	2305	1,852	1,753	0,0800	0,1070	0,1137	0,1406	31,42	31,87
0,002	3685	3666	30,72	28,88	2299	2304	1,852	1,753	0,0800	0,1070	0,1137	0,1406	31,41	31,87
0,005	3684	3665	30,70	28,86	2299	2303	1,852	1,753	0,0800	0,1070	0,1137	0,1405	31,40	31,86
0,013	3681	3662	30,64	28,81	2296	2301	1,852	1,754	0,0799	0,1069	0,1136	0,1404	31,39	31,84
0,034	3673	3655	30,49	28,67	2290	2295	1,852	1,754	0,0798	0,1067	0,1133	0,1401	31,34	31,79
0,089	3653	3653	30,09	28,31	2274	2279	1,852	1,756	0,0796	0,1063	0,1127	0,1392	31,22	31,66
0,233	3600	3583	29,04	27,38	2232	2237	1,853	1,759	0,0790	0,1051	0,1112	0,1371	30,89	31,30
0,610	3445	3445	26,39	24,99	2123	2126	1,855	1,767	0,0779	0,1022	0,1076	0,1318	29,99	30,33

Таблица 6

$\Delta q/q_{ж}$	Мольные доли компонентов							
	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	OH	CO	O	H
$C_2H_2 + 2,5O_2$								
0	0,08212	0,07693	0,11523	0,03720	0,10093	0,34341	0,14783	0,09634
0,002	0,08226	0,07705	0,11528	0,03720	0,10093	0,34340	0,14766	0,09622
0,005	0,09246	0,07723	0,11536	0,03720	0,10093	0,34377	0,14739	0,09604
0,013	0,08302	0,07773	0,11536	0,03719	0,10093	0,34331	0,14669	0,09556
0,034	0,08449	0,07903	0,11609	0,03719	0,10091	0,34315	0,14485	0,09420
0,089	0,08846	0,08250	0,11742	0,03714	0,10080	0,34263	0,14003	0,09101
0,233	0,09970	0,09970	0,12057	0,03685	0,10080	0,24064	0,12760	0,08255
0,610	0,13593	0,11974	0,12598	0,03496	0,09508	0,33019	0,09647	0,06164
0,987	0,18435	0,15339	0,12600	0,03149	0,08553	0,30995	0,06822	0,04310
$2H_2 + O_2$								
0	—	0,53621	0,04790	0,16148	0,13546	—	0,03827	0,08066
0,002	—	0,53675	0,04788	0,16137	0,13533	—	0,03818	0,08048
0,005	—	0,53890	0,04777	0,16089	0,13482	—	0,03783	0,07978
0,013	—	0,54459	0,04749	0,15963	0,13344	—	0,03690	0,07794
0,034	—	0,55972	0,04670	0,15618	0,12972	—	0,03450	0,07318
0,089	—	0,60091	0,04433	0,14614	0,11916	—	0,02842	0,06104
0,377	—	0,72172	0,03539	0,11157	0,08509	—	0,01423	0,03199
0,610	—	0,92414	0,01285	0,03634	0,02206	—	0,00126	0,00334

$= (c_f - v)/u_0$  — наиболее чувствительные к изменению состояния параметры течения — отношение скорости возмущений, движущихся по потоку, к скорости детонации, рассчитанные по равновесной и замороженной скорости звука [4].

Для удобства в табл. 3 приведены данные расчетов состояний Жуге для стехиометрических углеводородно-воздушных смесей из работы [1].

**Равновесные ударные адиабаты.** Расчеты показывают, что равновесные ударные адиабаты обладают подобием. Если давление за перескотой волной и скорость волны отнести к соответствующим величинам Чепмена — Жуге, то для всех смесей, для которых проводился расчет, равновесные адиабаты хорошо укладываются на одну кривую. Подобными же единими кривыми описывается и поведение «замороженного» и равновесного чисел Маха ( $M_f$  и  $M_e$ ) продуктов детонации.

Указанные в приведенных ниже формулах отклонения показывают пределы, внутри которых укладываются величины, полученные точным расчетом, при перескотиях на сильной ветви до 10-кратного давления по сравнению с состоянием Жуге и на слабой ветви — до давления 0,54  $p_{ж}$ . Степень перескотия по скорости задается соотношением  $\alpha = M_0/M_{0ж}$ .

На сильной ветви

$$\frac{\pi}{\pi_{ж}} = [1 + 0,975(\alpha^2 - 1 + \alpha\sqrt{\alpha^2 - 1})] \left[ 1 - (0,01 \pm 0,01) \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \pm 0,01 \lg \frac{p_0}{p_0^c} \pm 0,01 \right],$$

$$M_e = 1 + 0,95(\alpha - 1) - 0,92\sqrt{\alpha^2 - 1} \pm 0,01 \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \pm 0,01 \lg \frac{p_0}{p_0^c} \pm 0,01,$$

$$M_f = M_e M_{fж} \pm 0,005\sqrt{\alpha^2 - 1}.$$

На слабой ветви

$$\frac{\pi}{\pi_{ж}} = [1 + 0,975(\alpha^2 - 1 - \sqrt{\alpha^2 - 1})] \left[ 1 \pm 0,01\alpha \pm 0,01\alpha \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \right],$$

$$M_e = [1 + 0,95(\alpha - 1) + 0,92\sqrt{\alpha^2 - 1}] \left[ 1 \pm 0,02\sqrt{\alpha^2 - 1} \pm \right.$$

$$\left. \pm 0,04\sqrt{\alpha^2 - 1} \frac{\Delta T_0}{T_0^c} \right],$$

$$M_f = M_e M_{fik} \pm 0,01\sqrt{\alpha^2 - 1}.$$

По точным формулам вычисляются

$$u_0 = M_0 a_0, \quad u = \frac{1 - \pi + \gamma_0 M_0^2}{\gamma_0 M_0^2} u_0, \quad \rho = \rho_0 u_0 / u, \quad \sigma = \rho / \rho_0,$$

$$a_e = u/M_e, \quad a_f = u/M_f, \quad \lambda_e = \frac{1 + 1/M_e}{\sigma} - 1, \quad \lambda_f = \frac{1 + 1/M_f}{\sigma} + 1.$$

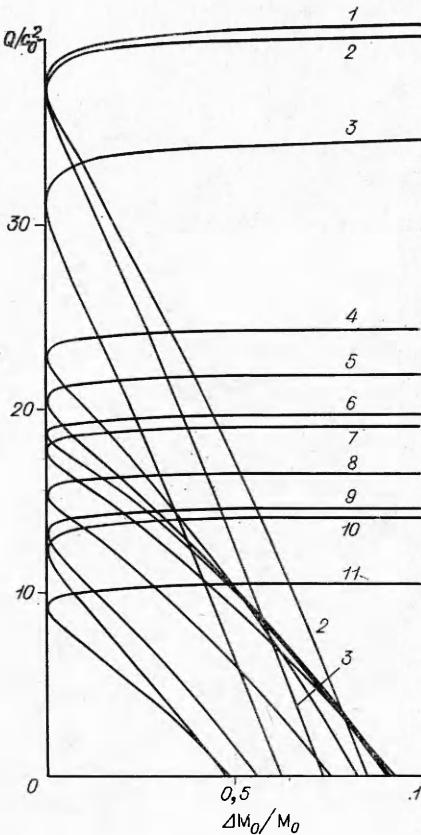
Приведенные формулы позволяют с помощью табл. 1 и данных [1] с достаточной для практики точностью рассчитывать основные газодинамические параметры нормальных и пересжатых детонационных волн в широком диапазоне начальных температур и давлений. Отметим, что при неограниченном увеличении степени пересжатия на слабой ветви (сгорание в замкнутом объеме) приведенная формула для расчета давления дает величину  $p \approx 0,52 p_{\text{ж}}$ , что хорошо согласуется с данными табл. 1.

На рисунке приведены графики зависимости количества тепла, ушедшего в поток, отнесенного к квадрату начальной скорости звука  $q = Q/a_0^2$ , от степени пересжатия по скорости  $(M_0 - M_{0\text{ж}})/M_{0\text{ж}}$ . Верхние ветви кривых соответствуют слабой, нижние — сильной ветвям детонационной адиабаты. Величина  $Q$  вычислялась по формуле

$$Q = H_0 + \frac{u_0^2}{2} - H - \frac{u^2}{2}.$$

Приведенные графики показывают, что с увеличением пересжатия на сильной ветви адиабаты энерговыделение сильно падает, а для ряда смесей, часто использовавшихся в экспериментах (кривые 11 и 10 на рисунке), уже при пересжатии  $\sim 50\%$  тепловой эффект реакции становится отрицательным [2]. Это говорит о необходимости осторожно относиться к результатам экспериментов, в которых не фиксируются неоднородности фронта в пересжатых волнах, так как может оказаться, что в таких волнах энерговыделение отсутствует.

**Расчеты прямых отражений от твердой стенки.** В табл. 4 приведены результаты расчетов для отражений типа: ударная волна, имеющая



Кривые зависимости теплового эффекта реакции от степени пересжатия для смесей.

1 —  $C_2H_2 + 2,5O_2$ ; 2 —  $CH_4 + 2O_2$ ; 3 —  $C_2H_2 + 2,5O_2 \times (p_0 = 0,1 \text{ атм})$ ; 4 —  $2H_2 + O_2$ ; 5 —  $C_2H_2 + \text{воздух}$  (стех.); 6 —  $CH_4 + \text{воздух}$  (стех.); 7 —  $CO + \text{воздух}$  (стех.); 8 —  $H_2 + \text{воздух}$  (стех.); 9 —  $2H_2 + O_2 + 3Ar$ ; 10 —  $C_2H_2 + 2,5O_2 + 10,5Ar$ ; 11 —  $2H_2 + O_2 + 7Ar$ .

скорость Чепмена — Жуге, отражается ударной волной ( $S \rightarrow S$ ), ударная волна отражается перескоком равновесной детонационной волной ( $S \rightarrow D$ ), состояние Жуге отражается с замороженным составом ( $D \rightarrow S$ ) и, наконец, состояние Жуге отражается с равновесным составом ( $D \rightarrow D$ ). Отметим, что при отражении ударной волны давления за ней мало отличаются для замороженного и равновесного составов. При равновесном отражении состояния Жуге, как и следовало ожидать, происходит дополнительная диссоциация, давление и температура понижаются.

**Влияние потерь.** В табл. 5 приведены результаты расчетов влияния потерь тепла на параметры волны в точке Жуге. Буквами  $e$  и  $f$  обозначены результаты, полученные для состояний Жуге, вычисленных по равновесной и замороженной скоростям звука,  $\Delta q/q_{\infty}$  — относительные теплопотери. Для расчетов были выбраны смеси, сильно отличающиеся по своим характеристикам. Из таблиц видно, что потери тепла, заметные по сравнению с тепловыделением в точке Жуге, не приводят к существенным изменениям параметров. В табл. 6 приведены данные, характеризующие изменение состава под влиянием потерь для смесей  $2H_2+O_2$  и  $C_2H_2+2,5O_2$ . При равновесных течениях сдвиг равновесного состава в сторону недиссоциированных продуктов эффективно компенсирует влияние потерь тепла из зоны реакции.

Институт гидродинамики  
СО АН СССР,  
Новосибирск

Поступила в редакцию  
13/IV 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Эйзен, Р. Гросс, Т. Ривлин. Вопросы реактивной техники, 1961, 1.
2. М. Е. Топчиян. Докт. дис., ИГ СО АН СССР, 1974.
3. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Под ред. акад. Н. П. Глушко. М., Изд-во АН СССР, 1967.
4. А. А. Васильев, Т. П. Гавриленко, М. Е. Топчиян. ФГВ, 1973, 9, 2.

#### РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЯЧЕЙКИ МНОГОФРОНТОВОЙ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИИ

А. А. Васильев, Ю. А. Николаев, В. Ю. Ульянинский

В работе [1] движение ударного фронта в ячейке многофронтовой газовой детонации разбивается на два этапа: с мгновенной реакцией и без нее. Точка срыва горения определяется положением ударного фронта в момент прохождения через него последней частицы, сгорающей до столкновения поперечных волн. Расчетная координата этой точки  $l_* \approx 0,47b$ , отсчитываемая от начала ячейки, соответствует координате  $l_1 = 0,48b$  экспериментально фиксируемого разделения ударного фронта и фронта горения, происходящего, согласно [2], в момент, когда скорость ударного фронта примерно совпадает со скоростью волны Чепмена — Жуге  $D_0$ . Данные [2] относятся к предельно низким давлениям. При более высоких давлениях разделение фронтов фиксируется приблизительно в момент максимальной неровности фронта [3] ( $l_1 = l_2 \approx 0,6b$ ). Под неровностью фронта  $\psi$  следует понимать его проекцию на ось симметрии ячейки. Расчетная зависимость  $\psi/a$  от положения фронта в ячейке приведена на рис. 1. Здесь  $a$  и  $b$  — поперечный и продольный размеры ячейки соответственно. Привлекая в рассмотрение соседние ячейки, можно сделать вывод, что неровность фронта детонации в целом меняется от  $0,05b$  до  $0,18b$  и достигает максимума в момент соударения поперечных волн ( $l_2 \approx 0,66b$ ). Расчетная величина максимальной неровно-