

УДК 53.083

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЕСКОНТАКТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ИМПУЛЬСНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ\*

Б. В. Скворцов, С. А. Борминский, Д. М. Живоносная

*Самарский национальный исследовательский университет им. академика С. П. Королёва,  
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34  
E-mail: aps@ssau.ru*

Предлагается и теоретически обосновывается метод бесконтактного оперативного измерения удельной электрической проводимости, а также диэлектрической и магнитной проницаемостей материалов посредством импульсного зондирования контролируемой поверхности. Отражённый от контролируемого объекта электромагнитный импульс в своём спектральном составе несёт информацию об измеряемых параметрах, которые можно вычислить по предлагаемой методике.

*Ключевые слова:* электромагнитные параметры, импульсное зондирование, спектральный состав, оперативный контроль.

DOI: 10.15372/AUT20180408

**Введение.** Развитие технологий, использующих тонкие плёнки, например STELS-технологии, в которых необходимо оперативно контролировать электромагнитные параметры материалов, актуально в настоящее время. Известные контактные и бесконтактные методы [1–9], как правило, не позволяют одновременно измерять проводимость, диэлектрическую и магнитную проницаемости и часто не могут быть реализованы в рамках одного комплексного устройства. В частности, в [7] и в других аналогичных работах в математической модели не учитывается проводимость среды. В [10] описан способ, позволяющий контролировать все три параметра методом электромагнитного зондирования. Однако использование импульсных зондирующих сигналов даёт возможность упростить конструкцию и процедуру измерения. По классификационным признакам, описанным в [9], предложенный метод основывается на анализе электромагнитных волн, отражённых от изучаемого образца.

Целью данного исследования является разработка и теоретическое обоснование метода импульсного бесконтактного измерения электромагнитных параметров материалов, нанесённых на подложку.

**Теоретические основы метода бесконтактного измерения.** Известно, что  $\varepsilon$  (диэлектрическая проницаемость) и  $\sigma$  (проводимость) образуют комплексную абсолютную диэлектрическую проницаемость среды [8, 11]:

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - j \frac{4\pi\sigma}{\omega} = \varepsilon - j\varepsilon'. \quad (1)$$

Аналогично определяется магнитная проницаемость  $\dot{\mu} = \mu - j\mu'$ , однако её мнимая часть имеет существенный вес только для ферромагнитных материалов или для вещества в особых состояниях, например при ядерном магнитном резонансе. В данной работе рассмотрим модуль магнитной проницаемости  $\mu = |\dot{\mu}|$ .

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 8.2297.2017/4.6).

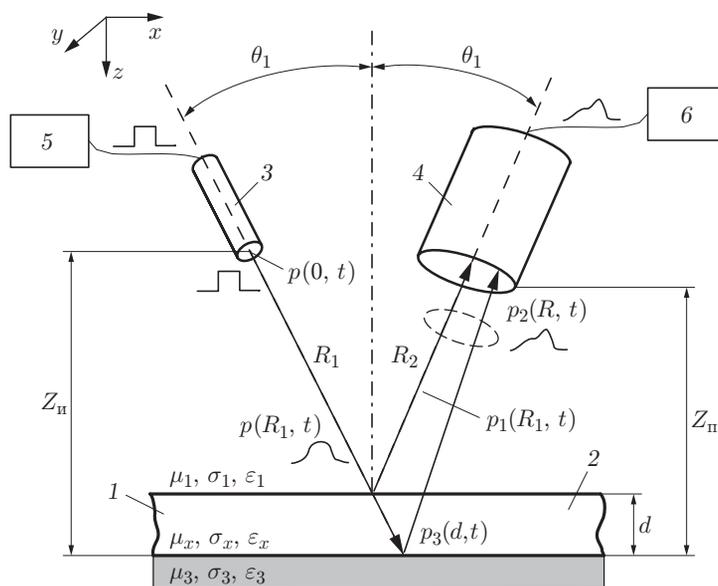


Рис. 1. Схема математического моделирования бесконтактного измерения электромагнитных параметров материалов методом импульсного зондирования:  $\mu, \sigma, \varepsilon$  — электродинамические параметры соответствующей среды;  $\theta_1$  — угол падения;  $Z_n, Z_{\Pi}, R_1, R_2$  — конструкционные параметры; 1 — контролируемая среда; 2 — граница раздела сред; 3 — излучатель; 4 — приёмник; 5 — генератор; 6 — устройство обработки;  $p(0, t), p(R_1, t), p_1(R_1, t), p_2(R, t), p_3(d, t)$  — зондирующие импульсы на разных стадиях распространения;  $d$  — толщина контролируемого слоя

Суть метода иллюстрирует рис. 1. Излучатель 3, находящийся в среде с известными электромагнитными параметрами  $\mu_1, \sigma_1, \varepsilon_1$  (как правило, это газовая среда), формирует направленный импульсный электромагнитный сигнал  $p(0, t)$ , падающий на материал 1 с контролируемыми электромагнитными параметрами  $\mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x$  под углом  $\theta_1$ . Отражённый от поверхности сигнал  $p_2(R, t)$ , попадающий в приёмник 4, несёт информацию об искомых электромагнитных параметрах  $\mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x$ . Кроме сигнала  $p_1(R_1, t)$  в приёмник попадает также поток, отражённый от нижней границы раздела  $p_3(d, t)$ , который создаёт помеху. В приёмнике оба сигнала сливаются и создают импульс  $p_2(R, t)$ . Искомые электромагнитные параметры могут проявляться в спектральной плотности импульсного отражённого сигнала, его амплитуде и фазе. Примем допущения: контактирующие среды изотропны, стационарны и линейны с точки зрения электромагнитных свойств. Для наших исследований необязательно рассмотрение трёхмерной задачи. Если направление распространения луча совместить с одной из координат, например  $z$ , то можно ограничиться одномерной моделью. В этом случае зондирующий импульс  $p(0, t)$  любой формы, образованный в точке 0, есть направленный сгусток энергии, возбуждающий вокруг себя набор колебаний разных частот, комплексный амплитудный спектр которых определяется преобразованием Фурье [8]:

$$S(0, j\omega) = F[p(0, t)] = \int_{-\infty}^{\infty} p(0, t) e^{-j\omega t} dt = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega) = A_0(\omega) e^{j\varphi_0(\omega)}, \quad (2)$$

где  $A_0(\omega) = |S(0, j\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)}$ ,  $\varphi_0(\omega) = \arctg \frac{\text{Re}(\omega)}{\text{Im}(\omega)} = \arg |S(j\omega)|$  — амплитудный и фазовый спектры зондирующего импульса. При заданной спектральной плотнос-

ти форма импульса определяется через обратное преобразование Фурье [12, 13]:

$$p(0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(0, j\omega) e^{j\omega t} d\omega = F^{-1}[S(0, j\omega)]. \quad (3)$$

В любой другой точке  $z$  на пути следования импульса его форму выразим как

$$p(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(0, j\omega) e^{j[\omega t - k(j\omega)z]} d\omega, \quad (4)$$

где

$$k(j\omega) = \sqrt{\mu\omega(\varepsilon\omega - j\sigma)} = k' - jk'' \quad (5)$$

— волновой вектор [5, 14], который находится через электромагнитные параметры среды распространения

$$k' = \sqrt{\frac{\mu\omega(\sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2\omega^2} + \varepsilon\omega)}{2}}; \quad k'' = \sqrt{\frac{\mu\omega(\sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2\omega^2} - \varepsilon\omega)}{2}}. \quad (6)$$

В формулах (6)  $\varepsilon$  и  $\mu$  — абсолютные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей:  $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_{\text{отн}}$ ,  $\mu = \mu_0\mu_{\text{отн}}$ , где  $\varepsilon_0 = 8,85416 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,  $\mu_0 = 1,256637 \cdot 10^{-6}$  Гн/м, что следует из размерностей и физического смысла. При этом следует иметь в виду, что  $\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = 1/c$ , а для газов и жидкостей  $\mu_{\text{отн}} \approx 1$ ;  $c = 2,9979 \cdot 10^8$  м/с — скорость света в вакууме [8, 11].

Выражение (4) в явном и общем виде связывает параметры импульса, появившегося в точке  $z$ , с параметрами зондирующего импульса в точке излучения 0. Рассмотрим расчёт импульса, отражённого от поверхности раздела контролируемых сред и вернувшегося к приёмнику. Импульс, дошедший до контролируемой поверхности, будет иметь вид

$$p(R_1, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(0, j\omega) e^{j[\omega t - k(j\omega)R_1]} d\omega = F^{-1}[S_1(R_1, j\omega)]. \quad (7)$$

Здесь  $R_1$  — путь импульса от излучателя до контролируемого материала;  $S_1(R_1, j\omega) = S(0, j\omega) e^{-jk(j\omega)R_1}$  — спектральная плотность сигнала, пришедшего в точку отражения. Отметим, что  $S_1(R_1, j\omega) = F[p(R_1, t)]$ , где  $F[p(R_1, t)]$  — преобразование Фурье сигнала, пришедшего в точку отражения.

Этот сигнал разделится на два: отражённый  $p_1(R_1, t)$  и преломлённый, который в дальнейших исследованиях не рассматривается. Спектральную плотность отражённого сигнала вычислим по формуле

$$S_1(R_1, j\omega) = G(j\omega)S(R_1, j\omega), \quad (8)$$

где  $G(j\omega)$  — коэффициент отражения, зависящий от электромагнитных свойств контактирующих сред. Отражённый сигнал определяется через обратное преобразование Фурье по формуле [12, 13]

$$p_1(R_1, t) = F^{-1}[S_1(R_1, j\omega)]. \quad (9)$$

Сигнал, пришедший в приёмник после отражения, находится по формуле

$$p_2(R, t) = \frac{1}{2\pi} \int S_1(R_1, j\omega) e^{j[\omega t - k(j\omega)R_2]} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_2(R, j\omega) e^{j\omega t} d\omega = F^{-1}[S_2(R, j\omega)]. \quad (10)$$

Здесь  $S_2(R, j\omega) = G(j\omega)S(R_1, j\omega) e^{-jk(j\omega)R_2}$  — спектральная плотность сигнала, пришедшего в приёмник;  $R = R_1 + R_2$  — путь луча от излучателя к приёмнику, складывающийся из двух участков: от излучателя до точки отражения ( $R_1$ ) и от точки отражения до излучателя ( $R_2$ ) (см. рис. 1). После подстановок выражение для импульса, достигшего приёмника после отражения, примет вид

$$\begin{aligned} p_2(R, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega) S(R_1, j\omega) e^{j[\omega t - k(j\omega)R_2]} d\omega = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int G(j\omega) e^{j[\omega t - k(j\omega)(R_1 + R_2)]} \cdot e^{-j\omega t} p(0, t) dt d\omega. \end{aligned} \quad (11)$$

Непосредственно амплитудные спектры зондирующего и пришедшего в приёмник сигналов связаны соотношением

$$S_2(R, j\omega) = G(j\omega)S(0, j\omega) e^{-jk(j\omega)(R_1 + R_2)} = F[p_2(R, t)]. \quad (12)$$

Выражения (11), (12) объединяют в явном виде зондирующий  $p(0, t)$  и пришедший в приёмник  $p_2(R, t)$  сигналы, определяют их форму, ориентацию по времени, спектральные плотности. В (11), (12) информацию об электромагнитных параметрах контролируемой среды несёт в себе коэффициент отражения  $G(j\omega)$ . Осуществим проверку. При  $R_1 = 0$  импульс  $p_1(R_1, t) = p(0, t)$ , так как сигнал посылается непосредственно в контролируемую среду,  $G(j\omega) = 0$ . При  $R_1 = R_2 = \infty$  импульс  $p_2(R, t) = 0$ , поскольку под интегралом оказывается бесконечно малый множитель. Физически это означает, что импульс не долетает до бесконечности, а следовательно, и не отражается. Формулы (11), (12) достаточно легко вычисляются стандартными математическими программами с использованием прямых и обратных преобразований Фурье.

**Алгоритм расчёта.** Общий алгоритм вычислений отражённого импульса в программе Mathcad имеет вид

$$\begin{aligned} p(0, t) \rightarrow F[p(0, t)] \rightarrow S(0, j\omega) \rightarrow S(R_1, j\omega) \rightarrow F^{-1}[S(R_1, j\omega)] \rightarrow p_1(R_1, t); \\ \downarrow \\ S_1(R_1, j\omega) \rightarrow S_2(R, j\omega) \rightarrow F^{-1}[S_2(R, j\omega)] \rightarrow p_2(R, t). \end{aligned} \quad (13)$$

В отражённом сигнале и его спектральной плотности заложена вся интересующая нас информация об электромагнитных параметрах контролируемого материала, присутствующая в коэффициенте отражения  $G(j\omega)$ . Выделение этой информации из отражённого сигнала является главной теоретической задачей данной работы, решение которой представим следующим образом. Коэффициент отражения зависит от угла падения и волнового

сопротивления контактирующих сред и в общем случае определяется по формуле [13, 15]

$$G(j\omega) = \frac{(Z_3 + Z_2)(Z_2 - Z_1) e^{-ik_{2z}d} + (Z_3 - Z_2)(Z_2 + Z_1) e^{ik_{2z}d}}{(Z_3 + Z_2)(Z_2 + Z_1) e^{-ik_{2z}d} + (Z_3 - Z_2)(Z_2 - Z_1) e^{ik_{2z}d}} = |G(j\omega)| e^{j\varphi_G(\omega)}, \quad (14)$$

где  $\varphi_G(\omega) = \arg |G(j\omega)|$ ;  $Z_1, Z_2, Z_3$  — комплексные волновые сопротивления контактирующих сред, вычисляемые по формуле [11]

$$Z = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} = \sqrt[4]{\frac{\mu^2\omega^2}{\sigma^2 + \varepsilon^2\omega^2}} e^{j \arg \operatorname{tg}(\sigma/\omega\varepsilon)} = A(\mu, \sigma, \varepsilon, \omega) e^{j\theta(\sigma, \varepsilon, \omega)}; \quad (15)$$

$k_{2z} = (\omega \cos \theta_2)/V_{\Phi 2}$  — составляющая модуля волнового вектора по оси  $Z$  в исследуемом слое ( $V_{\Phi 2}$  — фазовая скорость);

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1\right) = \arcsin(n_{12} \sin \theta_1) \quad (16)$$

( $n$  — коэффициент преломления среды).

Электромагнитные параметры  $\mu, \sigma, \varepsilon$  верхней среды считаются известными. Волновое сопротивление  $Z_2$  отражающей среды находится по формуле (15) при  $\mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x$ , являющихся искомыми величинами. Спектральный состав пришедшего в приёмник сигнала задаётся соотношением, вытекающим из (12):

$$S_2(R, j\omega) = |G(j\omega)||S(0, j\omega)| e^{-\alpha(\omega)R} \cdot e^{j[\varphi_G(\omega) + \varphi_0(\omega) - \omega R/V_{\Phi}(\omega)]} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (17)$$

где  $\alpha$  — коэффициент поглощения. Величины  $A(\omega), \varphi(\omega)$  (амплитуда и фаза спектра отражённого сигнала) находятся по формулам

$$A(\omega) = |G(j\omega)||S(0, j\omega)| e^{-\alpha(\omega)R}, \quad (18)$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_G(\omega) + \varphi_0(\omega) - \frac{\omega R}{V_{\Phi}(\omega)} = \arg G(j\omega) + \arg S(0, j\omega) - \frac{\omega R}{V_{\Phi}(\omega)}. \quad (19)$$

Аналитические выражения для определения указанных параметров очень громоздки. Для их вычисления можно предложить следующую схему решения в программе Mathcad. По формуле (14) формируется функция отражения, в которой искомые параметры  $\mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x$  присутствуют в виде соотношений, вытекающих из (15), (16):

$$Z_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_x}{\sigma_x + j\omega\varepsilon_x}}; \quad \theta_2 = \arcsin\left[\sqrt{\frac{\mu(\varepsilon\omega + \sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2\omega^2})}{\mu_x(\varepsilon_x\omega + \sqrt{\sigma_x^2 + \varepsilon_x^2\omega^2})}} \sin \theta_1\right]. \quad (20)$$

Здесь параметры среды зондирования  $\mu, \sigma, \varepsilon$ , а также конструкционные параметры  $\theta_1, R$  считаются известными. Выражения для модуля и фазы спектра отражённого импульса зависят от электромагнитных параметров отражающей поверхности и толщины отражающего слоя  $d$  и могут быть записаны в виде

$$A(\omega) = |G(j\omega)||S(0, j\omega)| e^{-\alpha(\omega)R} = F_A(\omega, \mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x, d), \quad (21)$$

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) + \arg S(0, j\omega) - \frac{\omega R}{V_{\Phi}(\omega)} = F_{\varphi}(\omega, \mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x, d). \quad (22)$$

Отметим, что компоненты волнового вектора определяют фазовую ( $V_\Phi$ ) и групповую ( $V_{Гр}$ ) скорости распространения волны, коэффициент поглощения ( $\alpha$ ), коэффициент преломления ( $n$ ) среды, которые вычисляются по следующим формулам [8, 14]:

$$V_\Phi = \frac{\omega}{k'} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu(\varepsilon\omega + \sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2\omega^2})}} \text{ [М/с]}, \quad \alpha = k'' = \sqrt{\frac{\mu\omega(\sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2\omega^2} - \varepsilon\omega)}{2}} \text{ [1/М]},$$

$$n = c/V_\Phi = c\sqrt{\frac{\mu(\varepsilon\omega + \sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2\omega^2})}{2\omega}}.$$

Формулы (21), (22) могут использоваться в программе для численного решения задачи определения электромагнитных параметров  $\mu_x$ ,  $\sigma_x$ ,  $\varepsilon_x$  и толщины  $d$  контролируемой среды по отсчётам спектрального состава отражённого импульса. Для этого можно применять выражения (21), (22) как по отдельности, так и совместно, для чего достаточно взять отсчёты на двух частотах  $\omega_i$ ,  $\omega_{i+1}$ . В данном случае система уравнений для вычисления искомых параметров примет вид

$$\begin{cases} F_A(\omega_i, \mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x, d) = A(\omega_i), \\ F_\varphi(\omega_i, \mu_x, \sigma_x, \varepsilon_x, d) = \varphi(\omega_i). \end{cases} \quad (23)$$

В правой части системы (23) стоят данные измерительной процедуры. Система определяет средние значения электромагнитных параметров в таком диапазоне частот, в котором они слабо зависят от частоты, и принимается допущение, что  $\varepsilon_x(\omega_i) \approx \varepsilon_x(\omega_{i+1})$ ,  $\sigma_x(\omega_i) \approx \sigma_x(\omega_{i+1})$ ,  $\mu_x(\omega_i) \approx \mu_x(\omega_{i+1})$ , а изменение сигналов происходит только за счёт изменений фазовой скорости, волнового сопротивления, коэффициента поглощения. В этом случае искомые параметры вычисляются по любым трём уравнениям в системе (23).

**Примеры решения и анализ результатов.** В общем случае все электромагнитные параметры зависят от частоты, поэтому уравнений (21), (22) недостаточно для их определения при каждой из частот [16]. Однако, если один из параметров заранее известен и мало зависит от частоты, то для нахождения оставшихся двух достаточно отсчёта амплитуды и фазы отражённого сигнала на одной частоте. Для большинства полупроводниковых материалов, кремниевых и углеродных структур магнитная проницаемость  $\mu \approx \mu_0 \pm 0,0001$ . Если предположить, что магнитная проницаемость известна, то разработанная методика позволяет определить проводимость и диэлектрическую проницаемость на двух произвольных частотах, присутствующих в спектральных характеристиках отражённого импульса. Рассмотрим пример решения системы (23) при следующих параметрах. Зондирующий импульс — меандр с амплитудой  $A_0 = 1,0$  и длительностью  $\tau = 10^{-9}$  с. Конструкционные параметры:  $R_1 = R_2 = 0,1$  м,  $\theta_1 = 10^0$ . Среда распространения зондирующего импульса — воздух:  $\mu_{отн} = 1,00053$ ,  $\varepsilon_{отн} = 1,00027$ ,  $\sigma = 10^{-18}$  1/Ом·м. В качестве отражающих сред взяты среды с электромагнитными параметрами:  $\mu_{отн} = 0,9998$ ,  $\varepsilon_{отн} = 4,0$ ,  $\sigma = 4$  1/Ом·м;  $\mu_{отн} = 1,005$ ,  $\varepsilon_{отн} = 2,0$ ,  $\sigma = 20$  1/Ом·м. Спектральный состав зондирующего импульса определяется выражением [16]:

$$S(0, j\omega) = \frac{A_0}{j\omega}(1 - e^{-j\omega\tau}) = \left| \frac{2A_0}{\omega} \sin \frac{\omega\tau}{2} \right| e^{-j(\omega\tau/2)}, \quad (24)$$

$$|S(0, j\omega)| = \left| \frac{2A_0}{\omega} \sin \frac{\omega\tau}{2} \right|; \quad \varphi_0(\omega) = \arg S(0, j\omega) = -\frac{\omega\tau}{2}. \quad (25)$$

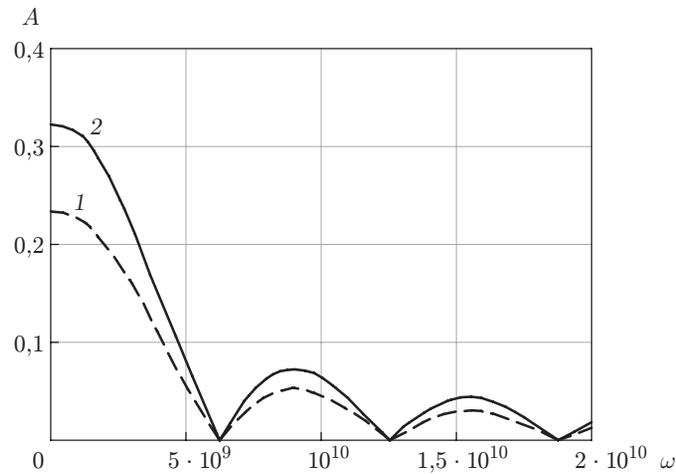


Рис. 2. Нормированные амплитудные спектры отражённых импульсов при различных параметрах отражающей среды: кривая 1 — при  $\mu_{\text{отн}} = 0,9998$ ,  $\varepsilon_{\text{отн}} = 4,0$ ,  $\sigma = 4$  1/Ом·м; кривая 2 — при  $\mu_{\text{отн}} = 1,005$ ,  $\varepsilon_{\text{отн}} = 2,0$ ,  $\sigma = 20$  1/Ом·м,  $d = 10^{-4}$  м

Из (25) видно, что амплитудный спектр зондирующего сигнала является периодической функцией и имеет максимальное значение по амплитуде при  $\omega = 0$ . В результате расчёта по алгоритму (13) с использованием формулы (14) получены нормированный (делённый на величину  $|S(0, j\omega)|_{\text{max}}$ ) амплитудный и фазовый спектры пришедшего в приёмник сигнала, отражённого от сред с указанными выше параметрами (рис. 2 и 3).

Графики типичны для прямоугольного зондирующего импульса и иллюстрируют возможности выбора частотных отсчётов для системы (23). Из анализа графиков и выражения (24) можно сделать вывод, что отсчёты  $\omega_i$  для системы (23) целесообразно проводить на первом лепестке амплитудного спектра в диапазоне частот  $1/\tau < \omega < (2\pi)/\tau$ , а длительность  $\tau$  зондирующего импульса выбирать на частоте измерения электромагнитных параметров. Графики амплитудного и фазового спектров показывают значительное влияние параметров контролируемой среды на количественные характеристики отражённых сигналов. Также следует отметить, что уменьшение толщины контролируемого слоя снижает амплитудное значение отражённого сигнала. Влияние толщины плёнки при различ-

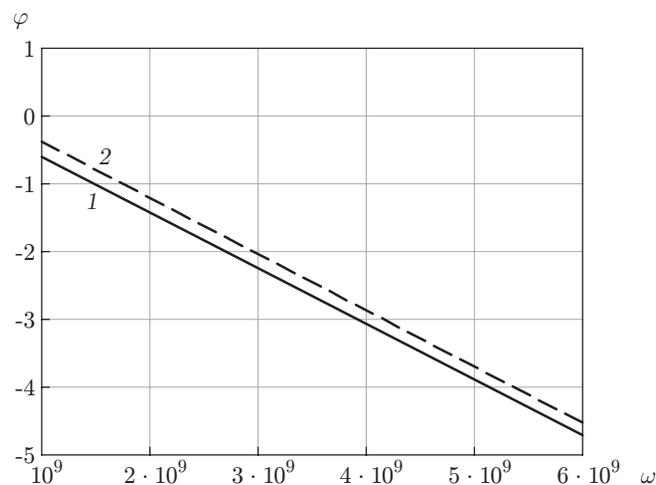


Рис. 3. Фазовый спектр отражённых импульсов при различных параметрах отражающей среды (значения кривых как на рис. 2)

ных соотношениях электромагнитных параметров требует отдельных исследований и в данной работе не рассматривается.

Далее решалась обратная задача. По амплитудному и фазовому спектрам для отражающей среды 1 (см. рис. 1) проводились отчёты на частотах  $\omega_1 = 10^9$  рад/с и  $\omega_2 = 5 \cdot 10^9$  рад/с, которые составляли  $A(\omega_1) = 2,203 \cdot 10^{-10}$ ,  $A(\omega_2) = 5,51 \cdot 10^{-11}$ ,  $\varphi(\omega_1) = -0,58$  рад,  $\varphi(\omega_2) = -3,91$  рад. Отметим, что здесь не должны вызывать сомнения малые значения отчётов амплитудных спектров  $A(\omega_i)$ , потому что они получены в результате преобразования Фурье реального отражённого импульса, амплитуда которого весьма существенна. Данные подставлялись в правую часть системы (23), из которой численными методами найдены значения  $\mu_x = 0,961\mu_0$  Гн/м,  $\varepsilon_x = 3,983\varepsilon_0$  Ф/м,  $\sigma_x = 3,998$ ,  $d = 1,001 \cdot 10^{-4}$  1/Ом·м ( $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  — абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, результат приведён в абсолютных значениях). Решение нелинейной системы (23) численными методами — сложная задача, требующая отдельного исследования. Система имеет несколько решений, поэтому необходимо задавать границы поиска, которые определяются на основе априорной информации о контролируемом материале. База априорных данных получается путём прямого расчёта выражений (21), (22) при различных комбинациях  $\mu_x$ ,  $\sigma_x$ ,  $\varepsilon_x$ , взятых в диапазоне их возможных значений. Примеры расчётов показали корректность предложенного метода измерений и возможность исключения влияния толщины плёнки и параметров подложки.

Разработанная математическая модель учитывает значения электромагнитных параметров как самой плёнки, так и подложки, поэтому минимальная толщина контролируемой плёнки зависит от чувствительности принимающей антенны и погрешности устройства обработки, в качестве которого применяется векторный анализатор цепей. Поверхностный метрологический анализ показал, что при использовании импульса длительностью  $\tau = 10^{-9}$  толщина плёнки должна превышать размер, который достаточен для изменения фазы в отражённом сигнале на величину, превышающую погрешность измерения. Для применённого в данной работе анализатора TR1300/1 с погрешностью определения амплитуды 1 % и фазы  $1^\circ$  минимальная толщина составляет  $10^{-6}$  м. Это значение получилось в результате численного моделирования процедуры измерения, заключающегося в изменении толщины плёнки в математической модели и вычислении соответствующих ему значений амплитуды и фазы отражённого сигнала. На точность измерения в общем случае влияет неравномерность толщины плёнки. Суммарная неравномерность толщины усредняется по размеру зондирующего пятна, поэтому если частота неровностей значительно меньше размера зондирующего сигнала, то такая неравномерность в целом не влияет на точность измерения. Возможно уменьшение влияния неравномерности толщины исследуемой плёнки путём выбора антенны с более широкой диаграммой направленности. Неравномерность толщины, приводящая к изменению сигнала в рамках погрешности измерительного оборудования, не способствует возникновению отклонений в результатах измерения и может оцениваться лишь статистическими методами метрологической оценки. В более общем случае исследование этой проблемы требует дополнительных теоретических исследований и выходит за рамки данной работы.

**Заключение.** Предлагаемые результаты составляют теоретические основы импульсного метода комплексной диагностики электромагнитных параметров материалов, на основе которого могут быть построены измерительные процедуры, конкретные методики и алгоритмы определения искомых величин. Совокупность рассмотренных формул является обобщённой физико-математической моделью измерения электромагнитных параметров методом импульсного зондирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chen L. F., Ong C. K., Neo C. P. et al.** Microwave Electronics. Measurement and Materials Characterization. Chichester: John Wiley & Sons, 2004. 537 p.
2. **Глебович Г. В.** Исследование объектов с помощью пикосекундных импульсов. М.: Радио и связь, 1984. 256 с.
3. **Афонский А. А., Дьяконов В. П.** Электронные измерения в нанотехнологиях и микроэлектронике /Под ред. В. П. Дьяконова. М.: ДМК Пресс, 2011. 688 с.
4. **Пат. 2103673 РФ.** Способ определения диэлектрической проницаемости материала /А. В. Корнеев, Д. Н. Селин, К. А. Спиридонов и др. Заявл. 21.11.95; Оpubл. 20.02.98. URL: [http://www1.fips.ru/fips\\_serv1/fips\\_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2103673&TypeFile=html](http://www1.fips.ru/fips_serv1/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2103673&TypeFile=html) (дата обращения: 22.02.2018).
5. **Пат. 2449303 РФ.** Способ измерения магнитных параметров наноматериалов /А. А. Игнатъев, М. Н. Куликов, А. В. Ляшенко и др. Заявл. 13.09.10; Оpubл. 27.04.12, Бюл. № 12.
6. **Журавлев В. А., Журавлев А. В., Хацкевич Ю. А.** Определение электромагнитных параметров магнитодиэлектриков из измерений модулей коэффициентов прохождения и отражения ЭМВ. Приближение тонкого слоя // Изв. вузов. Физика. 2013. **56**, № 8/2. С. 312–314.
7. **Гинзбург В. Л.** Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 684 с.
8. **Скворцов Б. В., Живоносная Д. М.** Метод бесконтактных измерений электромагнитных параметров наноматериалов // Автометрия. 2016. **52**, № 4. С. 98–106.
9. **Шестопапов В. П., Яцук К. П.** Методы измерения диэлектрических проницаемостей вещества на сверхвысоких частотах // Успехи физических наук. 1961. **74**, № 4. С. 721–755.
10. **Вайнштейн Л. А.** Распространение импульсов // Успехи физических наук. 1976. **118**, № 2. С. 339–366.
11. **Скворцов Б. В., Лёзин И. А., Лёзина И. В., Скворцов Д. Б.** Программа моделирования распространения электромагнитных и акустических импульсов в поглощающих средах // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. Оpubл. 10.01.2012, № 2012610460.
12. **Скворцов Б. В., Скворцов Д. Б., Малышева-Стройкова А. Н.** Теоретические основы распространения направленных энергетических импульсов в стационарных и движущихся средах // Вестн. СГАУ. 2012. **38**, № 7. С. 143–152.
13. **Рязанов М. И.** Электродинамика конденсированного вещества. М.: Наука, 1982. 304 с.
14. **Бреховских Л. М.** Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 344 с.
15. **Скворцов Б. В., Забойников Е. А., Васильев Р. Л.** Определение электродинамических параметров материалов в широком диапазоне частот // Измерительная техника. 1997. № 9. С. 24–29.
16. **Гоноровский И. С.** Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1966. Ч. 1. 440 с.

*Поступила в редакцию 22 февраля 2018 г.*