

## РАЗЛЕТ ПЛАЗМЕННОГО СГУСТКА ПО МЕНЕЕ ПЛОТНОМУ ПЛАЗМЕННОМУ ФОНУ

Ю. А. Березин, П. В. Хенкин

(Новосибирск)

Изучению вопроса о движении плазменных сгустков по плазменному фону посвящен ряд теоретических работ (см., например, [1—3]). В данной работе исследуется влияние конечной проводимости (кулоновской и аномальной) на движение сгустка и возрастание магнитного поля. Численно моделируется задача о расширении плазменного цилиндра в разреженную плазму. Так как в первом приближении нас интересует не структура ударной волны, а процесс взаимодействия плазмы с магнитным полем и влияние на это взаимодействие ионно-звуковой и пучковой неустойчивостей, то нами выбрана модель двухжидкостной гидродинамики, которая более проста по сравнению с гибридной моделью.

Рассмотрим нестационарную аксиально-симметричную задачу, когда все искомые функции являются функциями радиуса  $r$  и времени  $t$ , магнитное поле имеет только  $z$ -компоненту, направленную вдоль оси цилиндрической системы координат  $\mathbf{H} = \{0, 0, H\}$ . Тогда систему уравнений двухжидкостной магнитной гидродинамики [4] для цилиндрического случая в эйлеровых координатах можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) n = -n \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right), \quad (m_i + m_e) n \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) u = \\
 & = - \frac{\partial}{\partial r} \left( n T_i + n T_e + \frac{H^2}{8\pi} \right) + \frac{c^2 m_i m_e}{16\pi^2 e^2 (m_e + m_i) n} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial H}{\partial r} \right)^2, \\
 & \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) H = - \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) H - \frac{c m_e m_i}{4\pi e^2 (m_e + m_i)} \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \times \\
 & \quad \times \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) \left( \frac{1}{n} \frac{\partial H}{\partial r} \right) - \frac{c}{e} \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \frac{R_\Phi}{n}, \\
 & \frac{3}{2} n \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) T_e = -n T_e \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) - \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) q_{er} + Q_e, \\
 & \frac{3}{2} n \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) T_i = -n T_i \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) - \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) q_{ir} + Q_i,
 \end{aligned}$$

где  $R_\Phi = \left( \alpha_\perp \frac{c}{4\pi e n} \frac{\partial H}{\partial r} + \beta_\Lambda^{uT} \frac{\partial T_e}{\partial r} \right)$  — составляющая силы трения между

ионной и электронной компонентами;

$Q_i = (3nm_e v_{ei}/m_i)(T_e - T_i)$ ;  $Q_e = -(Q_i + R_\Phi(v_{e\Phi} - v_{i\Phi}))$  ( $Q_i$  и  $Q_e$  — выделение тепла в ионном и электронном газах);  $q_{er} = - \left( \beta_\Lambda^{Tu} \frac{c}{4\pi e n} \frac{\partial H}{\partial r} + \chi_\perp^e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right)$ ;  $q_{ir} = - \chi_\perp^i \frac{\partial T_i}{\partial r}$  — радиальные компоненты электронного

и ионного потоков тепла соответственно;  $\alpha_\perp$ ,  $\beta_\Lambda^{uT}$ ,  $\beta_\Lambda^{Tu}$ ,  $\chi_\perp^e$ ,  $\chi_\perp^i$  определяются так же, как и в работе [4] для произвольной степени замагниченности плазмы при  $Z = 1$ ;  $\mathbf{u} = (m_i \mathbf{v}_i + m_e \mathbf{v}_e)/(m_e + m_i)$  — среднемассовая скорость. Здесь следует отметить, что поскольку в начальный момент времени  $u_\Phi|_{t=0} = 0$  (нет вращения плазмы как целого), то  $u_\Phi = 0$  в любой момент времени.

При выводе системы уравнений (1) использованы следующие соотношения:

$$\frac{\partial H}{\partial r} = - \frac{4\pi e n}{c} (v_i - v_e), \quad \frac{\partial H}{\partial t} = - \frac{c}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\Phi).$$

Эффективную частоту столкновений  $\nu$  представим в виде слагаемых, описывающих кулоновские и коллективные столкновения. Как показывает анализ [5], последние связаны с развитием пучковой и ионно-звуковой неустойчивостей:  $\nu = \nu_{ei} + \nu_b + \nu_s$ .

Для эффективной частоты, связанной с пучковой неустойчивостью, получим

$$v_b = \begin{cases} \left\{ (v^2 - v_{Te}^2) / \left[ \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3} v^2 + v_{Te}^2 \right] \right\} \Omega_i & \text{при } v \geq v_{Te}, \\ 0 & \text{при } v < v_{Te}. \end{cases}$$

Здесь и далее  $v = \left| \frac{c}{4\pi en} \frac{\partial H}{\partial r} \right|$ ;  $v_{Te} = \left( \frac{5}{3} \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2}$ ;  $\Omega_i = \left( \frac{4\pi n e^2}{m_i} \right)^{1/2}$ ;  $v_s = v_0 (1 - K_1 T_i / T_e) \left( 1 - \frac{K_2 (T_i / T_e)^{3/2}}{(v/c_s)} \right)$  при  $T_e \geq K_1 T_i$ ,  $v > c_s K_2 (T_i / T_e)^{3/2}$ .

Если указанные условия не выполняются, то  $v_s = 0$ , где  $K_1 \approx 5-7$ ;  $K_2 \approx 75$ ;  $v_0 = (10^{-3} - 10^{-2}) T_e v \Omega_i / T_i c_s$ ;  $c_s = (T_e / m_i)^{1/2}$  (см. [5, 6]).

Для завершения формулировки задачи необходимо поставить начальные и граничные условия. Пусть в начальный момент времени покоящаяся плазма заполняет цилиндрическую камеру ( $0 < r \leq r_0$ ), причем вблизи оси плотность плазмы и ее электронная температура выше, чем на периферии (сгусток); магнитное поле всюду однородно и равно  $H_0$ . Тогда начальные условия могут быть записаны следующим образом:

$$(2) \quad u(r, 0) = 0,$$

$$T_e(r, 0) / T_e^0 = 1 + (A_T - 1) / (1 + \exp((\alpha/r^0)(r - r_1))),$$

$$n(r, 0) / n^0 = 1 + (A_\rho - 1) / (1 + \exp((\alpha/r^0)(r - r_1))).$$

Значения величин  $T_e^0$ ,  $n^0$ ,  $r_0$  будут определены ниже. Параметры  $A_\rho$ ,  $A_T$  дают превышение плотности и температуры в сгустке над значениями плотности и температуры в фоне. Граничные условия на оси камеры:

$$(3) \quad u(0, t) = \partial H(0, t) / \partial r = \partial T_e(0, t) / \partial r = \partial T_i / \partial r = 0.$$

Граничные условия на поверхности раздела плазма — металл:

$$(4) \quad u(r_0, t) = 0;$$

$$(5) \quad \partial T_e(r_0, t) / \partial r = \partial T_i(r_0, t) / \partial r = 0 \text{ — отсутствие потока тепла через стенку;}$$

$$(6) \quad \partial H(r_0, t) / \partial r = 0.$$

Последнее условие следует из предположения о бесконечной проводимости стенки камеры и обобщенного закона Ома.

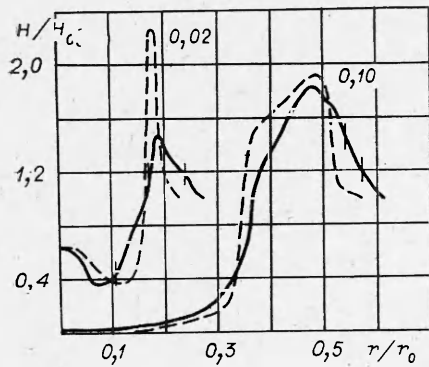
Поскольку рассмотрение ударных волн в плазме удобно проводить в лагранжевых массовых координатах, то система (1) с начальными (2) и граничными условиями (3)—(6) была записана в этих координатах. Для численного решения использовалась схема, являющаяся обобщением газодинамической схемы «крест» [7] и подробно описанная для плоского случая в работе [6], а для цилиндрического — в [8].

Значение эйлеровой координаты и скорости вычислялось в полуцелых точках ( $r_{j-1/2}$ ,  $v_{j-1/2}$ ), а все остальные функции — в целых точках.

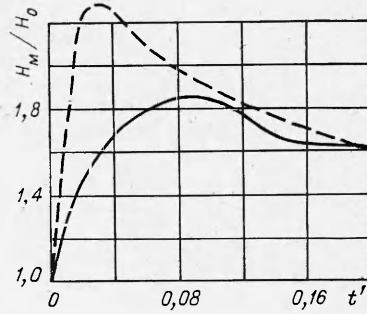
Для повышения устойчивости все диссипативные члены перенесены на верхний слой.

Рассмотрим результаты расчетов поставленной задачи при следующих параметрах:  $r_0 = 50$  см,  $T_e^0 = 100$  эВ,  $T_i^0 = 10$  эВ,  $n^0 = 10^{12}$  см<sup>-3</sup>,  $H_0 = 30$  Э. При этом будем иметь  $v_A^0 = 6 \cdot 10^6$  см/с,  $t^0 = 8 \cdot 10^{-6}$  с. В момент времени  $t = 0$  магнитное поле всюду задавалось однородным, ионная температура постоянная, а  $T_e(0, r)$  и  $n(0, r)$ , согласно формуле (2), со следующими коэффициентами:  $A_\rho = 10$ ,  $A_T = 5$ ,  $\alpha = 100$ ,  $r_1 = 0,1 r_0$ . Безразмерный перепад давлений в сгустке и фоне равен 220. Повышенное давление в центре области вызывает движение плазмы к периферии, что меняет начальную конфигурацию магнитного поля.

Пространственно-временная зависимость магнитного поля приведена на фиг. 1. Здесь и на остальных фигурах сплошные линии соответствуют



Ф и г. 1



Ф и г. 2

эффективной частоте столкновений  $\nu$ , а штриховые — когда учитываются только кулоновские столкновения. Цифры у кривых показывают значения момента времени  $t' = t/t^0$ .

Из фиг. 1 видно, что включение аномальной проводимости существенно уменьшает амплитуду магнитного поля особенно в начальные моменты времени. Вертикальными линиями на графике отмечены области, где развивается ионно-звуковая неустойчивость. С течением времени область развития ионно-звуковой неустойчивости уменьшается, и амплитуда поля при аномальной проводимости мало отличается от амплитуды поля, когда учитывается только кулоновская проводимость, что подтверждается фиг. 2, где приведена зависимость максимума величины  $H$  от времени.

Следует отметить, что проводимость плазмы в области, где развивается ионно-звуковая неустойчивость, примерно на четыре порядка меньше, чем когда учитывается только кулоновская проводимость.

Для контроля точности решения использован закон сохранения полной энергии, которая для системы (1) записывается в виде

$$W = \int_0^{r_0} \left\{ n(m_e + m_i) \frac{u^2}{2} + \left( \frac{\partial H}{\partial r} \frac{c}{4\pi en} \right)^2 nm_e + \frac{H^2}{8\pi} + \frac{3}{2} n(T_e + T_i) \right\} r dr.$$

Значение  $W$  в расчетах изменялось не более чем на 0,2%.

На фиг. 3 показана зависимость от времени энергии магнитного поля  $W_M$ , тепловой энергии ионного  $W_{T_i}$  и электронного  $W_{T_e}$  газов и кинетической энергии плазмы  $W_K$  (кривые 1—4 соответственно). Здесь

$$W_M = \int_0^{r_0} [H^2/8\pi W^0] r dr, \quad W_{T_i} = \int_0^{r_0} (1,5nT_i/W^0) r dr,$$

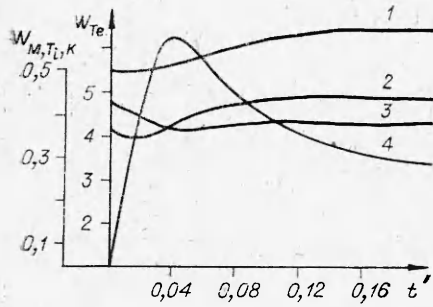
$$W_{T_e} = \int_0^{r_0} (1,5nT_e/W^0) r dr,$$

$$W_K = \int_0^{r_0} \left\{ \left[ n(m_e + m_i) \frac{u^2}{2} + \left( \frac{\partial H}{\partial r} \frac{c}{4\pi en} \right)^2 nm_e \right] / W^0 \right\} r dr,$$

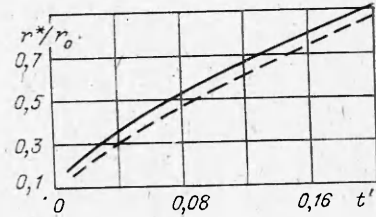
где  $W^0 = H_0^2/8\pi$ .

Из фиг. 3 видно, что тепловая энергия электронного газа уменьшается и переходит частично в прирост энергии магнитного поля и кинетическую энергию плазмы, а также несколько увеличивается и тепловая энергия ионного газа. Начиная с  $t \sim 0,16t^0$ , энергия каждого вида остается примерно постоянной.

При учете только кулоновской проводимости вид зависимости  $W_M$ ,  $W_K$ ,  $W_{T_e}$ ,  $W_{T_i}$  остается такой же, как и в предыдущем случае, только наблюдается больший нагрев ионного газа.



Ф и г. 3



Ф и г. 4

Энергия магнитного поля как при кулоновской, так и при аномальной проводимости возрастает примерно на 20% по сравнению с первоначальным значением.

На фиг. 4 показана зависимость радиуса сгустка от времени при кулоновской и аномальной проводимости плазмы. Под радиусом сгустка понимается положение переднего фронта профиля плотности. Видно, что скорость переднего фронта уменьшается примерно с  $t \approx 0,07t^0$ .

Как показали расчеты, скорость переднего фронта в начальные моменты времени составляет  $\sim 7v_A^0$  при аномальной и  $\sim 5v_A^0$  при кулоновской проводимости. Начиная примерно с  $t \sim 0,1t^0$ , скорость переднего фронта остается как в том, так и в другом случае постоянной и составляет  $\sim 3v_A^0$ .

В заключение необходимо отметить, что эта работа инициирована экспериментами, описанными в [9, 10], и авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность А. Г. Пономаренко и Ю. П. Захарову за обсуждение и стимулирующие дискуссии.

Поступила 8 X 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бахрах С. М., Губков Е. В. и др. Разлет плазменного облака в однородном магнитном поле.— ПМТФ, 1974, № 4.
2. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах.— Труды МИ АН СССР, 1973, № СХІХ.
3. Голубев А. И., Соловьев А. А., Терехин В. А. О бесстолкновительном разлете ионизованного облака в однородную замагниченную плазму.— ПМТФ, 1978, № 5.
4. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме.— В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 1. М.: Атомиздат, 1963.
5. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. Нелинейная теория плазмы.— В кн.: Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1973.
6. Березин Ю. А. Численное моделирование нелинейных волн в разреженной плазме. Новосибирск: Наука, 1977.
7. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.
8. Березин Ю. А., Хенкин П. В. Численное моделирование разлета плазменного сгустка. Препринт № 52. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1980.
9. Захаров Ю. П., Пономаренко А. Г. Бесстолкновительное взаимодействие потоков лазерной плазмы с замагниченной плазменной средой.— В сб.: Взаимодействие лазерного излучения с веществом. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1980.
10. Антонов В. М., Геворкян Л. Б., Захаров Ю. П., Максимов В. В., Оришич А. М., Пономаренко А. Г., Посух В. Г., Снытников В. П., Трухачев Г. В. Экспериментальные исследования взаимодействия лазерной плазмы с магнитным полем и замагниченной плазменной средой.— Там же.