

(одномерный случай) симметрией. Преимущество этого метода состоит в том, что он позволяет вести расчет течения газа в широком диапазоне скоростей пламени: от минимальных, соответствующих ламинарному горению, до ~ 500 м/с.

Поступила в редакцию 11/VII 1983,
после доработки — 20/I 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. R. A. Strehlow, W. E. Baker. Prog. Energy and Comb. Sci., 1976, 2, 27.
2. В. А. Горев, С. Н. Мирошников, Я. К. Трошин. ФГВ, 1979, 15, 2, 73.
3. В. А. Горев, С. Н. Мирошников, Я. К. Трошин. ФГВ, 1980, 16, 2, 132.
4. L. M. Cohen e. a. Comb. Flame, 1975, 24, 319.
5. A. L. Kuhl e. a. 14-th Symp. (Intern.) on Combustion, 1973.
6. С. М. Guirao, G. G. Bach, J. H. Lee. Comb. Flame, 1976, 27, 3, 341.
7. Л. Н. Седов. Методы подобия и размерности в механике. М.: Гостехиздат, 1957.
8. G. I. Taylor. Proc. Roy. Soc., 1946, 186 A, 1004, 273.
9. А. Найфа. Методы возмущений. М.: Мир, 1976.
10. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1968.

ГОРЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ТОПЛИВА В ПОТОКЕ ГАЗООБРАЗНОГО ОКИСЛИТЕЛЯ

Н. И. Зверев, Н. Н. Смирнов

(Москва)

Исследования химически реагирующих газовых потоков при их взаимодействии с термически разрушающимися поверхностями проводились особенно широко в последние 15—20 лет [1—5]. Эти исследования требуют сопряженного решения динамической тепловой и диффузионной задач с учетом уравнений химической кинетики и переменности теплофизических свойств среды с распределенными параметрами. Картина усложняется из-за термохимического разрушения поверхности, при котором пары горючих веществ, составляющих материал поверхности, диффундируют в пограничный слой и химически реагируют с внешним потоком.

В настоящее время накоплен значительный экспериментальный материал по горению твердых [3, 5] и жидких топлив с различными теплофизическими свойствами [2, 4], но почти во всех теоретических исследованиях движением в слое топлива пренебрегается [1—3]. Только в [5] сделана попытка приближенно учесть движение поверхностного расплава. Немаловажным фактором в рассматриваемых процессах является скорость протекания химической реакции, которая в системах с распределенными параметрами определяется не только кинетикой, но и диффузией реагирующего вещества к зоне реакции.

В настоящей работе исследуется горение плоской поверхности жидкого топлива в потоке окислителя при отсутствии продольного градиента давления. Задача решается в рамках теории пограничного слоя. Вблизи поверхности топлива в газе возникает пограничный слой, внутри которого протекают экзотермические химические реакции между парами топлива и окислителя. В результате горения в пограничном слое в газе выделяется энергия. Тепло передается в слой горючего, которое, испаряясь, поступает в результате диффузии в пограничный слой, где вступает в реакцию с окислителем. Постоянно поступающее от газовой фазы тепло прогревает топливо, и вблизи поверхности раздела фаз в жидкости образуется температурный пограничный слой. Сила трения, возникающая на поверхности раздела из-за наличия градиента скорости, вовлекает в движение частицы жидкости. Из-за боль-

шого коэффициента трения вызванные межфазным взаимодействием изменения скорости в жидкости существенно меньше, чем в газе, и проявляются только в узкой зоне вблизи поверхности. Таким образом, наряду с температурным пограничным слоем в жидком топливе возникает и динамический пограничный слой.

При решении задачи будем предполагать, что реагенты при химических превращениях в зоне реакции связаны соотношением

$$\sum_{i=1}^N m_i v_i' = \sum_{i=1}^N m_i v_i'' \quad (1)$$

где v_i' , v_i'' — стехиометрические коэффициенты i -го компонента до и после реакции; m_i — молекулярная масса i -го компонента ($i=1$ — окислитель, $i=N$ — топливо, $i=2$ — инертный компонент, $i=3, \dots, N-1$ — продукты реакции).

Удельные теплоемкости для компонентов при постоянном давлении будем считать постоянными ($c_{pi} = \text{const}$), тогда средняя теплоемкость смеси $\langle c_p \rangle$ будет зависеть от концентраций компонентов Y_i :

$$\langle c_p \rangle = \sum_{i=1}^N c_{pi} Y_i \quad (2)$$

Выберем прямоугольные системы координат (x, y) и (x, \tilde{y}) так, чтобы ось x совпадала с поверхностью раздела фаз и была ориентирована по направлению потока окислителя, а оси y и \tilde{y} соответственно в газе и жидкости ориентированы в сторону от поверхности раздела. Тогда уравнения пограничного слоя в газе при условии, что числа Прандтля и Шмидта равны единице, имеют следующий вид [6, 7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \rho u \frac{\partial Y_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial Y_i}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial Y_i}{\partial y} + \omega_i \quad (i=1, \dots, N), \\ \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial H}{\partial y}, \\ p &= \rho R T \sum_{i=1}^N Y_i / m_i, \end{aligned} \quad (3)$$

где R — универсальная газовая постоянная; $H = \sum_{i=1}^N Y_i (c_{pi} T + h_i^0) + \frac{u^2}{2}$ —

полная удельная энтальпия смеси; h_i^0 — удельная энтальпия образования i -го компонента; ω_i — массовая скорость образования i -го компонента при химической реакции.

Уравнения пограничного слоя в несжимаемой однокомпонентной жидкости при постоянной теплоемкости c_f , вязкости μ_f и теплопроводности λ_f имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} &= 0, \quad \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\mu_f}{\rho_f} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2}, \\ \tilde{u} \frac{\partial c_f \tilde{T}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial c_f \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} &= \frac{\lambda_f}{\rho_f} \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{\mu_f}{\rho_f} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Граничными для систем (3), (4) служат три группы условий:

1) на внешней границе пограничного слоя в газе ($y \rightarrow +\infty$)

$$p = p_e, \quad u = u_e, \quad T = T_e, \quad Y_1 = Y_{1e}, \quad Y_{1e} + Y_{2e} = 1; \quad (5)$$

2) на внешней границе в топливе ($\tilde{y} \rightarrow +\infty$)

$$T = T_\infty, \quad \tilde{u} = u_\infty = 0; \quad (6)$$

3) балансовые соотношения на поверхности раздела фаз ($y=0$, $x > 0$, индекс w) [6, 7]

$$\begin{aligned}
 (\rho v)_w &= -(\rho \tilde{v})_{fw}, \quad u = \tilde{u} = u_w, \\
 \tau_w &= -\tau_{fw} \left(\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\
 (\rho v)_w (Y_{iw} - Y_{i wf}) - (\rho D)_w \left(\frac{\partial Y_i}{\partial y} \right)_w &= 0, \\
 -q_s &= -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w + (\rho v)_w h_L, \quad q_s = -\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{fw}, \\
 p_{Nw} &= Y_{Nw} p_e \frac{m_w}{m_N}, \quad \frac{1}{m_w} = \sum_{i=1}^N \frac{Y_{iw}}{m_i}, \\
 \frac{dp_{Nw}}{dT_w} &= \frac{h_L}{T_w (\rho_w^{-1} - \rho_f^{-1})}, \quad p_{Nw}(T_{ke}) = p_e,
 \end{aligned} \tag{7}$$

где h_L — удельная теплота фазового перехода; T_{ke} — температура фазового перехода при давлении p_e .

Для химической реакции вида (1) справедливо соотношение [5, 8]

$$\frac{\omega_i}{m_i (v'_i - v''_i)} - \frac{\omega_j}{m_j (v'_j - v''_j)} = \omega. \tag{8}$$

При этом скорость реакции ω при отсутствии равновесия по химическому составу определяется по (8), которая для неперемешанных систем принимает вид

$$\omega = kT^B \prod_{i=1}^N p_i^{v'_i} \left[K_p(T) - \prod_{i=1}^N p_i^{v'_i - v''_i} \right] \left(\frac{\partial Y_i}{\partial y} \right)^{\text{sign } v'_i}, \tag{9}$$

где $K_p(T) = IT^{\frac{\langle \Delta c_p \rangle}{R}} \exp \left[-\frac{m_N (v'_N - v''_N) \Delta H}{RT} \right]$ — константа равновесия;

$$\langle \Delta c_p \rangle = \sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v''_i - v'_i); \quad \Delta H = \frac{\sum_{i=1}^N h_i^0 m_i (v'_i - v''_i)}{m_N (v'_N - v''_N)}.$$

Система (3) допускает первые интегралы

$$\begin{aligned}
 \beta_j &= (\beta_{je} - \beta_{jw}) \frac{u - u_w}{u_e - u_w} + \beta_{jw} \quad (j = 2, \dots, N, H, c), \\
 \beta_H &= \frac{\langle c_p \rangle T + \frac{u^2}{2}}{m_N (v'_N - v''_N) \Delta H} - \frac{Y_1}{m_1 (v''_1 - v'_1)}, \\
 \beta_c &= \frac{\langle c_p \rangle}{m_1 (v''_1 - v'_1) \Delta c_p} - \frac{Y_1}{m_1 (v''_1 - v'_1)}, \\
 \beta_i &= \frac{Y_i}{m_i (v''_i - v'_i)} - \frac{Y_1}{m_1 (v''_1 - v'_1)} \quad (i = 2, \dots, N), \quad \Delta c_p = \frac{\sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v''_i - v'_i)}{m_1 (v''_1 - v'_1)},
 \end{aligned} \tag{10}$$

наличие которых позволяет после перехода к новым автомодельным пе-
3*

ременным

$$Y_1 = (Y_{1e} - Y_{1w})i(\eta) + Y_{1w}, H_f(H_{f\infty} - H_{fw})r(\tilde{\eta}) + H_{fw},$$

$$z = \int_0^y \rho dy, \tilde{z} = \rho_f y, \zeta = \rho \mu x, \tilde{\zeta} = \rho_f \mu_f x, w = \frac{1}{\rho \mu} \left(\rho v + u \frac{\partial z}{\partial x} \right), \tilde{w} = \frac{\tilde{v}}{\mu_f},$$

$$u = u_w + \frac{\partial \Psi}{\partial z}, w = -\frac{\partial \Psi}{\partial \zeta}, \tilde{u} = u_w + \frac{\partial \Psi_f}{\partial \tilde{z}}, \tilde{w} = -\frac{\partial \Psi_f}{\partial \tilde{\zeta}},$$

$$\eta = z \sqrt{\frac{|u_e - u_w|}{2\zeta}}, \Psi = \sqrt{2\zeta |u_e - u_w|} g(\eta), \tilde{\eta} = \tilde{z} \sqrt{\frac{u_w}{2\tilde{\zeta}}}, \Psi_f = \sqrt{2\tilde{\zeta} u_w} f(\tilde{\eta})$$

свести решение системы (3), (4) к решению четырех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$g'''' + g'' \left(g + \eta \frac{u_w}{u_e - u_w} \right) = 0,$$

$$i'' + i' \left(g + \eta \frac{u_w}{u_e - u_w} \right) + m_1 (v_1'' - v_1') \frac{\omega_0 [T(\eta), Y_i(\eta)]}{\mu} i' (A_1 i' + A_2 g'') = 0,$$

$$f''' - f'' (f - \tilde{\eta}) = 0, A_1 = (Y_{1e} - Y_{1w}) \Phi_N, A_2 = Y_{Ne} - Y_{Nw} - (Y_{1e} - Y_{1w}) \Phi_N,$$

$$r'' - r' (f - \tilde{\eta}) \text{Pr}_f + (\text{Pr}_f - 1) (f''^2 + f' f''' - f''') \frac{2u_w^2}{2c_f(T_\infty - T_w) + u_w^2} = 0$$
(11)

с граничными условиями:

$$g'(0) = 0, f'(0) = 0, i(0) = 0, r(0) = 0, g'(\infty) = 1, f'(\infty) = 1,$$

$$i(\infty) = 1, r(\infty) = 1,$$

$$g(0) = -B g''(0), -Y_{1w} g(0) = (Y_{1e} - Y_{1w}) i'(0),$$

$$g''(0) = f''(0) \sqrt{\frac{\rho_f \mu_f}{\rho \mu} \left(\frac{u_w}{u_e - u_w} \right)^{3/2}}, g(0) = -f(0) \sqrt{\frac{\rho_f \mu_f}{\rho \mu}} \sqrt{\frac{u_w}{u_e - u_w}},$$

$$\frac{r'(0)}{f''(0)} c_f (T_w - T_\infty) = \text{Pr}_f \frac{u_w}{u_e - u_w} [\langle c_{pe} \rangle (T_e - T_w) + Y_{1e} Q_{pw} - B h_L] +$$

$$+ u_w^2 \left[1 - \frac{r'(0)}{f''(0)} \right] + \text{Pr}_f u_w (u_e - u_w),$$
(12)

$$B = \frac{(Y_{1w} \Phi_N + Y_{Ne} - Y_{1e} \Phi_N) \left(1 - \frac{p_e}{p_{Nw}} \right) + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{m_N}{m_i} (Y_{1w} \Phi_i + Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i)}{\frac{p_e}{p_{Nw}} (i + Y_{1w} \Phi_N) - \left(i + Y_{1w} \sum_{i=1}^N \frac{m_N}{m_i} \Phi_i \right)},$$

где по определению $B = (\rho v)_w (u_w - u_e) / \tau_w$; $Q_{pw} = \Phi_N \Delta H + \Delta c_p T_w$; $\text{Pr}_f = \mu_f c_f / \lambda_f$. При этом функции распределения концентраций компонентов $Y_i(\eta)$, температуры $T(\eta)$, средней теплоемкости смеси $\langle c_p \rangle(\eta)$ определяются из интегралов (10):

$$Y_i(\eta) = (Y_{1e} - Y_{1w}) \Phi_i i(\eta) + g'(\eta) [Y_{ie} - Y_{iw} - (Y_{1e} - Y_{1w}) \Phi_i] + Y_{iw}$$

$$(i = 2, \dots, N),$$

$$T(\eta) = T_w \frac{\langle c_{pw} \rangle}{\langle c_p \rangle(\eta)} - i(\eta) \frac{(Y_{1e} - Y_{1w}) \Phi_N \Delta H}{\langle c_p \rangle(\eta)} - \frac{1}{2 \langle c_p \rangle(\eta)} [u_w +$$

$$+ (u_e - u_w) g'(\eta)]^2 + \frac{u_w^2}{2 \langle c_p \rangle(\eta)} + \frac{g'(\eta)}{\langle c_p \rangle(\eta)} \left[\langle c_{pe} \rangle (T_e - T_w) + \frac{u_e^2 - u_w^2}{2} + \right.$$

$$\left. + (Y_{1e} - Y_{1w}) Q_{pw} \right], \Phi_i = \frac{m_i (v_i'' - v_i')}{m_1 (v_1'' - v_1')},$$

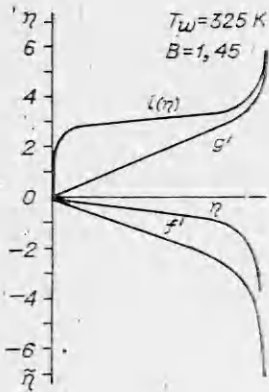


Рис. 1.

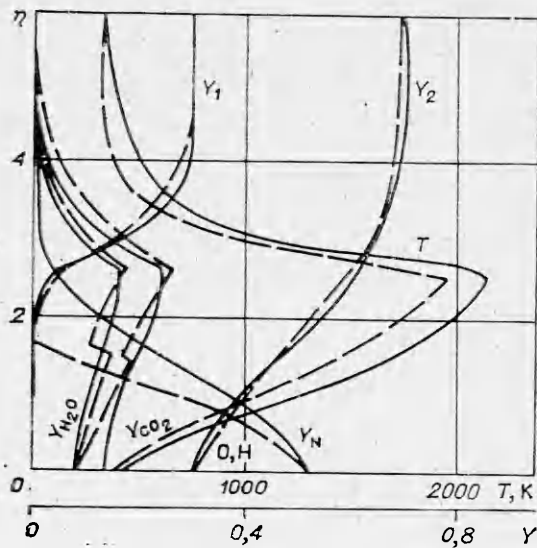


Рис. 2.

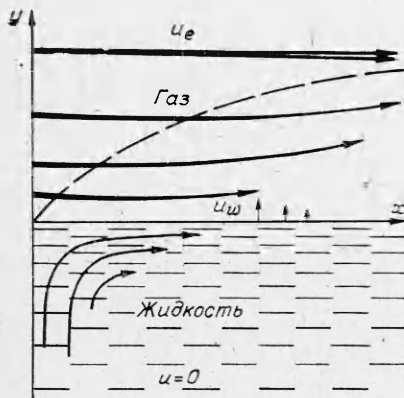


Рис. 3.

$$\langle c_p \rangle (\eta) = [1 - g'(\eta)] \langle c_{pw} \rangle + g'(\eta) \langle c_{pe} \rangle + \sum_{i=1}^N c_{pi} \Phi_i [(Y_{1e} - Y_{1w}) i(\eta) + Y_{1w} - g'(\eta) Y_{1e}],$$

где $Y_{iw} = Y_{1w} \Phi_N + \frac{BY_{iwj} + Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i}{1 + B}$ из соотношений (7) и (10).

В результате численного интегрирования системы (11) с граничными условиями (12) определены неизвестные функции распределения $g'(\eta)$, $f'(\tilde{\eta})$, $i(\eta)$, $r(\tilde{\eta})$ и неизвестные параметры T_w , B , Y_{1w} , u_w (рис. 1). Здесь в качестве

примера рассмотрена задача о горении этилового спирта (C_2H_5OH , $Pr_f = 10$) при обдувании воздухом со скоростью $u_e \sim 1$ м/с. На рис. 2 представлены профили концентраций и температуры в газовом пограничном слое. Штриховыми кривыми нанесены результаты экспериментов [2, 4]. На рисунках видна узкая область очень быстрого изменения параметров. Это говорит о том, что химическая реакция существенно скачивается не во всем потоке, а только в узкой зоне, выше которой отсутствуют пары топлива, а ниже — окислитель. Эту зону можно считать поверхностью диффузионного пламени, как это делается в [6, 7].

В таблице приведены результаты расчета приповерхностных параметров для задачи горения этилового спирта в потоке воздуха ($Y_{1e} = 0,3$) и кислорода ($Y_{1e} = 1$) с учетом движения жидкого горючего (варианты 1, 3). Для сравнения представлены расчетные значения тех же параметров, полученные в [6] без учета движения, индуцируемого в жидкости (варианты 2, 4). Видно, что скорости движения жидкости малы и составляют несколько процентов от скорости набегающего газового потока, а температура поверхности, параметры массообмена B и трения $g''(0)$ существенно отличаются. Учет движения в жидкости приводит к резкому уменьшению расчетных значений скорости испарения горючего, температуры поверхности и приповерхностной концентрации горючего, а это, в свою очередь, ведет к увеличению трения.

Вариант	Y_{1e}	Y_{Nw}	T_w, K	B	Y_{1w}	$g''(0)$	$f''(0)$	$r'(0)$	$i'(0)$	$\frac{u_w}{u_e - u_w}$
1	0,3	0,53	325	1,45	$0,36 \cdot 10^{-3}$	0,253	0,610	2,153	$4,4 \cdot 10^{-4}$	0,033
2	0,3	0,66	335	3,17	0	0,176	—	—	—	—
3	1,0	0,72	342	4,55	$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,126	0,592	2,063	$6,0 \cdot 10^{-4}$	0,022
4	1,0	0,85	349	8,8	0	0,075	—	—	—	—

Примечание. $u_e = 1$ м/с, $T_e = T_\infty = 300$ К.

Такие различия объясняются тем, что, практически не влияя на динамику течения в газовой фазе, индуцируемое движение полностью меняет картину теплообмена в жидкой фазе. Если при отсутствии движения в горючем преобладает вертикальный перенос энергии (вдоль оси y), связанный с градиентом температуры $\frac{\partial T}{\partial y}$, то при наличии даже незначительного движения возникающий горизонтальный конвективный перенос энергии (члены вида $\tilde{u} \frac{\partial T}{\partial x}$ в системе (4)) оказывается сравнимым с вертикальным переносом энергии. Таким образом, скорость теплообмена в жидкой фазе ($|q_s|$) возрастает, при этом поток тепла от газообразной фазы $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w$ практически не меняется, и, как показывает условие сохранения потока энергии в граничных соотношениях (7), скорость испарения $(\rho v)_w$ уменьшается.

Физически возрастание скорости теплообмена в жидкости объясняется тем, что в результате движения более холодные слои жидкости поднимаются к поверхности и перемещаются вдоль нее, оттесняя прогретую жидкость (рис. 3). Возникающее перемешивание жидкости препятствует прогреву поверхности до высоких температур и тем самым снижает интенсивность массообмена. С уменьшением температуры поверхности падают парциальное давление паров горючего и приповерхностная концентрация паров горючего. С другой стороны, уменьшение параметра массообмена в подобных системах, как показано в [7], приводит к резкому возрастанию напряжения трения, что объясняет увеличение $g''(0)$.

Результаты проведенного сравнения показывают, что для легколетучих жидкостей (спирты) учет движения, индуцируемого при взаимодействии с газовым потоком, оказывает существенное влияние на процессы межфазного теплообмена.

Поступила в редакцию 18/VII 1983,
после доработки — 17/XI 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Кустов, С. С. Рыбанин. ФГВ, 1970, 6, 1, 54.
2. Б. Ф. Бояршинов, Э. П. Волчков, В. И. Терехов и др. ФГВ, 1981, 17, 6, 21.
3. G. A. Marxman, C. E. Wooldridge, V. I. Muzzy. Heterogeneous Combustion. V. 15. N. Y.: Academic Press, 1964.
4. T. Hirano, M. Kinoshita. 15-th Symp. (Intern.) on Combustion. Tokyo, 1974.
5. У. Х. Дерренс. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966.
6. Н. Н. Смирнов. Вестн. МГУ. Сер. 1. Мат., мех., 1982, 3, 69.
7. Н. Н. Смирнов. ФГВ, 1982, 18, 5, 63.
8. В. В. Лунев. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975.