

го растяжения к чистому кручению, с одной стороны, начинает влиять разупрочняющий эффект свойств ползучести продольного направления, с другой — упрочняющий эффект свойств ползучести сжатия. Как показывают эксперименты на материалах с разными свойствами на растяжение и сжатие, различие в свойствах наиболее сильно сказывается в третьей стадии, что наглядно иллюстрируется на фиг. 4.

Из представленных на фиг. 4 результатов следует, что не только подобие между девиаторами тензоров напряжений и скоростей деформаций, но и эквивалентность процессов ползучести для напряженных состояний одной и той же интенсивности на первых двух стадиях не является достаточным признаком изотропности среды.

Изложенные выше результаты наглядно показывают сложность прочностных свойств титановых сплавов и невозможность применения к ним модели изотропного тела. Для описания процессов в таких средах необходимо построение теории, учитывающей ее реальные свойства. Некоторые из возможных подходов в построении таких теорий рассмотрены в работах [3—5].

Поступила 10 XII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никитенко А. Ф., Соснин О. В., Торшенин Н. Г., Шокало И. К. О ползучести упрочняющихся материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие.— ПМТФ, 1971, № 2.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., «Наука», 1966.
3. Никитенко А. Ф. О влиянии третьего инварианта девиатора напряжений на ползучесть неупрочняющихся материалов.— ПМТФ, 1969, № 5.
4. Соснин О. В., Шокало И. К. О применимости теории старения к описанию ползучести анизотропных материалов.— «Проблемы прочности», 1971, № 5.
5. Соснин О. В., Шокало И. К. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Сообщение 2. Ползучесть и разрушение материалов с начальным упрочнением.— «Проблемы прочности», 1974, № 1.

УДК 639.1

### О НЕКОТОРОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ И РАЗРУШЕНИЕМ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПОД НАГРУЗКОЙ

*М. Г. Петроз*

(Новосибирск)

С 1953 г. [1] С. Н. Журковым и его сотрудниками систематически публикуются результаты исследований температурно-временной зависимости прочности твердых тел под нагрузкой. К настоящему времени накоплен огромный экспериментальный материал и получено подтверждение целесообразности кинетического подхода к проблеме прочности и взаимосвязи между деформированием и разрушением [2]. В данной работе устанавливается еще одна связь деформирования с разрушением при одноосном растяжении, находящаяся в согласии с описанным термофлуктуационным механизмом разрыва атомных связей при действии внешних сил.

Если построить зависимости логарифма удельной энергии деформирования от напряжения, то они окажутся линейными в довольно широком диапазоне температур и напряжений, причем каждой температуре соот-

ветствует свой наклон прямой. Удельная энергия деформирования определяется как работа внешних сил, отнесенная к объему тела

$$U_d = \int_{l_0}^{l_p} \frac{F dl}{V}, \text{ или } U_d = \int_{l_0}^{l_p} \sigma \frac{dl}{l},$$

где  $l_0$  — исходная длина ненагруженного образца;  $l_p$  — длина образца после разрушения.

Эта энергия, называемая еще работой разрушения, используется некоторыми авторами как критерий разрушения пластичных материалов в некоторой области температур и напряжений [3]. В несколько иной форме, через работу дислокаций, подобный критерий использовался ранее для установления закономерностей повреждения и разрушения жаропрочных сталей [4].

Многие же конструкционные материалы при комнатной и повышенных температурах с уменьшением напряжения разрушаются при меньшей деформации, т. е. при увеличении времени разрушения требуется все меньше и меньше затрат внешней энергии, и разрушение происходит в большей мере за счет внутренней энергии тепловых колебаний атомов.

Из уравнения долговечности С. Н. Журкова

$$(1) \quad \tau = \tau_0 \exp [(U_0 - \gamma\sigma)/kT],$$

где  $\tau_0$  — период колебаний атомов в кристаллической решетке;  $U_0$  — энергия активации разрушения;  $\gamma$  — структурно-чувствительный коэффициент;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура, следует, что в гипотетическом случае при  $\sigma = U_0/\gamma$  разрушение произойдет за время  $\tau_0$ . При этом разрушение возможно только за счет работы внешних сил  $U_d$ , которая должна быть равна  $U_0$ .

Поэтому зависимости  $\lg U_d$  от  $\sigma$  для различных температур должны сходиться в полюсе с координатами  $\lg U_0$  и  $\sigma = U_0/\gamma$ .

Точно так же, как это показано в работе [2] для скорости изменения деформации ползучести, (за неимением результатов испытаний структурно-стабильных сплавов и отсутствия возможности прямой экстраполяции) предположим, что зависимости  $\lg U_d$  от  $1/T$  при различных напряжениях сходятся в полюсе при  $\lg U_0$  и  $1/T = 0$ . Тогда можно, переходя к натуральным логарифмам, записать выражение

$$(2) \quad U_0/U_d = \exp [(U_0 - \gamma\sigma)/kT]\delta,$$

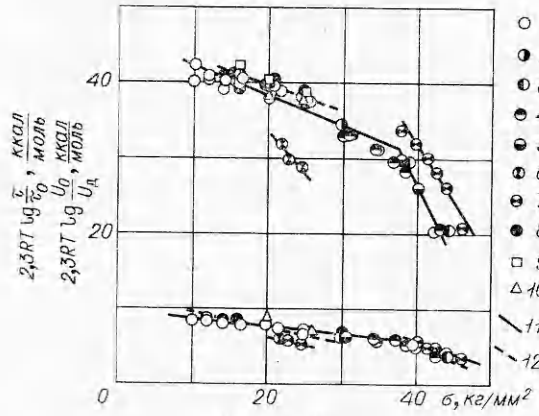
где  $\delta = \beta/\gamma$ ,  $\beta$  — структурно-чувствительный коэффициент, подобный  $\gamma$ .

Если из уравнения долговечности (1) значение экспоненты подставить в уравнение (2), то получим соотношение между удельной энергией деформирования и энергией активации разрушения

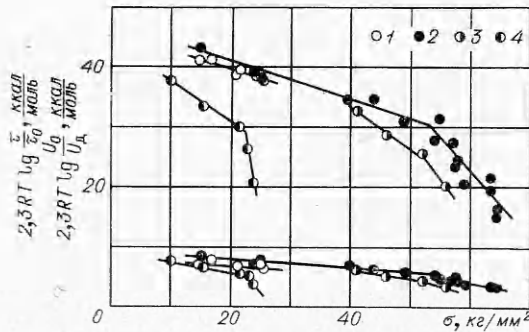
$$(3) \quad \tau^\delta U_d = \tau_0^\delta U_0 = \text{const.}$$

С целью проверки полученных выражений построены зависимости  $2,3RT \lg (\tau/\tau_0)$  и  $2,3RT \lg (U_0/U_d)$  от  $\sigma$  для алюминиевых сплавов АК4-1 и Д16 при различных видах термической обработки. (Необходимые данные взяты из исследований А. П. Кузнецова, В. И. Шабалина, Ю. И. Устиновичкова, В. В. Евсеева и проведенного автором дополнительного эксперимента.)

Сведения о разрушении первого и второго из этих сплавов представлены на фиг. 1, 2 соответственно, где 1 — ползучесть образцов  $2,5 \times 10 \times 100$  из АК4-1Т1 при 130, 150, 175°C; 2 — ползучесть образцов  $3,5 \times 10 \times 100$  из АК4-1Т1 при 175°C; 3 — статический разрыв об-



Фиг. 1



Фиг. 2

разцов  $3 \times 10 \times 100$  из АК4-1Т1 при 20 и 150°C; 4 — статический разрыв образцов  $2 \times 10 \times 100$  из АК4-1Т1 при 20, 130, 150, 175, 200°C; 5 — статический разрыв образцов  $2 \times 10 \times 100$  из АК4-1Т1 при 25, 100, 125, 150, 175, 200°C; 6 — статический разрыв образцов  $2 \times 10 \times 100$  из АК4-1 (отжиг 530°C) при 130, 150, 175°C; 7 — статический разрыв образцов  $3 \times 10 \times 100$  из АК4-1АТ при 20, 100, 125, 150, 175, 200°C; 8 — ползучесть образцов  $\varnothing 10 \times 100$  из АК4-1Т1 при 130, 150, 175°C; 9 — ползучесть образцов  $\varnothing 8 \times 60$  из АК4-1Т1 при 175°C; 10 — ползучесть образцов  $\varnothing 8 \times 100$  из АК4-1Т1 при 150°C; 11 — аппроксимация данных разрушения образцов из листа; 12 — аппроксимация данных разрушения круглых образцов (фиг. 1); 1 — ползучесть образцов  $\varnothing 10 \times 100$  из Д16Т при 150, 175°C; 2 — статический разрыв образцов  $\varnothing 8 \times 80$  из Д16Т с различными скоростями де-

формирования при 20, 100, 150, 200, 250, 300°C; 3 — статический разрыв образцов  $3 \times 10 \times 100$  из Д16Т при 20, 100, 150, 200°C; 4 — статический разрыв образцов  $3 \times 10 \times 100$  из Д16 (отжиг 500°C) при 20, 100, 150, 200°C (фиг. 2).

Так как опыты на ползучесть проводились при постоянной силе, а опыты на статический разрыв при постоянной скорости деформирования, то для приблизительного соответствия с опытами при постоянном напряжении по оси абсцисс откладывались значения напряжений  $\sigma_0 \bar{l}_p / l_0$  и  $\sigma_{\text{в}} \bar{l}_p / l_0$ , а за время разрушения бралось время нахождения образца при напряжениях текучести. Значения  $U_0 = 51$  ккал/моль и  $\tau_0 = 10^{-13}$  с взяты из [2] по наиболее близким к данным сплавам.

Сопоставляя кривые на фиг. 1, 2, можно увидеть подобие зависимостей функции долговечности и функции удельной энергии деформирования от напряжения, т. е. функцию энергии деформирования можно получить, умножив функцию долговечности на некоторый постоянный коэффициент  $\delta$ , не зависящий от структуры материала. В таблице приведены средние значения  $\delta = (\lg U_0 - \lg U_d) / (\lg \tau - \lg \tau_0)$  для каждого материала и вида термообработки.

Несмотря на приблизительность оценки долговечности при статическом разрыве с постоянной скоростью деформирования, значения  $\delta$  в этих опытах не отличаются существенно от  $\delta$  при ползучести. Отклонения средних значений коэффициентов  $\delta$  для обоих материалов при разных видах термообработки не выходят за пределы  $\pm 10\%$  от среднего

Материал	Вид испытаний	Общее число образцов	Число образцов, испытанных при одном режиме	Среднее значение $\delta$
AK4-1AT	Статический разрыв образцов из листа	66	11	0,172
AK4-1T1	Ползучесть образцов из листа	55	1—5	0,192
	Статический разрыв образцов из листа	75	3—11	0,196
	Ползучесть круглых образцов	74	1—10	0,190
	Общее по всем образцам	204		0,193
AK4-1, отжиг 530°C	Статический разрыв образцов из листа	29	5—6	0,189
Д16Т	Ползучесть круглых образцов	26	2—6	0,174
	Статический разрыв круглых образцов с различными скоростями деформирования	120	3—10	0,201
	Статический разрыв образцов из листа	23	5—6	0,174
	Общее по всем образцам	169		0,193
Д16, отжиг 500°C	Статический разрыв образцов из листа	29	5—6	0,193
Общее по всем материалам		497		0,190

0,190. Если ограничиться результатами испытаний только на ползучесть, то  $\delta$ , вычисленные по четырем и более образцам «на точку», также укладываются в коридор  $\pm 10\%$ . Некоторое расхождение в тенденции зависимостей  $2,3RT \lg(U_0/U_d)$  и  $2,3RT \lg(\tau/\tau_0)$  от  $\sigma$  при малых напряжениях объясняется тем, что в обработку попали данные разрушения образцов «простоявших» 30 000 ч и не разрушившихся, т. е. долговечность их несколько занижена, а  $U_0/U_d$  завышено.

Погрешности определения  $\delta$  не превосходят погрешности определения  $U_0$  и  $\gamma$ , оцененные в работе [2]. Кроме того, значения  $\delta$  могут колебаться подобно  $U_0$  в зависимости от степени легирования сплава.

Итак, представленные результаты экспериментов не противоречат соотношению (3), зависимость удельной энергии деформирования от условий нагружения может быть описана выражением (2). В физическом смысле  $\delta$  означает, вероятно, коэффициент снижения потенциального барьера рекомбинации атомной связи по отношению к потенциальному барьеру ее разрыва. Поэтому  $\delta$  может оказаться более общей константой материала, чем  $U_0$ , и быть связанной с типом кристаллической решетки основы сплава.

Полученные численные значения коэффициента  $\delta$  необходимо уточнить по результатам опытов при постоянном напряжении.

Автор выражает благодарность А. П. Кузнецову, В. И. Шабалину, Ю. И. Устиновщикову, В. В. Евсееву за предоставленные результаты исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Журков С. Н., Нарзуллаев Б. Н. Временная зависимость прочности твердых тел.— ЖТФ, 1953, т. 23, с. 1677.
2. Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. И. Кинетическая природа прочности твердых тел. М., «Наука», 1974.
3. Никитенко А. Ф., Соснин О. В. О разрушении при ползучести.— ПМТФ, 1967, № 3, с. 74.
4. Иванова В. С., Одинг И. А., Фридман З. Г. Некоторые закономерности длительной прочности.— «Изв. АН СССР. Metallургия и топливо», 1960, № 5, с. 33.

УДК 539.3

РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ  
В ВИДЕ РЯДОВ ПО ПОЛИНОМАМ ЛЕЖАНДРА

Г. В. Иванов

(Новосибирск)

Используя полиномы Лежандра, можно указать другую, по сравнению с известными в литературе [1, 2], процедуру сведения задачи к решению алгебраической системы или к решению краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

**1. Формулировка задачи.** Плоская смешанная краевая задача теории упругости состоит в отыскании функций  $p, q, \tau, u, v$ , удовлетворяющих уравнениям

$$\begin{aligned} \partial p / \partial x + \partial \tau / \partial y + \gamma_1 &= 0, \quad \partial \tau / \partial x + \partial q / \partial y + \gamma_2 = 0, \\ p - \alpha \partial u / \partial x - \beta \partial v / \partial y &= 0, \quad q - \alpha \partial v / \partial y - \beta \partial u / \partial x = 0, \\ \tau - \mu (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x) &= 0, \quad \alpha = 2\mu (1 - \nu) / (1 - 2\nu), \quad \nu < 1/2, \quad \mu > 0, \\ \beta &= \alpha \nu / (1 - \nu) \end{aligned}$$

внутри некоторой области  $\Omega$  и принимающих на границе области заданные значения. Ограничимся случаем, когда  $\Omega$  — квадрат,  $\Omega = \{x, y \mid x \in [-1, 1], y \in [-1, 1]\}$ , граничные условия таковы, что преобразованием искомых функций задача сводится к отысканию функций  $p, q, \tau, u, v$ , удовлетворяющих нулевым граничным условиям

$$(1.1) \quad (pu)_{x=\pm 1} = (qv)_{y=\pm 1} = (\tau v)_{x=\pm 1} = (\tau u)_{y=\pm 1} = 0$$

и уравнениям

$$\begin{aligned} \partial p / \partial x + \partial \tau / \partial y + f_1 &= 0, \quad \partial \tau / \partial x + \partial q / \partial y + f_2 = 0, \\ p - \alpha \partial u / \partial x - \beta \partial v / \partial y + f_3 &= 0, \quad q - \alpha \partial v / \partial y - \beta \partial u / \partial x + f_4 = 0, \\ \tau - \mu (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x) + f_5 &= 0, \end{aligned}$$

где  $f_\sigma$  ( $\sigma = 1, \dots, 5$ ) — известные квадратично суммируемые по  $\Omega$  функции. Полагаем, что в каждом из равенств (1.1) одна из перемножаемых функций равна нулю на всей стороне квадрата.

Если в случае перемещения квадрата как абсолютно твердого тела

$$u = a + \omega y, \quad v = b - \omega x$$