

УДК 532.5+519.63
DOI: 10.15372/PMTF202315324

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УЕДИНЕННОЙ ВОЛНЫ С НЕПОДВИЖНЫМ ПОЛУПОГРУЖЕННЫМ ТЕЛОМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

О. И. Гусев*, В. С. Скиба^{*,**}, Г. С. Хакимзянов*, Л. Б. Чубаров*

* Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий,
Новосибирск, Россия

** Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
Новосибирск, Россия

E-mails: gusev_oleg_igor@mail.ru, vassiliyskiba@gmail.com, khak@ict.nsc.ru,
chubarovster@gmail.com

Представлены результаты численного моделирования в рамках двумерной модели мелкой воды взаимодействия уединенной волны с неподвижным полупогруженным телом с прямоугольным поперечным сечением. Сопоставление этих результатов с результатами расчетов на основе модели безвихревых трехмерных течений показало, что при малых амплитудах набегающей волны точность моделирования является удовлетворительной. Установлено, что пренебрежение дифракцией уединенной волны на поверхности цилиндра при использовании одномерной модели мелкой воды приводит к завышенным оценкам максимальных величин заплеска волны на грани цилиндра и силовых нагрузок на него.

Ключевые слова: уединенная волна, полупогруженное тело с прямоугольным сечением, двумерные и одномерные уравнения мелкой воды, условия сопряжения, заплеск, силовое воздействие

Введение. При проектировании больших частично погруженных в воду неподвижных сооружений, размещаемых в цунамиопасных прибрежных водах, необходимо учитывать возможность воздействия на них длинных поверхностных волн типа цунами. В последнее время существенно возросла актуальность исследования задач о взаимодействии поверхностных волн с полупогруженными конструкциями (wave-structure interaction (WSI)). Наряду с аналитическими методами и лабораторными экспериментами широко используются методы численного моделирования (см. работы [1–3] и библиографию к ним).

Для адекватного моделирования трансформации волн в окрестности полупогруженных тел целесообразно применять численные методы, основанные на моделях волновой гидродинамики турбулентных течений вязкой жидкости [4–7]. Однако максимальная величина заплеска на грани такого тела и максимальная силовая нагрузка на него при набегаании поверхностных волн различной формы могут быть рассчитаны с достаточной для

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ для Федерального исследовательского центра информационных и вычислительных технологий.

практических приложений точностью в рамках более простых моделей идеальной несжимаемой жидкости, в частности нелинейной модели потенциальных течений со свободной границей [1, 8]. Более того, в случае слабой зависимости параметров течения от одной из горизонтальных координат удовлетворительные результаты решения WSI-задач можно получить даже в рамках одномерных моделей мелкой воды [3, 9]. Использование менее затратных, но обеспечивающих достаточную точность расчетов алгоритмов на основе моделей мелкой воды позволяет существенно уменьшить объем вычислительных ресурсов.

При решении WSI-задач в рамках моделей мелкой воды область течения разбивается [10] на внешнюю область, в которой имеет место течение воды со свободной границей и искомыми величинами являются полная глубина и осредненная по толщине жидкого слоя скорость, и внутреннюю область, в которой наблюдается течение несжимаемой жидкости в пространстве между днищем полупогруженного тела и дном акватории. Во внутренней области искомыми величинами являются давление и вектор скорости. Условия сопряжения на общих границах этих областей служат для склеивания решений. Заметим, что процедура декомпозиции области течения на подобласти, в которых используются разные математические модели (см., например, [11, 12]), применялась при численном решении многих задач гидрогазодинамики.

Актуальность решения WSI-задач в рамках двумерных в горизонтальной плоскости (плановых) моделей мелкой воды обусловлена необходимостью исследования взаимодействия волн с полупогруженными сооружениями в тех случаях, когда процесс является преимущественно двумерным, например, при косом набегании волн, неоднородности рельефа дна, сложной форме тела или соизмеримости размеров его боковых граней. Однако численные методы решения WSI-задач с использованием плановых моделей мелкой воды разработаны недостаточно. Так, в [13] исследовались постановки задач, в которых область решения разбивалась на внешнюю и внутреннюю области, однако численные алгоритмы были разработаны и применены лишь для случая одной пространственной переменной.

Целью данной работы является определение влияния дифракции длинных поверхностных волн на характеристики их взаимодействия с полупогруженным телом с прямоугольным сечением. Основные результаты получены в рамках плановой бездисперсионной модели мелкой воды. Проводится сравнение полученных результатов с результатами исследования в рамках одномерной модели мелкой воды при различных значениях амплитуды набегающей уединенной волны, размеров полупогруженного тела и величины его осадки. В результате такого сравнения, а также сопоставления с результатами моделирования в рамках модели трехмерных потенциальных течений со свободной границей показано, что расчеты по одномерной модели могут приводить к неприемлемой погрешности, в то время как двумерная модель позволяет получить приемлемые результаты.

1. Постановка задачи. Рассмотрим течение несжимаемой невязкой жидкости с плотностью $\rho = \text{const}$ в бассейне с непроницаемыми вертикальными стенками, в котором находится полупогруженное неподвижное тело с плоскими боковыми вертикальными гранями и днищем. Декартову систему координат Ox_1x_2y с вертикальной осью Oy выберем таким образом, чтобы свободная поверхность покоящейся жидкости задавалась уравнением $y = 0$. Область $\Omega(t)$, занятую жидкостью, представим в виде объединения внешней области $\Omega^e(t)$ (рис. 1, *a*), в которой имеет место течение жидкости со свободной границей $y = \eta(\mathbf{x}, t)$ ($\mathbf{x} = (x_1, x_2)$), и внутренней области Ω^i с течением жидкости в пространстве между горизонтальным дном акватории $y = -h_0$ и горизонтальным днищем полупогруженного тела $y = d_0$ ($-h_0 < d_0 < 0$).

При решении задачи в рамках плановой модели расчетной областью является проекция D области $\Omega(t)$ на координатную плоскость Ox_1x_2 . Проекции D^i и D^e трехмерных областей Ω^i и $\Omega^e(t)$ также будем называть внутренней и внешней областями. Общую

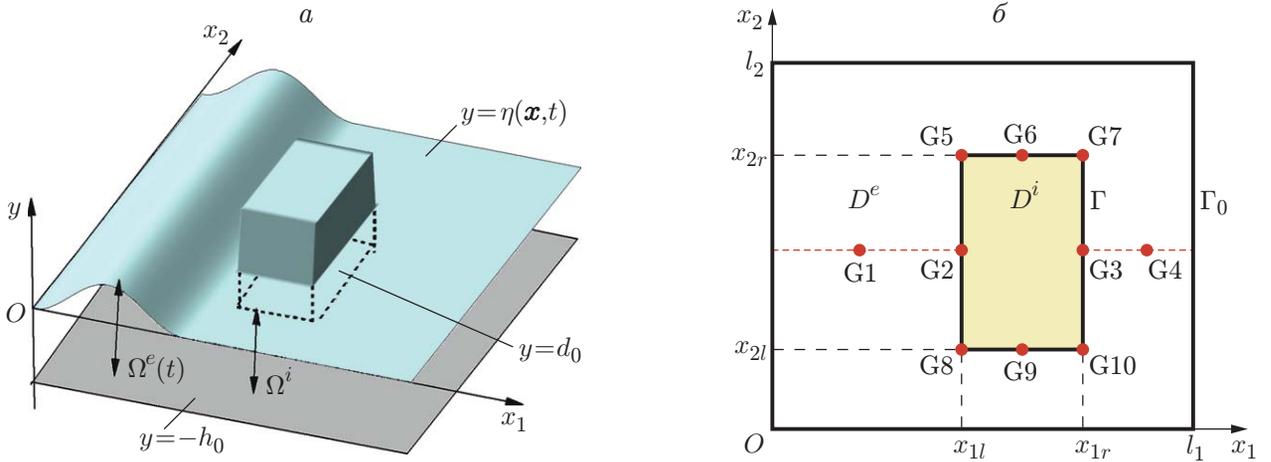


Рис. 1. Схема области течения и обозначения в задаче о взаимодействии поверхностных волн с полупогруженным неподвижным телом в трехмерной (а) и плановой (б) постановках

границу этих областей обозначим через Γ , а внешнюю границу области D — через Γ_0 (рис. 1, б).

В области D^e течение моделируется с использованием плановой бездисперсионной модели мелкой воды

$$H_t + \nabla \cdot (H\mathbf{u}) = 0, \quad \mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \frac{1}{\rho H} \nabla p = 0, \quad p = \rho g \frac{H^2}{2}, \quad (1)$$

где t — время; $\nabla = (\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2)$; \mathbf{u} — осредненная по глубине горизонтальная компонента вектора скорости трехмерного течения; $H(\mathbf{x}, t) = \eta(\mathbf{x}, t) + h_0$ — полная глубина; $g = \text{const}$ — ускорение свободного падения; p — проинтегрированное на участке от дна до свободной границы гидростатическое давление P :

$$P(\mathbf{x}, y, t) = \rho g(\eta(\mathbf{x}, t) - y). \quad (2)$$

Искомыми величинами в уравнениях (1) являются полная глубина H и вектор скорости $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$. Для системы уравнений (1) задаются начальные условия, краевые условия на границе Γ_0

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_0$$

(\mathbf{n} — единичная внешняя нормаль к Γ_0), условия сопряжения на границе Γ , а также краевое условие

$$\frac{\partial \eta}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma.$$

Здесь \mathbf{n} — единичная, внешняя по отношению к области D^i нормаль к ее границе Γ .

Уравнения в области D^i приближенно описывают трехмерное течение воды между дном бассейна и днищем полупогруженной конструкции [10]:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \frac{1}{\rho S_0} \nabla p = 0, \quad (3)$$

где $0 < S_0 = h_0 + d_0$ — толщина слоя жидкости под телом; $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ — осредненная по этой толщине горизонтальная компонента скорости трехмерного течения под телом; $p(\mathbf{x}, t)$ — проинтегрированное по толщине слоя давление.

На общей границе Γ областей D^e и D^i используются условия сопряжения, которые связывают давление и скорость по разные стороны от этой границы:

$$\rho S_0(\mathbf{u}^i \cdot \mathbf{n}) = \rho H(\mathbf{u}^e \cdot \mathbf{n}), \quad \mathbf{u}^i \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{u}^e \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad p^i = \rho g S_0(H - S_0/2), \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad t \geq 0.$$

Здесь $\boldsymbol{\tau}$ — касательный к Γ единичный вектор; верхние индексы e и i означают, что в соотношениях используются значения искомого величин на Γ , предельные со стороны областей D^e и D^i соответственно.

Рассматриваемую двумерную математическую модель взаимодействия поверхностных волн с полупогруженным телом будем называть 2DNSWE-моделью (nonlinear shallow water equations), в отличие от 1DNSWE-модели, использованной в [3] при решении WSI-задач в одномерном приближении.

2. Метод решения. При решении поставленной задачи используется численный алгоритм расчета взаимодействия длинных поверхностных волн с полупогруженными неподвижными телами в рамках 2DNSWE-модели, подробно описанный в [14]. Во внешней области уравнения (1) решаются с помощью схемы предиктор-корректор [15]. Решение уравнений (3) основано на модифицированной схеме Мак-Кормака с расщеплением по физическим процессам: сначала решается уравнение движения, из которого исключено давление, затем краевая задача для уравнения Пуассона относительно давления, на последнем этапе вновь решается уравнение движения с градиентом найденного давления, но без конвективных членов. В [14] предложен алгоритм численной реализации условий сопряжения, позволяющий на каждом шаге по времени склеивать решения во внешней и внутренней областях. Для решения рассматриваемой задачи в рамках 1DNSWE-модели использовался верифицированный алгоритм, предложенный в работе [3]. Интерпретация и оценка полученных результатов выполнялись с использованием результатов расчетов в рамках трехмерной 3DFNPF-модели потенциальных течений идеальной жидкости (FNPF — fully nonlinear potential flows) с помощью алгоритма, реализованного на подвижных трехмерных сетках и являющегося обобщением метода расчета двумерных потенциальных течений [1].

3. Результаты численного моделирования. Анализируемые ниже результаты были получены для областей D и D^i , имеющих форму прямоугольника (см. рис. 1, б) со сторонами, параллельными осям координат. Предполагалось, что длины сторон прямоугольника D равны l_1 и l_2 . Внутренняя область $D^i = [x_{1l}, x_{1r}] \times [x_{2l}, x_{2r}]$ ($0 < x_{1l} < x_{1r} < l_1$, $0 < x_{2l} < x_{2r} < l_2$) с заданными длинами сторон $L_1 = x_{1r} - x_{1l}$, $L_2 = x_{2r} - x_{2l}$ располагалась симметрично ($x_{2l} = (l_2 - L_2)/2$, $x_{2r} = (l_2 + L_2)/2$) относительно горизонтальной оси симметрии прямоугольника D и на достаточно большом ($\geq 20h_0$) расстоянии от его боковых (параллельных оси Ox_1) сторон, поэтому волны, отраженные от этих непроницаемых стенок бассейна, не влияли на исследуемые характеристики взаимодействия.

При использовании 2DNSWE-модели в качестве начальных данных задается уединенная волна

$$\begin{aligned} \eta(\mathbf{x}, 0) &= a_0 \operatorname{sech}^2(X), \quad X = \frac{x_1 - x_1^0}{2h_0} \sqrt{\frac{3a_0}{a_0 + h_0}}, \\ u_1(\mathbf{x}, 0) &= c_0 \frac{\eta(\mathbf{x}, 0)}{H(\mathbf{x}, 0)}, \quad u_2(\mathbf{x}, 0) \equiv 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $0 < a_0$ — амплитуда волны; $x_1 = x_1^0$ — начальное положение ее вершины ($0 < x_1^0 < x_{1l}$); $c_0 = \sqrt{g(a_0 + h_0)}$; $H(\mathbf{x}, 0) = h_0 + \eta(\mathbf{x}, 0)$. Таким образом, начальная волна является “одномерной” (ее параметры не зависят от координаты x_2) с гребнем, параллельным оси Ox_2 .

При использовании 1DNSWE-модели начальные данные для свободной поверхности и единственной компоненты скорости u_1 также задаются с помощью формул (4). Одномерный характер течения при наличии частично погруженного тела определяется заданием

“одномерных” начальных данных при набегании волны на тело, представляющее собой цилиндр в форме параллелепипеда, имеющий бесконечную протяженность в направлении оси Ox_2 . В рамках 1DNSWE-модели учитывается трансформация набегающей волны, обусловленная наличием полупогруженного тела, с образованием отраженной и прошедшей за это тело волн. Двумерная (2DNSWE) модель позволяет учесть эффекты, вызванные дифракцией набегающей волны.

Начальные данные для 3DFNPF-модели также не зависели от x_2 и были согласованы [1–3] с (4), т. е. для всех трех моделей начальные данные были в физическом смысле одинаковыми, что обеспечивало возможность сравнения результатов, полученных в рамках моделей с разной пространственной размерностью. Так, форма начальной волны $\eta(\mathbf{x}, 0)$ одинакова для всех трех моделей, а компоненты скорости $u_1^{(3)}$, $u_2^{(3)}$, $u_3^{(3)}$ в трехмерной модели задаются таким образом, чтобы после осреднения горизонтальной составляющей вектора скорости по толщине слоя жидкости получались такие же выражения (4) для компонент скорости, как в плановой 2DNSWE-модели:

$$\begin{aligned} u_1^{(3)}(\mathbf{x}, y, 0) &= u_1(\mathbf{x}, 0) \times \\ &\times \left[1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \frac{(y + h_0)^2}{(H(\mathbf{x}, 0))^2} \right) \frac{(H(\mathbf{x}, 0))^2(2a_0 - 3\eta(\mathbf{x}, 0)) + 4(\eta(\mathbf{x}, 0) - a_0)\eta(\mathbf{x}, 0)}{h_0(a_0 + h_0)} \right], \\ u_2^{(3)}(\mathbf{x}, y, 0) &\equiv 0, \quad -h_0 \leq y \leq \eta(\mathbf{x}, 0), \\ u_3^{(3)}(\mathbf{x}, y, 0) &= \sqrt{3a_0g} \frac{\eta(\mathbf{x}, 0)}{(H(\mathbf{x}, 0))^2} (y + h_0) \operatorname{th}(X). \end{aligned}$$

Во всех расчетах использовались квадратная сетка с шагом $h_0/4$ и следующие значения параметров: $l_1/h_0 = 90$, $l_2/h_0 = 50$, $x_{1l}/h_0 = 40$, $x_{1r}^0/h_0 = 20$. Отклонения свободной границы от невозмущенного уровня фиксировались волномерами (см. рис. 1, б), установленными в центрах лицевой (G2), тыльной (G3) и боковых (G6, G9) по отношению к фронту набегающей волны граней тела, на ребрах (G5, G7, G8, G10), а также на горизонтальной оси симметрии в точке, соответствующей начальному положению гребня волны (G1), и в точке, расположенной справа от тела на расстоянии, равном $10h_0$ (G4).

Значения горизонтальной составляющей $F_h(t)$ силы воздействия волн на тело определялись путем интегрирования давления P на смоченной части вертикальных граней. Вследствие симметрии течения силы, действующие на грани, параллельные координатной плоскости Ox_1y , компенсируют друг друга, поэтому величина $F_h(t)$ определяется суммарной силой, действующей только на лицевую и тыльную грани, параллельные координатной плоскости Ox_2y :

$$F_h(t) = \int_{x_{2l}}^{x_{2r}} \left(\int_{d_0}^{\eta(x_{1l}, x_2, t)} P(x_{1l}, x_2, y, t) dy \right) dx_2 - \int_{x_{2l}}^{x_{2r}} \left(\int_{d_0}^{\eta(x_{1r}, x_2, t)} P(x_{1r}, x_2, y, t) dy \right) dx_2. \quad (5)$$

С учетом формулы (2) в рамках 2DNSWE-модели получаем следующее выражение:

$$F_h(t) = \rho g \int_{x_{2l}}^{x_{2r}} \left[(\eta(x_{1l}, x_2, t) - \eta(x_{1r}, x_2, t)) \left(\frac{\eta(x_{1l}, x_2, t) + \eta(x_{1r}, x_2, t)}{2} - d_0 \right) \right] dx_2. \quad (6)$$

В одномерном случае параметры течения не зависят от координаты x_2 , в частности $\eta = \eta(x_1, t)$, поэтому формула (6) принимает вид

$$F_h(t) = \rho g L_2 \left[(\eta(x_{1l}, t) - \eta(x_{1r}, t)) \left(\frac{\eta(x_{1l}, t) + \eta(x_{1r}, t)}{2} - d_0 \right) \right].$$

В рамках 3DFNPF-модели суммарная сила F_h также рассчитывается по формуле (5), но вместо (2) используется выражение для давления

$$P(\mathbf{x}, y, t) = -\rho \left(\Phi_t(\mathbf{x}, y, t) + \frac{1}{2} (\Phi_{x_1}^2 + \Phi_{x_2}^2 + \Phi_y^2)(\mathbf{x}, y, t) + gy \right), \quad (7)$$

где $\Phi(x, y, t)$ — потенциал вектора скорости.

Вертикальная компонента F_v определялась без учета силы Архимеда F_A :

$$F_v(t) = \iint_{D^i} P(x_1, x_2, d_0, t) dx_1 dx_2 - F_A \quad (8)$$

(P — давление воды на днище тела; $F_A = \rho g |d_0| L_1 L_2$). В рамках 2DNSWE-модели давление P вычисляется по формуле [10]

$$P(\mathbf{x}, d_0, t) = \frac{1}{S_0} p(\mathbf{x}, t) - \rho g \frac{S_0}{2}$$

с использованием значений $p(\mathbf{x}, t)$, полученных из уравнений (3). В одномерном случае (1DNSWE-модель) давление P не зависит от координаты x_2 , поэтому

$$F_v(t) = L_2 \int_{x_{1l}}^{x_{1r}} P(x_1, d_0, t) dx_1 - F_A. \quad (9)$$

В рамках 3DFNPF-модели в формуле (8) используется величина P (см. (7)). При численном решении интегралы в формулах (5), (6), (8), (9) вычисляются по квадратурной формуле прямоугольников.

На рис. 2, *a* показано характерное состояние свободной поверхности, возникающее при взаимодействии уединенной волны с полупогруженным телом прямоугольного сечения. Видно, что процесс дифракции сопровождается деформацией волны, образованием отраженной волны в виде кольцеобразной дуги и прошедшей волны с криволинейным гребнем неравномерной высоты. На рис. 2, *б* показана картина “свечения” — распределение максимальных за все время расчета значений величины возвышения свободной границы, свидетельствующее, в частности, о симметричном распространении волновой энергии и образовании за телом симметричной области с меньшими значениями высоты волн.

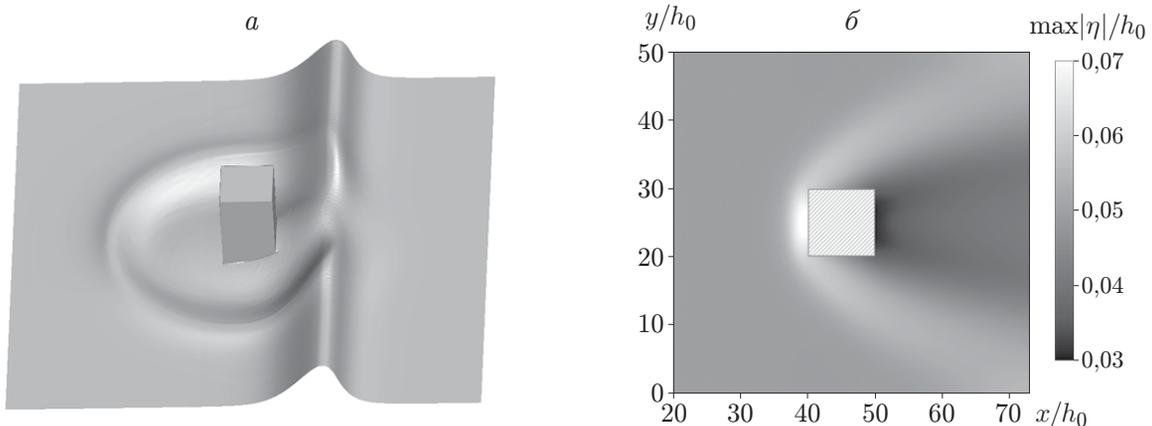


Рис. 2. Состояние свободной поверхности в момент времени $t\sqrt{g/h_0} = 37,58$ (*a*) и распределение максимальных за время расчета значений высот волн (*б*), рассчитанные в рамках 2DNSWE-модели ($L_1 = L_2 = 10h_0$, $d_0 = -0,5h_0$, $a_0 = 0,05h_0$)

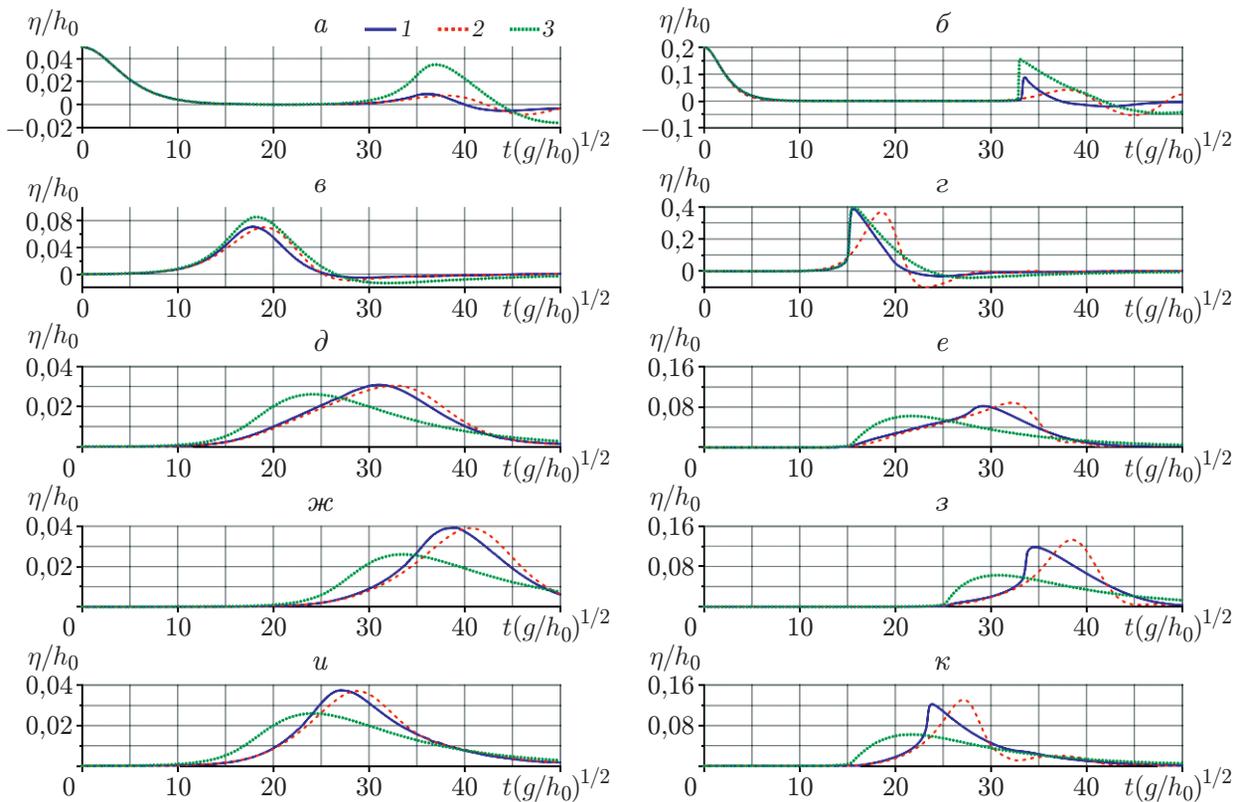


Рис. 3. Хронограммы свободной поверхности, рассчитанные в точках размещения виртуальных волномеров G1 (а, б), G2 (в, з), G3 (д, е), G4 (ж, з), G7 (u, κ) ($L_1 = L_2 = 10h_0$, $d_0 = -0,5h_0$):
 а, в, д, ж, u — $a_0/h_0 = 0,05$, б, з, е, з, κ — $a_0/h_0 = 0,2$; 1 — 2DNSWE-модель, 2 — 3DFNPF-модель, 3 — 1DNSWE-модель

3.1. *Влияние амплитуды набегающей волны.* Из результатов расчетов следует полная симметричность течения относительно горизонтальной оси симметрии тела, в частности совпадение хронограмм волномеров G5–G7, размещенных вдоль боковой стороны $x_2 = x_{2r}$ прямоугольника D^i , с хронограммами соответствующих волномеров G8–G10, расположенных вдоль противоположной боковой стороны $x_2 = x_{2l}$. Анализ результатов показал также, что максимальные значения величины заплесков на лицевой грани тела всегда наблюдаются в центральной точке (волномер G2).

Результаты анализа хронограмм свободной поверхности, представленных на рис. 3, позволяют сделать следующие выводы.

Максимальная величина заплеска на лицевую грань (волномер G2) оказалась больше величины заплеска на тыльную грань, где максимальные значения, определенные с использованием 2DNSWE- и 3DFNPF-моделей, достигаются в угловой точке (волномер G7).

Одномерная (1DNSWE) модель существенно завышает амплитуду отраженной волны и занижает амплитуду прошедшей волны по сравнению с соответствующими значениями, полученными в рамках двумерной (2DNSWE) и трехмерной (3DFNPF) моделей. С ростом амплитуды a_0 это различие увеличивается.

Рассчитанные с использованием 2DNSWE- и 3DFNPF-моделей максимумы амплитуд прошедших волн (волномер G4) больше максимумов амплитуд волн на тыльной грани (волномер G3). Это явление можно объяснить дифракцией волн, которые, огибая тело, образуют встречные потоки за тыльной гранью и при столкновении генерируют локаль-

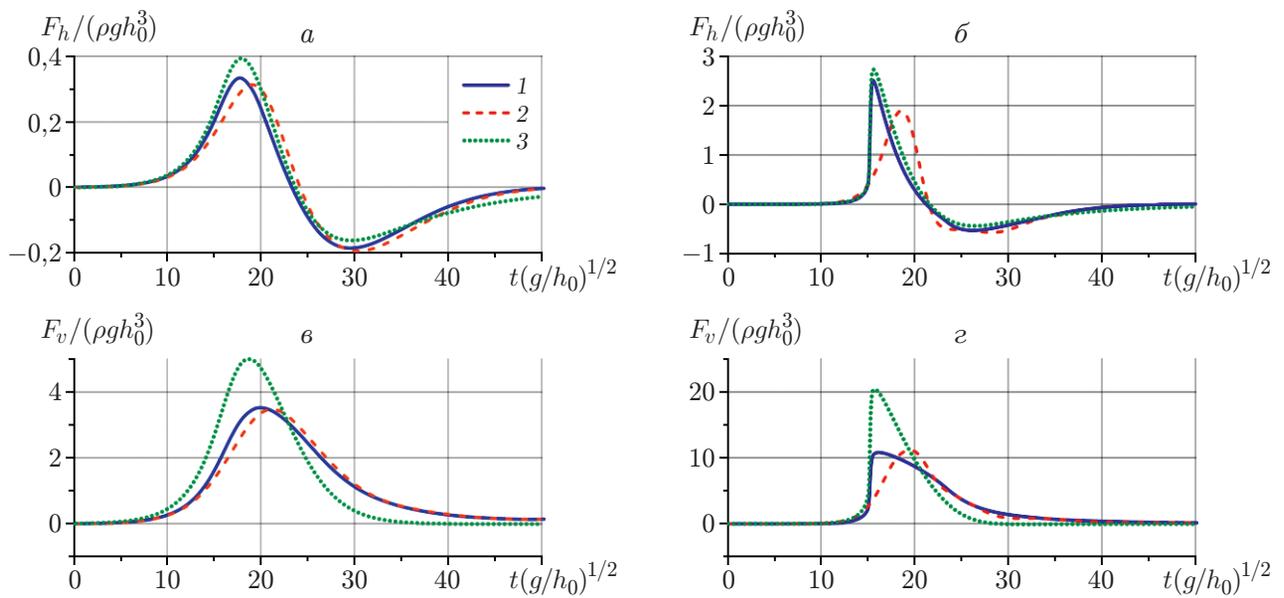


Рис. 4. Хронограммы горизонтальной F_h (а, б) и вертикальной F_v (в, з) компонент вектора силы воздействия уединенной волны на полупогруженное тело ($L_1 = L_2 = 10h_0$, $d_0 = -0,5h_0$), полученные при $a_0/h_0 = 0,05$ (а, в) и $a_0/h_0 = 0,2$ (б, з): 1 — 2DNSWE-модель, 2 — 3DFNPF-модель, 3 — 1DNSWE-модель

ное возвышение свободной поверхности. Заметим, что аналогичное явление, обусловленное дифракцией волн, наблюдалось при взаимодействии уединенной волны с неподвижным вертикальным полупогруженным круговым цилиндром [16]. Одномерная модель не учитывает дифракцию волн, поэтому максимальное значение величины возвышения, записанное волномером G4, не отличается от записанного волномером G3.

При увеличении амплитуды a_0 передние фронты набегающей, отраженной и прошедшей волн, рассчитанные с использованием моделей мелкой воды, становятся более крутыми, при этом отличие формы и скорости распространения этих волн от результатов, полученных с использованием трехмерной модели потенциальных течений (3DFNPF), становится более существенным. Однако по точности воспроизведения максимальных значений амплитуды 2DNSWE-модель является более предпочтительной по сравнению с одномерной. При больших значениях a_0 результаты, полученные с использованием 2DNSWE-модели, в частности сила воздействия набегающей волны на тело, удовлетворительно согласуются с результатами, полученными в рамках 3DFNPF-модели (рис. 4). Хронограммы горизонтальной компоненты F_h силы являются знакопеременными, при этом в случае учета дифракции волн в двумерной модели результаты расчетов лучше согласуются с результатами моделирования трехмерных течений, в частности сила (положительная), действующая в направлении движения волны при ее накате на тело, и противоположно направленная сила воздействия (отрицательная) прошедших за тело волн. Использование 1DNSWE-модели приводит к существенной погрешности значений вертикальной компоненты силы F_v , тогда как 2DNSWE-модель дает достаточно точные максимальные значения этой компоненты.

3.2. *Влияние величины заглубления тела.* Для исследования влияния параметров полупогруженного тела (его длины, ширины и величины заглубления) проведена серия численных экспериментов, показать результаты которой с помощью, например, хронограмм не представляется возможным. Поэтому далее все результаты представлены в виде за-

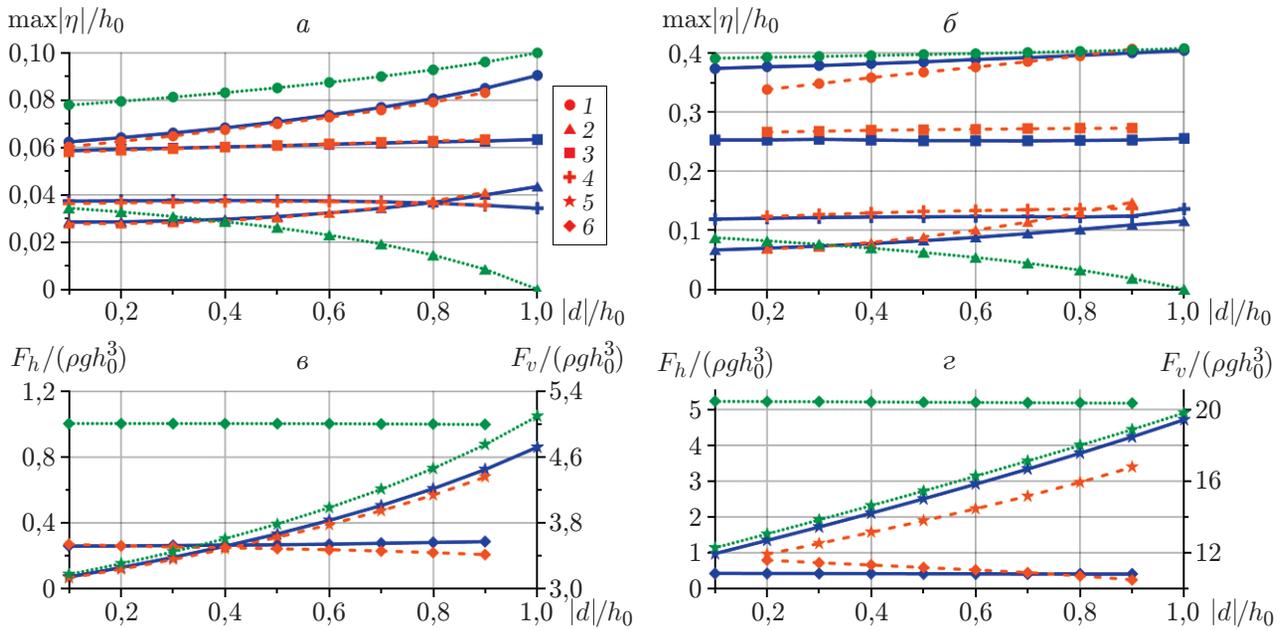


Рис. 5. Зависимости от величины заглубления d_0 максимальных значений смещений свободной границы η , вычисленных в точках размещения виртуальных волномеров (*а*, *б*), и максимальных значений горизонтальной F_h и вертикальной F_v компонент вектора силы воздействия уединенной волны на полупогруженное тело (*в*, *г*) при $L_1 = L_2 = 10h_0$:
а, *в* — $a_0/h_0 = 0,05$, *б*, *г* — $a_0/h_0 = 0,2$; сплошные линии — 2DNSWE-модель, штриховые — 3DFNPF-модель, пунктирные — 1DNSWE-модель; 1–4 — виртуальные волномеры (1 — G2, 2 — G3, 3 — G5, 4 — G7), 5, 6 — максимальные значения компонент вектора силы воздействия волны на тело (5 — горизонтальная F_h , 6 — вертикальная F_v)

висимостей максимальных значений полученных решений от варьируемого параметра. Зависимости характеристик взаимодействия волны с телом от величины его заглубления $|d|/h_0$ представлены на рис. 5. Видно, что горизонтальная составляющая силы F_h растет с увеличением величины заглубления, в то время как вертикальная составляющая F_v практически не меняется. Максимальная амплитуда, рассчитанная в точках размещения волномеров G2, G3 и G5, монотонно возрастает, а в точке установки виртуального волномера G7 меняется только при большой величине заглубления: уменьшается при $a_0/h_0 = 0,05$ (при $|d|/h_0 > 0,8$ становится меньше максимального значения, определенного для волномера G3) и увеличивается при $a_0/h_0 = 0,2$. Заметим, что увеличение максимальной величины заплеска в центре тыльной грани (волномер G3) с ростом величины заглубления тела согласуется с результатами, полученными в работах [16, 17]. Этот эффект невозможно воспроизвести с помощью одномерной модели, при использовании которой величина заплеска на тыльную грань тела всегда уменьшается с увеличением величины заглубления тела.

В случае $a_0/h_0 = 0,05$ результаты расчетов, полученные в рамках 2DNSWE- и 3DFNPF-моделей, хорошо согласуются. Одномерная модель дает завышенные по сравнению с 2DNSWE-моделью максимальные значения: горизонтальной составляющей силы F_h — на 17–22 %, вертикальной составляющей F_v — на 40–42 %, величины заплеска на лицевой грани тела — на 11–25 %.

В случае $a_0/h_0 = 0,2$ результаты, полученные с использованием двумерной модели мелкой воды (2DNSWE) и трехмерной модели потенциальных течений (3DFNPF), согла-

Таблица 1

Влияние длины L_1 полупогруженного тела с прямоугольным сечением на характеристики взаимодействия с ним набегающей уединенной волны ($a_0/h_0 = 0,05$, $L_2/h_0 = 10$, $d_0/h_0 = -0,5$)

Модель	$L_1/h_0 = 2$	$L_1/h_0 = 4$	$L_1/h_0 = 6$	$L_1/h_0 = 8$	$L_1/h_0 = 10$
	$\max_t \eta(G2, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0597	0,0663	0,0692	0,0704	0,0708
3DFNPF	0,0611	0,0661	0,0684	0,0695	0,0700
1DNSWE	0,0634	0,0733	0,0790	0,0827	0,0852
	$\max_t \eta(G5, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0541	0,0580	0,0597	0,0604	0,0608
3DFNPF	0,0544	0,0579	0,0596	0,0604	0,0608
1DNSWE	0,0634	0,0733	0,0790	0,0827	0,0852
	$\max_t \eta(G3, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0420	0,0341	0,0320	0,0313	0,0307
3DFNPF	0,0425	0,0349	0,0314	0,0308	0,0304
1DNSWE	0,0455	0,0387	0,0333	0,0292	0,0260
	$\max_t \eta(G7, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0478	0,0447	0,0418	0,0393	0,0375
3DFNPF	0,0473	0,0444	0,0414	0,0390	0,0371
1DNSWE	0,0455	0,0387	0,0333	0,0292	0,0260
	$\max_t F_h(t)/(\rho gh_0^3)$				
2DNSWE	0,1584	0,2408	0,2876	0,3159	0,3329
3DFNPF	0,1481	0,2182	0,2634	0,2929	0,3122
1DNSWE	0,1806	0,2734	0,3296	0,3665	0,3932
	$\max_t F_v(t)/(\rho gh_0^3)$				
2DNSWE	0,9353	1,7666	2,4814	3,0698	3,5339
3DFNPF	0,8654	1,6740	2,3867	2,9910	3,4857
1DNSWE	0,9979	2,0030	3,0066	4,0089	5,0100

суются хуже, в частности, 2DNSWE-модель завышает горизонтальную компоненту силы F_h на 25–40 %. Также следует отметить, что одномерная модель дает существенно завышенные значения вертикальной составляющей силы F_v (на 88 %).

3.3. *Влияние горизонтальных размеров тела.* Результаты исследования влияния протяженности тела на характеристики изучаемого процесса представлены в табл. 1–3. В табл. 1 приведена зависимость результатов моделирования от величины L_1 , в табл. 2 — от величины L_2 , в табл. 3 — от величин L_1 и L_2 , изменяющихся одинаковым образом, т. е. тело имело квадратное основание.

Из табл. 1–3 следует, что с увеличением длины тела L_1 горизонтальная и вертикальная составляющие силы волнового воздействия на него монотонно растут, так же как и максимальные значения величины возвышения на лицевой грани (волномеры G2, G5), при этом максимальные значения величины возвышения на тыльной грани (волномеры G3, G7) уменьшаются. В расчете с использованием 2DNSWE-модели различие максимумов, вычисленных в точках размещения виртуальных волномеров G2 и G5, а также максимумов, определенных в точках, соответствующих волномерам G3 и G7, с увеличением величины L_1 растет и составляет 5–14 и 5–22 % соответственно. Заметим, что миниму-

Таблица 2

Влияние ширины L_2 полупогруженного тела с прямоугольным сечением на характеристики взаимодействия с ним набегающей уединенной волны ($a_0/h_0 = 0,05$, $L_1/h_0 = 10$, $d_0/h_0 = -0,5$)

Модель	$L_2/h_0 = 2$	$L_2/h_0 = 4$	$L_2/h_0 = 6$	$L_2/h_0 = 8$	$L_2/h_0 = 10$
$\max_t \eta(G2, t)/h_0$					
2DNSWE	0,0535	0,0584	0,0632	0,0673	0,0708
3DFNPF	0,0555	0,0596	0,0635	0,0669	0,0700
1DNSWE	0,0852	0,0852	0,0852	0,0852	0,0852
$\max_t \eta(G5, t)/h_0$					
2DNSWE	0,0530	0,0562	0,0585	0,0598	0,0608
3DFNPF	0,0535	0,0563	0,0584	0,0598	0,0608
1DNSWE	0,0852	0,0852	0,0852	0,0852	0,0852
$\max_t \eta(G3, t)/h_0$					
2DNSWE	0,0444	0,0406	0,0370	0,0338	0,0307
3DFNPF	0,0461	0,0416	0,0374	0,0337	0,0304
1DNSWE	0,0260	0,0260	0,0260	0,0260	0,0260
$\max_t \eta(G7, t)/h_0$					
2DNSWE	0,0441	0,0404	0,0384	0,0377	0,0375
3DFNPF	0,0446	0,0409	0,0387	0,0376	0,0371
1DNSWE	0,0260	0,0260	0,0260	0,0260	0,0260
$\max_t F_h(t)/(\rho gh_0^3)$					
2DNSWE	0,0541	0,1166	0,1855	0,2581	0,3329
3DFNPF	0,0524	0,1116	0,1757	0,2430	0,3122
1DNSWE	0,0786	0,1573	0,2359	0,3146	0,3932
$\max_t F_v(t)/(\rho gh_0^3)$					
2DNSWE	0,7499	1,4443	2,0957	2,7727	3,5339
3DFNPF	0,7332	1,4079	2,0578	2,7417	3,4857
1DNSWE	1,0020	2,0040	3,0060	4,0080	5,0100

мы, рассчитанные для точек, в которых размещены волномеры G2, G3 и G5, существенно зависят от величины L_1 при малых ее значениях и слабо изменяются при больших, а зависимость $F_v(L_1)$ в расчетах с использованием 1DNSWE-модели близка к линейной, в отличие от зависимостей, полученных в расчетах в рамках других моделей.

Различие горизонтальной F_h и вертикальной F_v составляющих силы, рассчитанных в рамках 2DNSWE- и 3DFNPF-моделей, составляет 1–10 %, а различие этих величин, вычисленных в рамках 2DNSWE- и 1DNSWE-моделей, — 14–18 % для составляющей F_h и 4–42 % для F_v . При этом ошибка одномерного приближения по F_v монотонно увеличивается с увеличением длины тела.

Увеличение величины L_2 оказывает такое же влияние (см. табл. 2) на характеристики течения, как и увеличение значений L_1 , с тем лишь отличием, что величины заплесков на грани тела, определенные с использованием одномерной (1DNSWE) модели, не зависят от L_2 , а обе составляющие волновой силы растут линейно. Различие максимумов, зафиксированных виртуальными волномерами G2 и G5, а также G3 и G7, в расчете с использованием 2DNSWE-модели составляет несколько процентов при меньших значениях L_2 .

Таблица 3

Влияние горизонтальных размеров L_1, L_2 полупогруженного тела с квадратным сечением на характеристики взаимодействия с ним набегающей уединенной волны ($a_0/h_0 = 0,05, d_0/h_0 = -0,5$)

Модель	$L_1 = L_2 = 2h_0$	$L_1 = L_2 = 4h_0$	$L_1 = L_2 = 6h_0$	$L_1 = L_2 = 8h_0$	$L_1 = L_2 = 10h_0$
	$\max_t \eta(G2, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0517	0,0573	0,0625	0,0670	0,0708
3DFNPF	0,0538	0,0585	0,0628	0,0666	0,0700
1DNSWE	0,0634	0,0733	0,0790	0,0827	0,0852
	$\max_t \eta(G5, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0511	0,0552	0,0580	0,0597	0,0608
3DFNPF	0,0515	0,0550	0,0577	0,0596	0,0608
1DNSWE	0,0634	0,0733	0,0790	0,0827	0,0852
	$\max_t \eta(G3, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0476	0,0436	0,0389	0,0345	0,0307
3DFNPF	0,0492	0,0446	0,0392	0,0344	0,0304
1DNSWE	0,0455	0,0387	0,0333	0,0292	0,0260
	$\max_t \eta(G7, t)/h_0$				
2DNSWE	0,0473	0,0438	0,0410	0,0391	0,0375
3DFNPF	0,0476	0,0442	0,0413	0,0390	0,0371
1DNSWE	0,0455	0,0387	0,0333	0,0292	0,0260
	$\max_t F_h(t)/(\rho gh_0^3)$				
2DNSWE	0,0259	0,0861	0,1622	0,2456	0,3329
3DFNPF	0,0227	0,0774	0,1487	0,2282	0,3122
1DNSWE	0,0361	0,1094	0,1978	0,2932	0,3932
	$\max_t F_v(t)/(\rho gh_0^3)$				
2DNSWE	0,1858	0,6896	1,4447	2,4039	3,5339
3DFNPF	0,1781	0,6650	1,4050	2,3551	3,4857
1DNSWE	0,1996	0,8012	1,8040	3,2072	5,0100

Различие значений горизонтальной составляющей силы F_h , полученных в расчетах с использованием 2DNSWE- и 3DFNPF-моделей, растет с увеличением L_2 на 3–7 %, а различие значений вертикальной составляющей F_v не превышает 1–2 %. Одномерная (1DNSWE) модель дает значения F_h , завышенные относительно значений, определенных с использованием двумерной (2DNSWE) модели, на 18–52 % (при этом с ростом L_2 различие уменьшается), а значения F_v — на 31–45 %.

Одновременное изменение горизонтальных размеров тела L_1 и L_2 (см. табл. 3) приводит к усилению указанных выше эффектов: при малых значениях L_1 и L_2 максимумы смещений свободной поверхности, рассчитанные в точках установки виртуальных волномеров вблизи лицевой (G2 и G5) и тыльной (G3 и G7) граней, практически совпадают. Различие результатов расчетов, полученных при моделировании взаимодействия волны с телом в рамках 2DNSWE- и 3DFNPF-моделей, с увеличением горизонтальных размеров тела L_1 и L_2 уменьшается с 19 до 7 % для горизонтальной составляющей F_h и с 4 до 1 % для вертикальной составляющей F_v . При учете двумерности течения различие результатов расчетов, полученных с использованием 1DNSWE- и 2DNSWE-моделей, с увеличением значений L_1 и L_2 для составляющей F_h уменьшается с 48 до 18 %, для составляющей F_v увеличивается с 3 до 42 %.

Заключение. Проведено численное исследование задачи о взаимодействии уединенной волны с неподвижным полупогруженным телом в виде цилиндра с прямоугольным поперечным сечением. Задача решалась в рамках 2DNSWE-модели мелкой воды первого длинноволнового приближения, а также в рамках 3DFNPF-модели потенциальных течений идеальной жидкости, результаты расчетов по которой использовались для валидации моделей. Расчеты по 1DNSWE-модели мелкой воды проводились для оценки целесообразности учета двумерности течения. Варьировались начальная амплитуда уединенной волны, длина, ширина и величина заглубления тела. При всех рассмотренных параметрах задачи максимальная величина заплеска на лицевую грань тела оказывается в ее центре.

Представляют интерес зависимости максимальных величин возвышения свободной поверхности в центре и на краю тыльной грани тела от величины его заглубления: в центре тыльной грани величина возвышения растет с увеличением величины заглубления, а на краю (при малых амплитудах волн) может уменьшаться таким образом, что при большой величине заглубления она становится меньше, чем в центре. Заметим, что такой эффект невозможно воспроизвести в рамках 1DNSWE-модели, при использовании которой величина заплеска на тыльную грань тела всегда уменьшается с ростом величины заглубления тела.

Установлено, что результаты расчетов с использованием 2DNSWE- и 3DFNPF-моделей хорошо согласуются при малых амплитудах волн, в то время как при больших амплитудах 2DNSWE-модель дает завышенные значения горизонтальной составляющей волновой силы. Это может быть обусловлено тем, что в расчетах с использованием NSWE-моделей при больших амплитудах передний фронт волны становится более крутым, при этом силовое воздействие увеличивается. 1DNSWE-модель всегда завышает силовое воздействие на тело, причем, как правило, при увеличении горизонтальных размеров тела влияние двумерности течения на горизонтальную составляющую суммарной волновой силы уменьшается, а на вертикальную составляющую увеличивается. В целом одномерная модель может быть использована при проведении грубой оценки сверху силового воздействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Gusev O. I., Khakimzyanov G. S., Chubarov L. B.** Numerical investigation of the wave force on a partially immersed rectangular structure: Long waves over a flat bottom // *Ocean Engng.* 2021. V. 221. 108540.
2. **Гусев О. И., Скиба В. С., Хакимзянов Г. С.** Силовое воздействие длинных поверхностных волн на полупогруженное в воду тело. 1. Влияние формы набегающей волны // *Вычисл. технологии.* 2022. Т. 27, № 4. С. 33–62.
3. **Гусев О. И., Скиба В. С., Хакимзянов Г. С., Чубаров Л. Б.** Влияние неровности дна на характеристики взаимодействия уединенной волны с полупогруженным телом прямоугольного сечения // *ПМТФ.* 2023. Т. 64, № 1. С. 60–75.
4. **Park J.-C., Kim M.-H., Miyata H.** Three-dimensional numerical wave tank simulations on fully nonlinear wave-current-body interactions // *J. Marine Sci. Technol.* 2001. V. 6, N 2. P. 70–82.
5. **Lin P.** A multiple-layer σ -coordinate model for simulation of wave-structure interaction // *Comput. Fluids.* 2006. V. 35, N 2. P. 147–167.
6. **Orzech M. D., Shi F., Veeramony J., et al.** Incorporating floating surface objects into a fully dispersive surface wave model // *Ocean Modell.* 2016. V. 102. P. 14–26.
7. **Ma G., Farahani A. A., Kirby J. T., Shi F.** Modeling wave-structure interactions by an immersed boundary method in a σ -coordinate model // *Ocean Engng.* 2016. V. 125. P. 238–247.

8. **Sun J. L., Wang C. Z., Wu G. X., Khoo B. C.** Fully nonlinear simulations of interactions between solitary waves and structures based on the finite element method // *Ocean Engng.* 2015. V. 108. P. 202–215.
9. **Lu X., Wang K.-H.** Modeling a solitary wave interaction with a fixed floating body using an integrated analytical-numerical approach // *Ocean Engng.* 2015. V. 109. P. 691–704.
10. **Khakimzyanov G. S., Dutykh D.** Long wave interaction with a partially immersed body. Pt 1. Mathematical models // *Comm. Comput. Phys.* 2020. V. 27, N 2. P. 321–378.
11. **Hamilton J. A., Yeung R. W.** Spectral shell and perfectly transparent open-boundary condition for unsteady wave-body interactions // *Trans. ASME. J. Offshore Mech. Arctic Engng.* 2003. V. 125, N 1. P. 9–16.
12. **Hamilton J. A., Yeung R. W.** Viscous and inviscid matching of three-dimensional free-surface flows utilizing shell functions // *J. Engng Math.* 2011. V. 70. P. 43–66.
13. **Lannes D.** On the dynamics of floating structures // *Annals PDE.* 2017. V. 3, N 1. 11.
14. **Гусев О. И., Хакимзянов Г. С.** Численный алгоритм для расчета взаимодействия поверхностных волн с полупогруженными сооружениями в рамках плановой модели мелкой воды // *Вычисл. технологии.* 2023. Т. 28, № 4. С. 73–93.
15. **Khakimzyanov G.** Dispersive shallow water waves: Theory, modeling, and numerical methods / G. Khakimzyanov, D. Dutykh, Z. Fedotova, O. Gusev. Basel: Birkhäuser, 2020. (Lecture notes in geosystems mathematics and computing).
16. **Chang C.-H.** Interaction of a solitary wave with vertical fully/partially submerged circular cylinders with/without a hollow zone // *J. Marine Sci. Engng.* 2020. V. 8, N 12. 1022.
17. **Chang C.-H.** Study of a solitary wave interacting with a surface piercing square cylinder using a three-dimensional fully nonlinear model with grid-refinement technique on surface layers // *J. Marine Engng Technol.* 2017. V. 16, N 1. P. 22–36.

*Поступила в редакцию 31/V 2023 г.,
после доработки — 22/VI 2023 г.
Принята к публикации 26/VI 2023 г.*
