

УДК 532.5

ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДОВ В КОЛЛЕКТОРАХ, ПОДВЕРЖЕННЫХ ГИДРОРАЗРЫВУ ПЛАСТА, ПРИ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ СКВАЖИНЫ

В. Ш. Шагапов, Р. А. Башмаков*, Н. О. Фокеева

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, 450054 Уфа, Россия

* Башкирский государственный университет, 450000 Уфа, Россия

E-mails: Shagapov@rambler.ru, Bashmakov_Rustem@mail.ru, ffoxnina@gmail.com

Теоретически исследуется фильтрация флюида в трещине, образовавшейся вследствие гидроразрыва пласта, и окружающем трещину пласте, а также динамика изменения давления и дебита при переходных режимах работы скважины. Получены решения, позволяющие описывать связь между расходом жидкости и изменением давления в трещине. Полученные результаты устанавливают основные зависимости параметров пласта и характеристик трещины гидроразрыва пласта от времени.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта, трещина, образующаяся вследствие гидроразрыва пласта, нефтяная скважина, фильтрация флюида, эволюция давления, дебит.

DOI: 10.15372/PMTF20220312

Введение. Гидроразрыв пласта — один из важнейших методов интенсификации добычи нефти из низкопроницаемых пластов. В настоящее время, когда значительная часть нефти добывается из труднопроницаемых пластов либо обладает большой вязкостью, определение параметров трещины, полученной путем гидроразрыва пласта (ГРП), является актуальной задачей.

Эффективными способами решения поставленных задач являются гидропрослушивание, акустическое зондирование и гидродинамические испытания скважины. В основной скважине, в окрестности которой был проведен ГРП, создаются возмущения давления, во второй скважине (приемнике) регистрируется изменение пластового давления. По характеру этих изменений можно оценить параметры трещины и коллекторские характеристики пласта.

В работе [1] рассмотрены теория ГРП, технологии создания трещин, результаты многолетнего использования этого метода. В [2] исследовалась стационарная фильтрация флюида к одиночной трещине конечной проводимости от контура, расположенного на большом расстоянии.

В работе [3] предложена математическая модель, используемая в настоящей работе. Предполагается, что в низкопроницаемых пластах жидкость в основном растекается по трещине и из трещины перетекает в пласт. При описании этого процесса получаем систему двух дифференциальных уравнений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 21-11-00207).

© Шагапов В. Ш., Башмаков Р. А., Фокеева Н. О., 2022

Алгоритм вычисления параметров пласта трещины, образовавшейся вследствие ГРП, с использованием результатов нестационарных гидродинамических испытаний для вертикальных скважин, пересеченных трещиной ГРП, предложен в [4].

В работах [5–7] описана динамика распределения давления в скважине и вертикальной трещине при постоянных значениях давления в скважине и расходе флюида. Для аналитических решений используются преобразования Лапласа.

В работах [7, 8] рассматривались задачи об эволюции давления в окрестности трещины ГРП при поддержании постоянного дебита (расхода).

В [9] с использованием полуаналитических методов рассмотрен начальный этап работы скважины с высоким дебитом при поддержании постоянного высокого давления.

В настоящей работе исследуются переменные режимы работы скважины, получены формулы для определения изменения давления в трещине ГРП в зависимости от времени и расстояния до скважины.

1. Основные уравнения. Рассмотрим вертикальную закрепленную пропантом трещину, полученную путем ГРП (рис. 1). Пласт полагается однородным, ширина трещины d_f значительно меньше ее высоты h_f , жидкость в пласте течет перпендикулярно направлению трещины и далее по трещине — к скважине. Также предполагается, что давление жидкости в пласте и трещине незначительно зависит от глубины, поэтому движение флюида в трещине по оси OX , направленной вдоль этой трещины, будем считать квазиодномерным. В силу симметрии можно рассматривать одно крыло трещины. Начало координат (граница пласта — трещина) поместим на стенку забойного участка, ось OY направим перпендикулярно трещине. Скелет пористой среды пласта и трещины полагается несжимаемым, длина трещины — бесконечной. Уравнение сохранения массы для флюида в трещине на единицу ее высоты запишем в виде

$$d_f \left(m_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_f v_f)}{\partial x} \right) = -2\rho_p v_p \Big|_{y=0}, \quad 0 < x < +\infty. \quad (1.1)$$

Здесь и далее индексы $i = f$ и $i = p$ соответствуют значениям параметров в трещине и пласте, окружающем трещину; ρ_f — плотность жидкости; v_i — скорость жидкости; m_i — пористость; d_f — ширина трещины.

Слагаемое в правой части уравнения (1.1) задает интенсивность притока флюида через стенки в трещину на единицу площади. Для определения этого слагаемого необходимо учитывать процесс фильтрации в пористой среде вне трещины. Запишем уравнение сохранения массы в пласте в окрестности трещины

$$m_p \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_p v_p)}{\partial y} = 0, \quad 0 < y < \infty. \quad (1.2)$$

Для определения скорости фильтрации жидкости в трещине и окружающем трещину пористом пространстве используем закон Дарси

$$v_f = -\frac{k_f}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial x}, \quad 0 < x < \infty, \quad v_p = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial P_p}{\partial y}, \quad 0 < y < +\infty \quad (1.3)$$

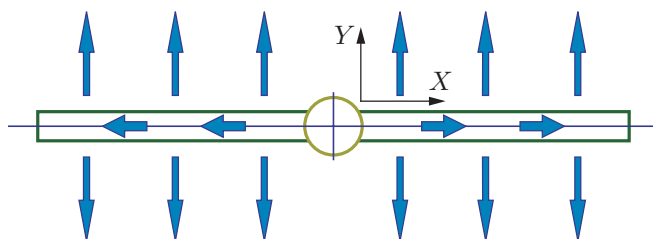


Рис. 1. Схема течения жидкости в трещине и из трещины в пласт

(P_i — давление жидкости; μ — динамическая вязкость; k_i — коэффициент проницаемости). Сжимаемость флюида учитывается в акустическом приближении

$$P_i - P_0 = C^2(\rho_i - \rho_0),$$

где C — скорость звука для флюида; индекс “0” соответствует начальному, невозмущенному состоянию, жидкость полагается слабосжимаемой ($|\rho_i - \rho_0| \ll \rho_i \approx \rho_0$). Тогда уравнения (1.1)–(1.3) образуют систему, описывающую распределение давления в трещине и пласте:

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \varkappa_f \frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} + 2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\varkappa_p}{d_f} \left(\frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad 0 < x < \infty; \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \varkappa_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}, \quad 0 < x < \infty, \quad 0 < y < \infty. \quad (1.5)$$

Здесь $\varkappa_i = \rho_0 C^2 k_i / (\mu m_i)$ — коэффициенты пьезопроводности; $P_f = P_f(t, x)$; $P_p = P_p(t, x, y)$. Система (1.4), (1.5) рассматривалась в работах [3, 5, 8] при различных краевых условиях.

Давление в трещине и давление на поверхности ее стенки совпадают:

$$P_f = P_p \Big|_{y=0}, \quad (1.6)$$

вдали от трещины давление полагается постоянным и равным начальному значению P_0 :

$$P_p \Big|_{y=\infty} = P_0. \quad (1.7)$$

В работе [7] система уравнений (1.4)–(1.7) сводится к одному интегро-дифференциальному уравнению

$$\frac{\Delta P_f}{\partial t} = \varkappa_f \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} - \frac{2m_p \varkappa_p}{m_f d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \varkappa_p(t - \tau)}}; \quad (1.8)$$

$$\Delta P_f = P_f - P_0.$$

Заметим, что при $t \rightarrow -\infty$ $P_f|_{t=-\infty} = P_p|_{t=-\infty} = P_0$.

Согласно принципу Дюамеля (см., например, [10]) решение уравнения (1.5) можно записать в виде

$$\Delta P_p = \int_{-\infty}^t \frac{\partial U(y, t - \tau)}{\partial t} \Delta P_f(\tau, x) d\tau,$$

где

$$U(y, t - \tau) = \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{\varkappa_p(t - \tau)}} \right),$$

$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-s^2} ds$ — дополнительная функция ошибок.

Путем сравнения слагаемых в уравнении (1.8) можно получить критические условия для характерного времени $\tilde{t}$, когда левой частью этого уравнения, определяющей упругость флюида в трещине, можно пренебречь (см. [8]).

Для рассматриваемых задач справедлива оценка

$$\tilde{t} \gg t^*, \quad t^* = \frac{\pi}{4} \left(\frac{m_f}{m_p} \right)^2 \frac{d_f^2}{\varkappa_p}. \quad (1.9)$$

Для нефтепромысловых задач обычно рассматриваются значения времени (минуты, часы, сутки), при которых всегда удовлетворяется условие (1.9). Поэтому вместо (1.8) используем упрощенное уравнение

$$\frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = 2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\kappa_p}{\kappa_f} \frac{1}{d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \kappa_p (t - \tau)}}. \quad (1.10)$$

2. Решения, соответствующие кусочно-постоянным законам изменения давления в скважине. Пусть при $t < \tau_0$ флюид в пласте и трещине находится в состоянии покоя ($v_p = v_f = 0$), давление является однородным: $P_p = P_f = P_0 = \text{const}$, в момент $t = \tau_0$ давление на забое скважины мгновенно изменяется на величину $\Delta P_{(w)} = P_{(w)} - P_0$ и далее поддерживается постоянным ($\Delta P_{(w)} = \text{const}$, $t \geq \tau_0$). В случае если нагнетание флюида в пласт происходит через трещину, $\Delta P_{(w)} > 0$, в случае если происходит отбор флюида, $\Delta P_{(w)} < 0$. Для определенности далее будем полагать, что $\Delta P_{(w)} > 0$. Эти условия представим в виде

$$\Delta P_f = \begin{cases} 0, & t < \tau_0, x > 0, \\ \Delta P_{(w)}, & t \geq \tau_0, x = 0. \end{cases}$$

В работе [8] рассматриваемая задача решена с помощью специальной функции

$$\text{Gil}(z) = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(z\eta^{1/4})}{\eta} e^{-\eta - z\eta^{1/4}} d\eta.$$

Распределение давления в трещине находится следующим образом:

$$\Delta P_f = \Delta P_{(w)} \text{Gil}\left(\sqrt{\frac{A}{2}} \frac{x}{(t - \tau_0)^{1/4}}\right), \quad t > \tau_0, \quad A = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\kappa_p}}{\kappa_f}. \quad (2.1)$$

На основе этого решения можно записать формулу для объемного расхода флюида в одном крыле трещины на единицу ее высоты:

$$q = \frac{d_f k_f}{\mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = -\frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \Delta P_{f(w)} \int_0^\infty e^{-(t-\tau_0)\xi^4} d\xi.$$

Отсюда находим

$$q \approx -\frac{3,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \frac{\Delta P_{f(w)}}{(t - \tau_0)^{1/4}}, \quad t > \tau_0, \quad (2.2)$$

при этом

$$\int_0^\infty e^{-(t-t_0)\xi^4} d\xi = \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) (t - t_0)^{-1/4}.$$

Для объема флюида, закачанного в пласт ($\Delta P_{(w)} > 0$) или извлеченного из пласта ($\Delta P_{(w)} < 0$) через два крыла трещины при высоте трещины h_f , имеем

$$V = 2h_f \int_{t_0}^t q dt = -\frac{4,8 \cdot 2}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f h_f \Delta P_{(w)}}{\mu} (t - \tau_0)^{3/4}, \quad t > \tau_0.$$

Уравнение (1.10) является линейным и однородным для ΔP_f , поэтому формулу (2.2) для определения расхода можно обобщить на случай, когда давление меняется скачкообразно в моменты времени $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ и на участках $[\tau_{j-1}, \tau_j]$ ($j = 1, 2, \dots, n$) принимает постоянные значения.

Пусть в исходном состоянии жидкость в скважине и трещине является неподвижной:

$$v_p = v_f = 0, \quad P_p = P_f = P_0, \quad t < \tau_0.$$

Отсчет времени начинается с момента $\tau_0 = 0$. В момент времени $t = \tau_0$ скважина начинает функционировать при постоянном перепаде давления $\Delta P_{(w)0}$ до момента времени τ_1 , с момента времени τ_1 скважина функционирует при перепаде давления $\Delta P_{(w)1}$ до момента времени τ_2 и т. д. Тогда решение, описывающее изменение давления в трещине, можно представить в виде

$$\Delta P_f(t, x) = H(t) \Delta P_{(w)0} \text{Gil}(z_0) + \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (\Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1}) \text{Gil}(z_i),$$

где $H(t)$ — функция Хевисайда: $H(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases}$

$$z_i = \sqrt{A/2} x (t - \tau_i)^{1/4}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

По аналогии с (2.2) получаем

$$q = -\frac{3,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \left(H(t) \frac{\Delta P_{(w)0}}{\tau^{1/4}} + \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) \frac{\Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1}}{(t - \tau_i)^{1/4}} \right). \quad (2.3)$$

Объем флюида, поступающего (расходуемого) через два крыла трещины, определяется по формуле

$$V = 2h_f \int_{\tau_0}^t q(\tau) d\tau = -\frac{9,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f h_f}{\mu} \left(\Delta P_{(w)0} t^{3/4} + \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) \Delta P_{(w)i} (t - \tau_i)^{3/4} \right),$$

$$t > 0.$$

3. П-образное и двухступенчатое изменение давления в скважине. Пусть на забое скважины давление мгновенно изменяется на величину $\Delta P_{(w)0}$ от начального значения и в течение 24 ч (до момента времени $t = \tau_1$) поддерживается постоянным. В момент времени $t = \tau_1$ давление мгновенно уменьшается до нуля и сохраняет это значение при $t \geq \tau_1$. Тогда решение, описывающее эволюцию давления согласно (2.3), имеет вид

$$\Delta P_f(t, x) = \begin{cases} \Delta P_{(w)0} \text{Gil}(z_0), & 0 \leq t < \tau_1, \\ \Delta P_{(w)0} (\text{Gil}(z_0) - \text{Gil}(z_1)), & t \geq \tau_1, \end{cases} \quad (3.1)$$

где

$$z_0 = \sqrt{A/2} x t^{-1/4}, \quad z_1 = \sqrt{A/2} x (t - \tau_1)^{-1/4}.$$

Из (3.1) получаем формулы для определения расхода жидкости на единицу высоты трещины:

$$q = \begin{cases} -\Delta P_{(w)0} \frac{3,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} t^{-1/4}, & 0 \leq t < \tau_1, \\ -\Delta P_{(w)0} \frac{3,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} (t^{-1/4} - (t - \tau_1)^{-1/4}), & t > \tau_1. \end{cases} \quad (3.2)$$

Количество жидкости, поступающей в трещину из скважины, равно

$$V = \begin{cases} \Delta P_{(w)0} \frac{9,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f h_f}{\mu} t^{3/4}, & 0 \leq t < \tau_1, \\ \Delta P_{(w)0} \frac{9,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f h_f}{\mu} (t^{3/4} - (t - \tau_1)^{3/4}), & t \geq \tau_1. \end{cases}$$

Для двухступенчатого изменения давления в скважине на величину $\Delta P_{(w)0}$ в момент времени τ_0 и при резком его увеличении до $\Delta P_{(w)1}$ в момент времени τ_1 находим

$$\Delta P_f(x, t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \Delta P_{(w)0} \text{Gil}(z_0), & 0 \leq t < \tau_1, \\ \Delta P_{(w)0} \text{Gil}(z_0) + (\Delta P_{(w)1} - \Delta P_{(w)0}) \text{Gil}(z_1), & t \geq \tau_1. \end{cases}$$

Отсюда получаем формулу для расхода

$$q = \begin{cases} -\Delta P_{(w)0} \frac{3,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} t^{-1/4}, & 0 \leq t < \tau_1, \\ -\frac{3,6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} (\Delta P_{(w)0} t^{-1/4} - (\Delta P_{(w)1} - \Delta P_{(w)0})(t - \tau_1)^{-1/4}), & t > \tau_1. \end{cases} \quad (3.3)$$

Для параметров, определяющих фильтрационные характеристики пласта трещины, а также физические свойства флюида, здесь и далее приняты значения $m_p = m_f = 10^{-1}$, $k_p = 10^{-15}$, $k_f = 10^{-10}$, $d_f = 0,3 \cdot 10^{-2}$ м, $\rho_0 = 860$ кг/м³, $C = 10^3$ м/с, $\mu = 10^{-2}$ Па·с.

На рис. 2 показана эволюция поля давления в трещине при П-образном изменении давления в призабойной зоне: в момент времени $\tau_0 = 0$ давление в скважине изменяется на величину $\Delta P_{(w)} = 10$ МПа и сохраняется постоянным до момента времени $\tau_1 = 1$ сут. В момент времени $t = \tau_1$ давление в скважине резко возвращается к начальному значению.

На рис. 3 для П-образного изменения давления в скважине представлен закон изменения расхода закачиваемой в трещину жидкости, приходящегося на единицу ее высоты и рассчитываемого по формуле (3.2).

На рис. 4 для рассмотренного выше случая двухступенчатого изменения давления в скважине на величину $\Delta P_{(w)0} = 10$ МПа в момент времени $\tau_0 = 0$ и резкого увеличения до значения $\Delta P_{(w)1} = 20$ МПа в момент времени $\tau_1 = 1$ сут представлен закон изменения расхода закачиваемой в трещину жидкости, приходящегося на единицу ее высоты и рассчитываемого по формуле (3.3).

На рис. 5 приведен закон изменения общего объема жидкости, закачиваемой в пласт через два крыла трещины высотой $h_f = 20$ м при П-образном (пунктирная линия) и двухступенчатом (штриховая линия) изменении давления.

4. Эволюция давления в призабойной зоне и в трещине при постоянном дебите. Пусть до момента времени τ_0 флюид в пласте и трещине находится в состоянии покоя ($v_p = v_f = 0$). Поддерживая с момента времени $t = \tau_0$ постоянный расход q_0 , получаем закон изменения давления

$$q_0 = \frac{d_f k_f}{\mu} \left(\frac{\partial \Delta P_f}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}. \quad (4.1)$$

Заметим, что, в случае если ΔP_f является решением (1.10), в силу линейности этого уравнения функция

$$Q = \frac{d_f k_f}{\mu} \frac{\partial \Delta P_f}{\partial x} \quad (4.2)$$

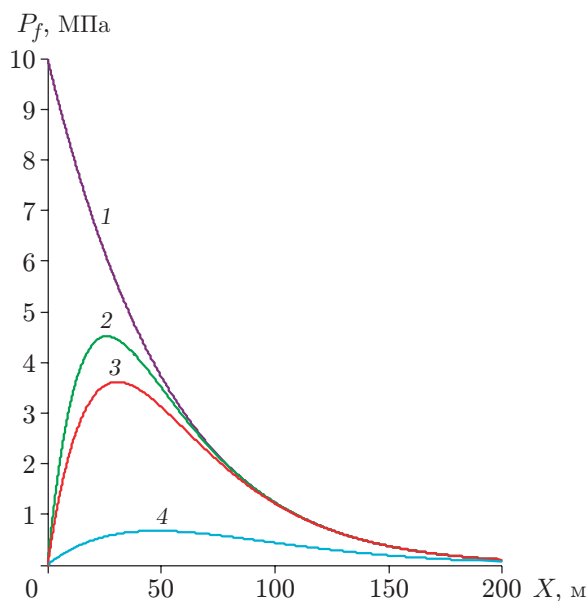


Рис. 2

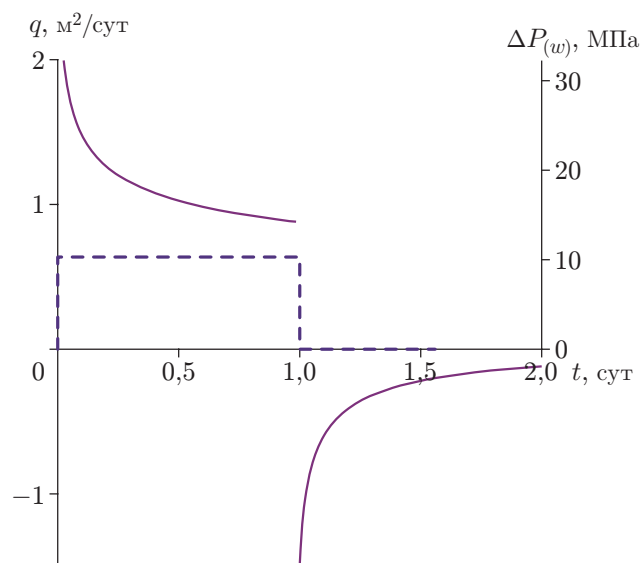


Рис. 3

Рис. 2. Распределение давления в трещине при П-образном изменении давления в скважине в различные моменты времени:

1 — $t = 24$ ч, 2 — $t = 24$ ч 10 мин, 3 — $t = 24$ ч 30 мин, 4 — $t = 36$ ч

Рис. 3. Зависимости давления в скважине (штриховая линия) и расхода жидкости на единицу высоты трещины (сплошная линия) от времени

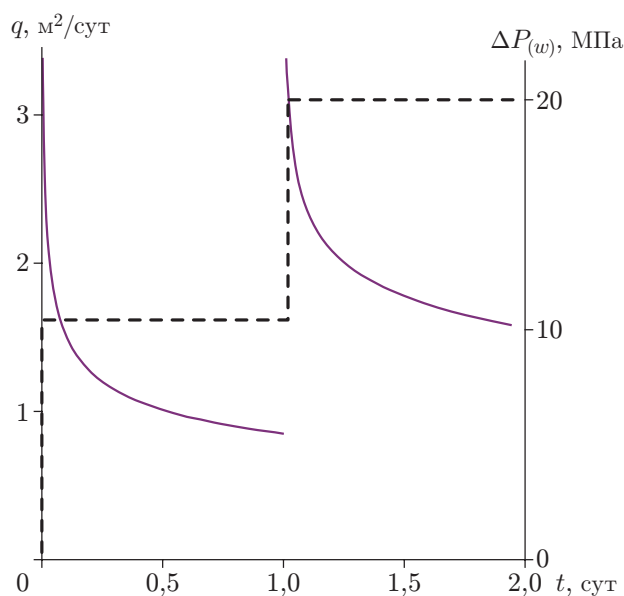


Рис. 4

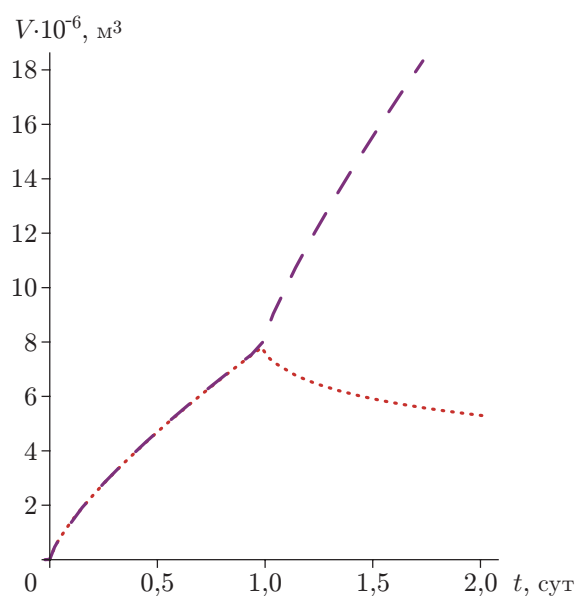


Рис. 5

Рис. 4. Зависимости величины двухступенчатого изменения давления (штриховая линия) и расхода жидкости на единицу высоты трещины (сплошная линия) от времени

Рис. 5. Зависимость от времени объема жидкости, закачанной в пласт через два крыла трещины высотой $h_f = 20$ м при П-образном (пунктирная линия) и двухступенчатом (штриховая линия) изменении давления

также является решением (1.10), т. е. справедливо выражение

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\kappa_p}{\kappa_f} \int_{t_0}^t \frac{\partial Q}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \kappa_p (t - \tau)}}.$$

Тогда согласно п. 2 решение (2.1) для этого случая при выполнении граничного условия (4.1) принимает вид

$$Q = q \operatorname{Gil} \left(\sqrt{\frac{A}{2}} \frac{x}{(t - \tau_0)^{1/4}} \right).$$

Интегрируя (4.2), с учетом условия $\Delta P_f|_{x=\infty} = 0$ получаем

$$\Delta P_f = -\frac{(t - \tau_0)^{1/4} q \mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} \operatorname{Zil}(z_0), \quad z_0 = \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{x}{(t - \tau_0)^{1/4}}, \quad \tau_0 \leq t, \quad (4.3)$$

где (см. [8])

$$\operatorname{Zil}(z) = \int_0^z \operatorname{Gil}(\xi) d\xi.$$

Поскольку $\Delta P_{(w)} = \Delta P_f|_{x=0}$, из (4.3) получаем закон изменения давления в скважине

$$\Delta P_{(w)} = \frac{\operatorname{Zil}(0)(t - \tau_0)^{1/4} q \mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f}, \quad (4.4)$$

где $\operatorname{Zil}(0) \approx 0,78$. Графики функций $\operatorname{Gil}(z)$ и $\operatorname{Zil}(z)$ приведены в работе [8].

На рис. 6 показано распределение давления в трещине при скачкообразном изменении расхода на некоторую постоянную величину: через 6 ч и приблизительно через 24 ч.

5. Решения, соответствующие кусочно-постоянным законам изменения расхода скважины. В силу линейности и однородности уравнения (1.10) решение (4.4) можно обобщить для случаев, когда расход представляет собой кусочно-постоянную функцию.

Пусть до момента τ_0 флюид в пласте находится в состоянии покоя, а в момент времени τ_0 расход резко выходит на значение q_0 и поддерживается постоянным до момента времени τ_1 , когда он скачкообразно изменяется до значения q_1 и поддерживается постоянным до момента τ_2 , и так далее.

Решение, описывающее эволюцию давления в трещине, принимает вид

$$\Delta P_f = -\frac{\mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} \left[H(t) q_0 t^{1/4} \operatorname{Zil}(z_0) + \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \operatorname{Zil}(z_i) (t - \tau_i)^{1/4} \right],$$

$$\operatorname{Zil}(z_i) = \int_{z_i}^{+\infty} \operatorname{Gil}(\xi) d\xi, \quad z_i = \sqrt{\frac{A}{2}} x (t - \tau_i)^{-1/4}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (5.1)$$

Для перепада давления $\Delta P_{(w)}$ между значениями на забое скважины и в пласте ($\Delta P_{(w)} = \Delta P_f(t, 0)$) получаем

$$\Delta P_{(w)} = \frac{-0,78\mu}{\sqrt{A_f/2} d_f k_f} \left(H(t - \tau_0) q_0 (t - \tau_0)^{1/4} + \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) (t - \tau_i)^{1/4} \right). \quad (5.2)$$

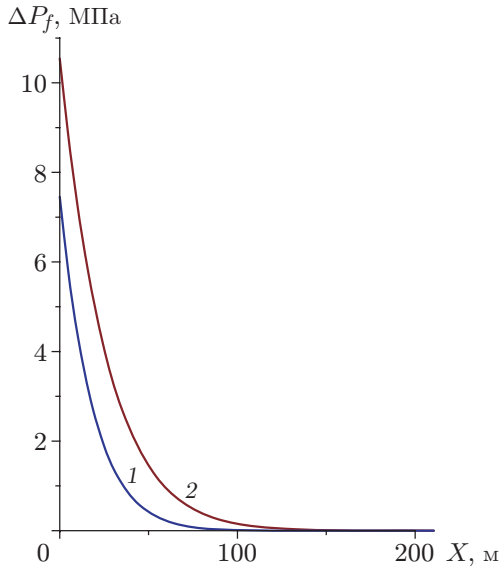


Рис. 6

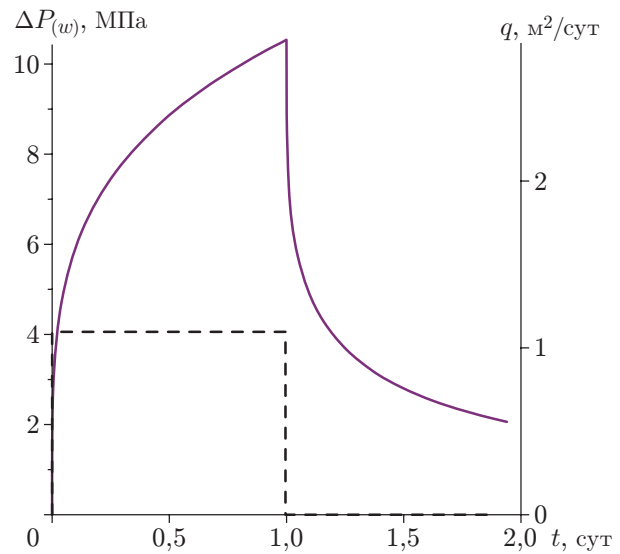


Рис. 7

Рис. 6. Распределение давления в трещине при скачкообразном изменении расхода и дальнейшем поддержании постоянного значения:

1 — через 6 ч, 2 — приблизительно через 24 ч

Рис. 7. Зависимость изменения давления в скважине от времени (сплошная линия) при П-образном изменении расхода жидкости на единицу высоты трещины (штриховая линия)

6. П-образное и двухступенчатое изменение расхода скважины. Определим режим работы скважины в случае П-образного изменения расхода. Пусть для скважины, находившейся в состоянии покоя, в момент времени $\tau_0 = 0$ расход скачкообразно меняется до значения q_0 , до момента времени τ_1 является постоянным и при $t = \tau_1$ вновь становится нулевым (рис. 7). Тогда

$$\Delta P_f = \begin{cases} -\frac{q_0 \mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} t^{1/4} \text{Zil}(z_0), & 0 \leq t < \tau_1, \\ -\frac{q_0 \mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} (t^{1/4} \text{Zil}(z_0) - (t - \tau_0)^{1/4} \text{Zil}(z_1)), & t \geq \tau_1. \end{cases}$$

При этом на забое имеем

$$\Delta P_{(w)} = \begin{cases} -\frac{\text{Zil}(0) \mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} q_0 t^{1/4}, & 0 \leq t < \tau_1, \\ -\frac{\text{Zil}(0) \mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} q_0 (t^{1/4} - (t - \tau_1)^{1/4}), & t \geq \tau_1. \end{cases}$$

На рис. 8 приведены зависимости изменения давления от времени при двухступенчатом изменении расхода жидкости, полученные по формулам (5.1), (5.2). На рис. 9 для этого случая приведены соответственно распределения давления в трещине при различных значениях времени.

7. Эволюция давления при непрерывном изменении расхода. Формула (5.1) может быть обобщена на случай непрерывного постепенного изменения расхода скважины.

Пусть до момента времени $\tau_0 = 0$ скважина находится в состоянии покоя, а в момент времени $\tau_0 = 0$ расход скважины скачкообразно становится равным $q(0)$, затем плавно,

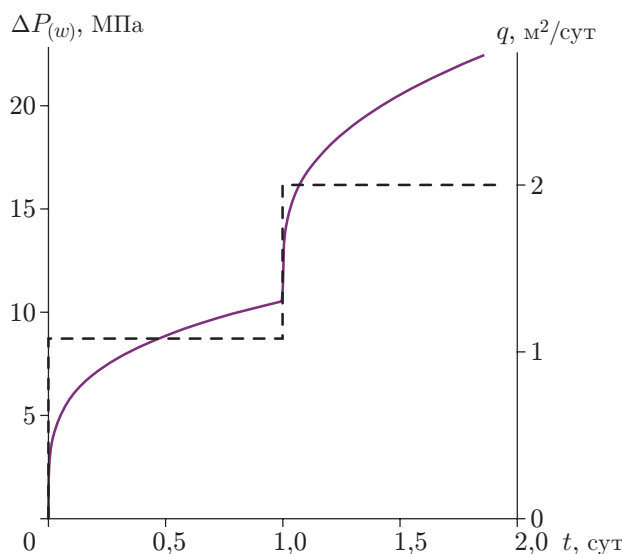


Рис. 8

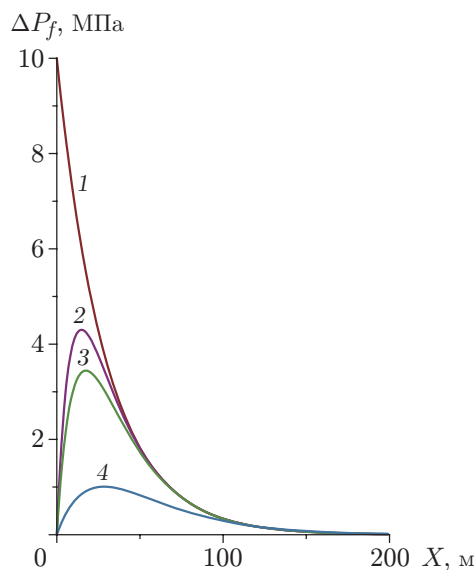


Рис. 9

Рис. 8. Зависимость изменения давления в скважине от времени (сплошная линия) при двухступенчатом увеличении расхода (штриховая линия)

Рис. 9. Распределение давления в трещине, полученное по точным формулам при П-образном изменении давления в скважине при различных значениях времени:

1 — $t = 24$ ч, 2 — $t = 24$ ч 10 мин, 3 — $t = 24$ ч 30 мин, 4 — $t = 36$ ч

без резких скачков изменяется, и в момент времени t его значение равно $q(t)$. Тогда из формулы (5.1) находим

$$\Delta P_f = -\frac{\mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} \left[q(0) t^{1/4} \text{Zil}(z_0) + \int_0^t \text{Zil} \left(\sqrt{\frac{A}{2}} \frac{x}{(t-\tau)^{1/4}} \right) (t-\tau)^{1/4} dq(\tau) \right].$$

Отсюда, подставляя $x = 0$, получаем выражение для перепада давления в скважине

$$\Delta P_{(w)} = -\frac{\mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} \text{Zil}(0) \left[q(0) t^{1/4} + \int_0^t (t-\tau)^{1/4} dq(\tau) \right], \quad \text{Zil}(0) \approx 0,78.$$

При линейном изменении расхода скважины $q(t) = t$ ($t \geq 0$) имеем

$$\Delta P_{(w)} = \frac{\mu}{\sqrt{A/2} d_f k_f} \cdot 0,78 \cdot \frac{4}{5} t^{5/4}.$$

Закключение. В работе получены формулы, позволяющие описывать связь между расходом жидкости в скважине и эволюцией давления в трещине и скважине. Используя эти формулы и известный закон изменения дебита и давления в скважине, можно определить параметры трещины, образовавшейся вследствие гидроразрыва пласта, и пласта. Полученные результаты можно также использовать для интерпретации результатов гидродинамических исследований скважин. В настоящее время проводится сравнение результатов, полученных в данной работе, с результатами полевых испытаний. Заметим также, что результаты, аналогичные приведенным, могут быть получены на основе результатов работ [5, 6].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Экономидес М.** Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике / М. Экономидес, Р. Олини, П. Валько. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. технологий, 2007.
2. **Каневская Р. Д., Дияшев И. Р., Некипелов Ю. В.** Применение гидравлического разрыва пласта для интенсификации добычи и повышения нефтеотдачи // Нефт. хоз-во. 2002. № 5. С. 96–101.
3. **Cinco-Ley Н.** Evaluation of hydraulic fracturing by transient pressure analysis methods // Intern. petrol. exhibit. and tech. symp., Beijing (China), 17–24 March 1982. S. 1.: Soc. Petrol. Engrs, 1982. DOI: 10.2118/10043-MS.
4. **Бадертдинова Е. Р., Салимьянов И. Т., Хайруллин М. Х., Шамсиев М. Н.** Численное решение коэффициентной обратной задачи о нестационарной фильтрации к скважине, пересеченной трещиной гидравлического разрыва // ПМТФ. 2012. Т. 53, № 3. С. 84–89.
5. **Хабибуллин И. Л., Хисамов А. А.** Моделирование нестационарной фильтрации вокруг скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Вестн. Башкир. ун-та. 2017. Т. 22, № 2. С. 309–314.
6. **Хабибуллин И. Л., Хисамов А. А.** К теории билинейного режима фильтрации в пластах с трещинами гидроразрыва // Вестн. Башкир. ун-та. 2018. Т. 23, № 4. С. 958–963.
7. **Шагапов В. Ш., Нагаева З. М.** К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // ПМТФ. 2017. Т. 58, № 5. С. 121–130.
8. **Нагаева З. М., Шагапов В. Ш.** Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикл. математика и механика. 2017. Т. 81, № 3. С. 319–329.
9. **Guppy К. Н., Kumar S., Kagawan V. D.** Pressure-transient analysis for fractured wells producing at constant pressure // SPE Format. Evaluat. 1988. V. 3, N 1. P. 169–178.
10. **Тихонов А. Н.** Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. Н. Самарский. М.: Наука, 1972.

*Поступила в редакцию 11/VII 2021 г.,
после доработки — 26/VIII 2021 г.
Принята к публикации 27/IX 2021 г.*