

УДК: 532.526

Источник контролируемых нестационарных гармонических возмущений потока*

**Т.А. Гимон, Д.А. Елистратов, А.Д. Желонкин, С.В. Лукашевич,
С.О. Морозов, А.Н. Шиплюк**

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: tgimon@yandex.ru

Проведены исследования течения вблизи источника контролируемых гармонических нестационарных возмущений газовой среды, который может быть использован для генерации вихрей Гёртлера в сжимаемом пограничном слое. Источник имел плоскую поверхность с линейно расположенными цилиндрическими каналами, ведущими поочередно к двум полостям переменного объема. Рассмотрены различные конфигурации источника: с отдельными выходными отверстиями каналов и с щелевым отверстием над ними. Проведено численное моделирование в пакете Solid Works Flow Simulation, а также экспериментальное измерение скорости газа PIV-методом. Показано, что разработанный источник позволяет создавать периодические возмущения скорости вблизи поверхности амплитудой до 2 м/с при частоте 1 кГц. Формы профилей нормальной к поверхности скорости вдоль источника близки к синусоидальным как во времени, так и по пространству.

Ключевые слова: ламинарный пограничный слой, нестационарные гармонические возмущения потока, источник контролируемых возмущений, неустойчивость Гёртлера.

Введение

Проблема ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) является одной из актуальных проблем современной аэродинамики. Причинами возникновения ЛТП становятся различные неустойчивые состояния пограничного слоя. Одной из них является неустойчивость Гёртлера, возникающая вдоль вогнутых поверхностей или линий тока [1, 2]. Законы развития неустойчивости Гёртлера мало изучены ввиду сложности их экспериментального моделирования. Так, наибольшее распространение получили исследования поздних стадий развития неустойчивости (часто в турбулентных пограничных слоях), когда возмущения, вызванные гёртлеровской неустойчивостью, приобретают амплитуду 10 % относительно набегающего потока и более. На ранней стадии развития, когда амплитуда возмущений менее 1 %, большую часть исследований занимают численные моделирования явления [3 – 5].

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-19-00393).

Традиционные методы введения возмущений с помощью естественных (присущих моделям) и искусственных неровностей поверхности [6, 7], а также естественных (присущих потоку) [8] и искусственных [9–11] возмущений потока в экспериментах не позволяют отследить начальную стадию развития неустойчивости ввиду крайне малого соотношения сигнал/шум. Наиболее часто встречается введение стационарных возмущений посредством неоднородностей поверхности стенки [12, 13] или передней кромки модели [14], а также наборов тонких, возмущающих поток струн или пластинок, размещенных рядом с передней кромкой модели [9, 11, 15]. Из-за сложности измерения характеристик стационарных возмущений в экспериментах зачастую увеличивают амплитуду возмущений. При этом большие амплитуды (более 1 %) приводят к нелинейным эффектам и к отклонению законов развития возмущений от линейной теории устойчивости [16].

В работе [16] с помощью нестационарного и квазистационарного методов исследований впервые было получено согласование экспериментальных и расчетных характеристик линейной стационарной и нестационарной гёртлеровской неустойчивости в несжимаемом потоке. Суть метода заключается во введении контролируемых возмущений с заранее известными параметрами и синхронном измерении характеристик течения. Усреднение по многим периодам способствует аннигиляции случайных пульсаций потока, позволяя выделить среди них полезный сигнал, имеющий даже меньшую амплитуду. Для введения нестационарных контролируемых возмущений в поток авторами был разработан универсальный источник [17, 18], который в дальнейшем модернизировался для различных целей экспериментов [19–21]. Источник возмущений представлял собой щель в поверхности плоской пластины, расположенную перпендикулярно направлению потока, под которой располагался блок из набора медных трубок. Каждая трубка была соединена гибкой пластиковой трубкой с одним из восьми динамиков. Трубки соединялись с динамиками в порядке, зависящем от желаемых свойств возбуждаемых волн неустойчивости, главным образом от значений их поперечных волновых чисел. Для генерации возмущений могла быть использована только часть из них, например, каждая третья трубка, остальные к динамикам не подключались и в возбуждении не участвовали. Данный источник возмущений позволял возбуждать в пограничном слое двумерные и трехмерные волны неустойчивости с частотами до 20 Гц и использовался в экспериментах по исследованию несжимаемых течений. Для исследований сжимаемых течений, где скорости потока значительно выше, необходима разработка источника, отвечающего следующим требованиям:

- источник должен обеспечить синусоидальное мгновенное распределение нормальной к поверхности скорости с амплитудой не менее 2 м/с;

- источник должен обеспечивать период колебаний скорости, с одной стороны, превышающий время пролета модели основным потоком [21], а с другой — позволяющий накопить достаточное для усреднения количество периодов колебаний за один эксперимент;

- была выбрана частота периодических возмущений 1 кГц.

Целью работы является изучение характеристик течения, генерируемого источником контролируемых гармонических возмущений газовой среды, предназначенным для исследования задач устойчивости ламинарного пограничного слоя.

1. Постановка задачи

Моделирование течения внутри источника и истечения газа из него проводилось в пакете Solid Works Flow Simulation. Расчет выполнялся для нестационарного течения

путем интегрирования системы осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса, описывающих пространственное течение вязкого сжимаемого газа. Показатель адиабаты $\gamma = 1,4$. Течение считалось ламинарным. Поверхности модели задавались адиабатическими, без шероховатости.

Модели источников

В представленной работе рассматривалась модель источника с плоской поверхностью и линейным расположением отверстий. Авторами прорабатывалось несколько конфигураций моделей источника возмущений. Общий вид базовой конфигурации источника представлен на рис. 1. На рис. 2а слева представлен чертеж модели базовой конфигурации. Также отмеченная круговой линией область А вблизи выходных отверстий приведена в увеличенном масштабе для базовой конфигурации (на рис. 2а справа) и для других конфигураций (см. рис. 2b). Модель имеет плоскую поверхность с цилиндрическими каналами ($d = 1,7$ мм), ведущими поочередно к двум полостям. Расстояние между центрами соседних отверстий составляло 3 мм. Нижняя стенка в каждой полости в физическом эксперименте представляла собой мембрану (динамик) (рис. 2а). За счет

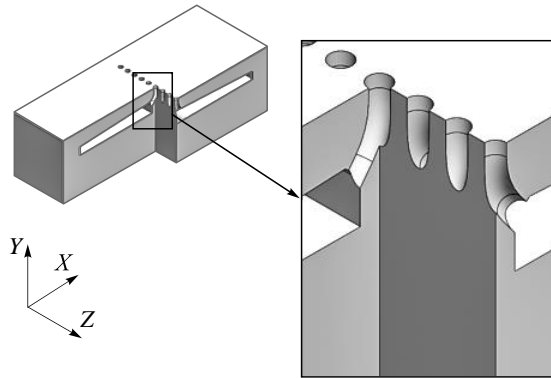


Рис. 1. Модель источника возмущений.

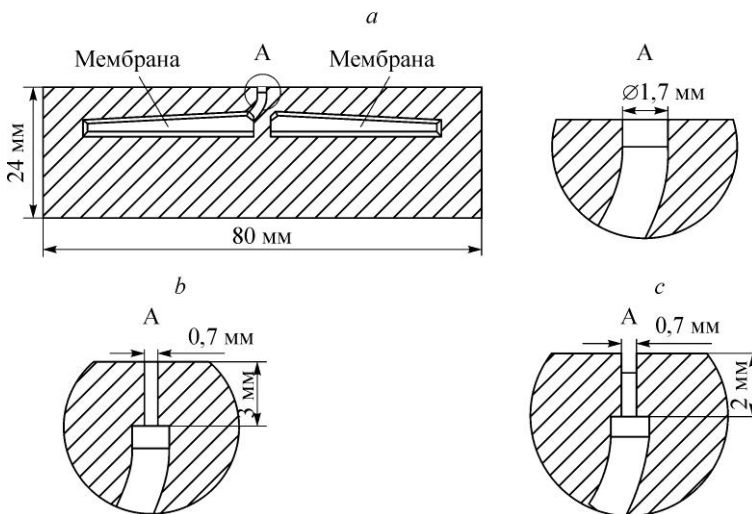


Рис. 2. Схема источника с габаритными размерами.

а – с — соответственно базовая конфигурация и конфигурации 1, 2.

колебания мембран в двух полостях в противофазе формировались возмущения типа «вдвуд-отсос» на выходе из каналов. В численном моделировании колебание мембран заменялось заданием периодического массового расхода.

Конфигурация 1 строилась на основе базовой конфигурации с надстройкой щелевого отверстия над выходными отверстиями каналов (рис. 2*b*).

Конфигурация 2 строилась на основе конфигурации 1 с добавлением разделительных перегородок между выходными отверстиями внутри щели (рис. 2*c*).

Условия численного моделирования

Прямоугольная расчетная область имела следующие размеры: $X_{\min} = -0,034$ м, $X_{\max} = 0,034$ м, $Y_{\min} = 0,014$ м, $Y_{\max} = 0,05$ м, $Z_{\min} = 0$, $Z_{\max} = 0,015$ м. Вдоль оси X предполагалось направление потока, что сохранялось при использовании источника в дальнейших исследованиях, ось Y была ортогональна поверхности источника. Выходные отверстия каналов располагались вдоль оси Z . Вдоль оси X на границе, проходящей через центры выходных отверстий каналов, задавалось условие симметрии. Структурированная вычислительная сетка, использовавшаяся для численного моделирования течения для конфигурации 2, показана на рис. 3. Расчетная сетка имела сгущение ячеек внутри и в окрестности каналов, а также вблизи их входных и выходных отверстий. Количество ячеек в сетке составляло 1 794 164. На входных границах, имитирующих движущиеся мембраны, задавались условия массового расхода:

$$Q_1 = 4 \cdot 10^{-5} \sin(2000\pi t), \quad Q_2 = 4 \cdot 10^{-5} \sin(\pi + 2000\pi t), \quad [\text{кг/с}].$$

На выходных границах расчетной области, задающих открытое пространство, ставились условия, соответствующие нормальным: $T = 300$ К, $P = 10^5$ Па.

Для конфигураций «базовая» и «1» расчеты проводились при тех же параметрах на подобной сетке. Количество ячеек базовой сетки составляло 1 029 490, сетки 1 — 915 324.

2. Результаты численного моделирования

Базовая конфигурация

На рис. 4 представлена зависимость нормальной к поверхности скорости v_y от времени в точках, расположенных в центрах выходных отверстий двух соседних каналов. Амплитуда колебаний у поверхности источника составляла порядка 5 м/с, распределения имели вид, близкий к синусоидальным.

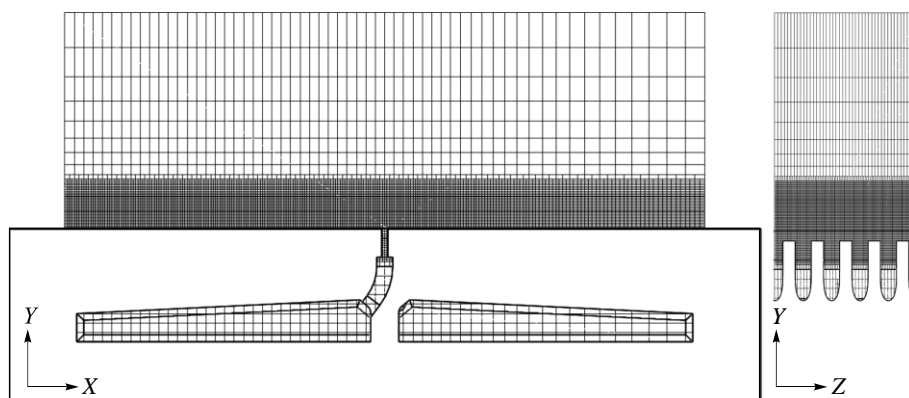


Рис. 3. Расчетная сетка модели источника для конфигурации 2.

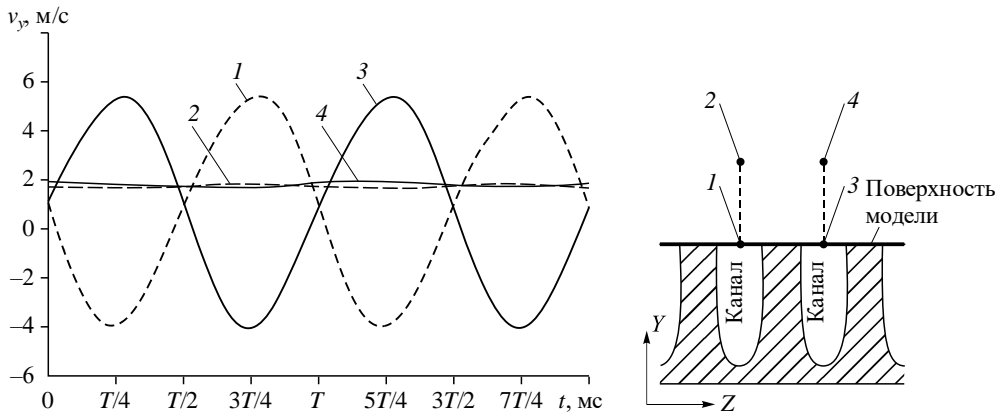


Рис. 4. Распределение нормальной к поверхности скорости в центрах выходных отверстий двух соседних каналов.

1, 3 — распределение на высоте $y = 0$ мм от поверхности источника,
2, 4 — распределение на высоте $y = 3$ мм от поверхности источника.

Поля нормальной скорости при t_0 и $t_0 + T/2$ показаны на рис. 5, где t_0 — некоторый момент времени, при котором установилось периодическое течение в каналах. Линии тока показывают заметное влияние течения в соседних каналах друг на друга. Наблюдается перетекание газа между соседними отверстиями. Максимальное расстояние, на которое распространяется влияние источника на поле течения, достигает 4 калибров (четырех диаметров канала). При дальнейшем удалении от источника вверх течение остается практически постоянным во времени. В этой области интересно отметить установление средней положительной скорости течения газа вверх от источника.

На распределениях нормальной скорости вдоль выходных отверстий каналов (рис. 6) заметно значительное отклонение сигнала от синусоидальной формы. Наблюдаются максимумы скорости вблизи стенок каналов и локальные минимумы — в центрах. Предположим, что в начальный момент времени внутри каждого канала формируется поток,

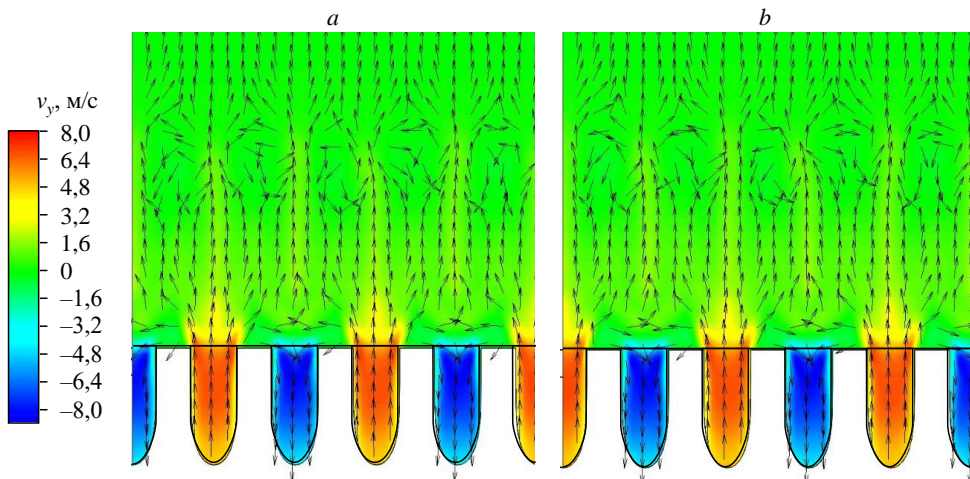


Рис. 5. Поля нормальной скорости для двух моментов времени, соответствующих фазам «вдув» и «отсос» на мембране.

$a — t_1 = t_0, b — t_2 = t_0 + T/2$.

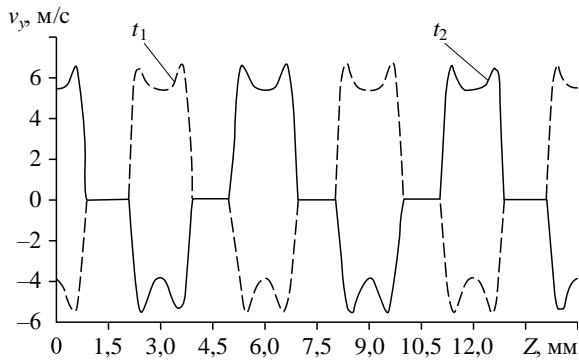


Рис. 6. Распределение нормальной скорости вдоль выходных отверстий каналов при $y = 0$ в моменты времени $t_1 = t_0$ и $t_2 = t_0 + T/2$.

соответствующий течению вязкого газа в круглом канале. Из-за сформировавшегося пограничного слоя при изменении направления движения мембраны смена направления потока в канале происходит неравномерно. У частиц газа в пограничном слое вдоль стенок, обладающих меньшей скоростью, направление движения изменяется быстрее, чем у частиц в ядре потока, обладающих большей начальной скоростью. Таким образом, смена направления потока в центре канала происходит с задержкой относительно потока вдоль стенок. Это приводит к искривлению профиля скорости. Отличие максимальных значений скорости частиц в ядре и вдоль стенок канала обусловлено частотой колебания мембраны: частицы в центральной части за половину периода колебания мембраны не достигают амплитудных значений скорости, соответствующих колебаниями мембраны.

Распределения скорости вдоль прямой, удаленной от поверхности на 1 мм, приведенные на рис. 7, показывают, что выдув газа формирует большее по амплитуде значение скорости, чем отсос. В фазе отсоса газ засасывается со всех направлений вблизи поверхности, а в фазе выдува, газ выбрасывается струей вверх на большее удаление от поверхности. Это можно наблюдать на картине течения, соответствующей виду сбоку на модель источника (рис. 8). При удалении от поверхности источника на $y = 3$ мм тенденция сохраняется (рис. 9). Поскольку при удалении от поверхности выдув формирует большую скорость, чем отсос, то существует некоторое расстояние, на котором формируется среднее положительное течение.

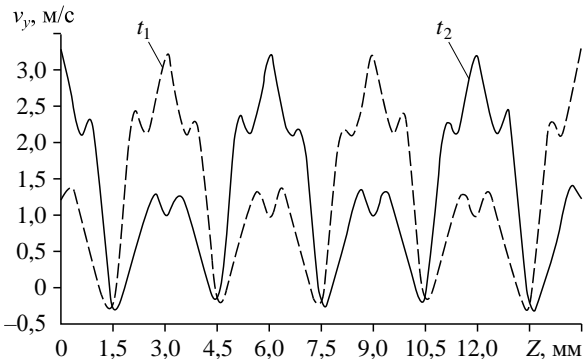


Рис. 7. Распределение нормальной скорости вдоль выходных отверстий из каналов на высоте $y = 1$ мм над поверхностью в моменты времени $t_1 = t_0$ и $t_2 = t_0 + T/2$.

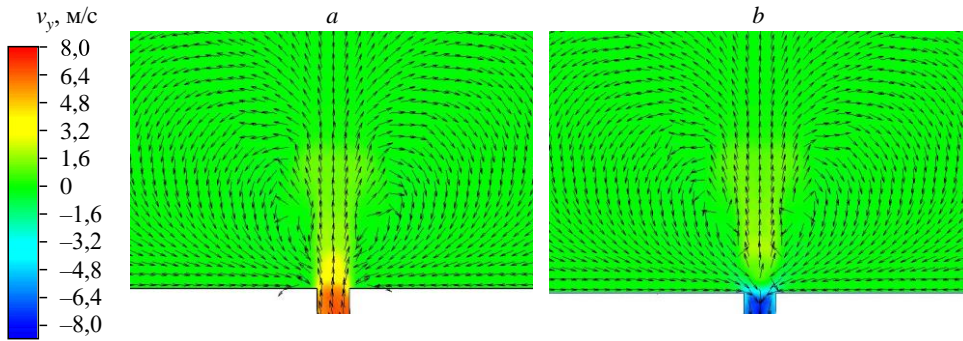


Рис. 8. Распределение нормальной скорости над выходами двух соседних каналов ($Z = 0$ мм) в момент времени t_1 в фазах вдува (а) и отсоса (б).

Таким образом, базовая конфигурация источника не позволяет создать близкое к синусоидальному распределение пульсаций скорости в поперечном направлении.

Конфигурации 1 и 2

Для уменьшения влияния трехмерности течения в фазе отсоса над выходными отверстиями источника было построено щелевое отверстие (конфигурация 1, рис. 2б), ширина которого была меньше, чем диаметр каналов, и составляла 0,7 мм, а высота — 3 мм.

На распределении нормальной к поверхности скорости v_y по времени в точках, расположенных в центрах выходных отверстий двух соседних каналов (рис. 10а), прослеживается увеличение амплитуды в два раза, по сравнению с базовой конфигурацией. Однако на выходе из щели (что соответствует расстоянию $y = 3$ мм от срезов выходных отверстий каналов) амплитудные значения нормальной скорости падают в 8 раз. Формы этих распределений близки к синусоидальным. Поля нормальной скорости в плоскости, перпендикулярной поверхности источника и проходящей через центр выходных отверстий (рис. 11а и 11б), показывают, что, покидая область повышенного давления через выходное отверстие при фазе «вдув», газ устремляется в соседние отверстия, находящиеся в фазе «отсос». При этом на выходе из источника амплитуда нормальной скорости становится менее 1 м/с. Следует отметить, что для данной конфигурации смена фазы «вдув» на «отсос» на мембране полностью перестраивает течение не только внутри канала, но и на больших расстояниях от источника (рис. 11а, 11б и 12). Для устранения перетекания между трубками с целью увеличения амплитуды возмущений были добавлены прямоугольные перегородки, разделяющие потоки газа внутри щели, которые сформировали конфигурацию 2 источника (рис. 2с).

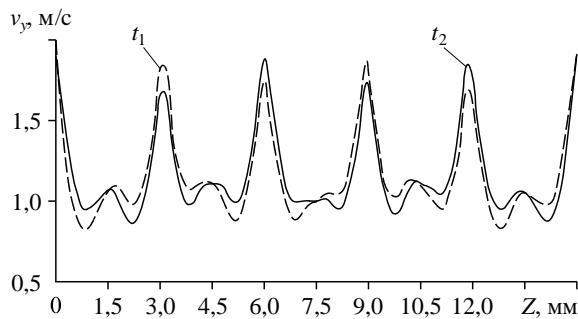


Рис. 9. Распределение нормальной скорости вдоль выходных отверстий из каналов на высоте $y = 3$ мм над поверхностью в моменты времени $t_1 = t_0$ и $t_2 = t_0 + T/2$.

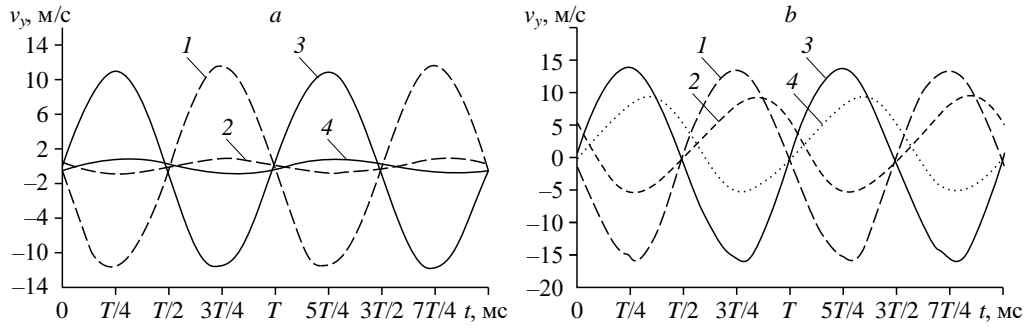


Рис. 10. Распределение нормальной скорости возмущений на выходе из каналов и из щелевого отверстия источника во времени для случаев конфигурации 1 (а) и конфигурации 2 (b).

Распределение в центре канала на расстоянии $y = 0$ мм при $t_1 = t_0$ (1), над центром канала на расстоянии $y = 0$ мм при $t_1 = t_0$ (2), в центре канала на расстоянии $y = 3$ мм при $t_2 = t_0 + T/2$ (3) и над центром канала на расстоянии $y = 3$ мм при $t_2 = t_0 + T/2$ (4); $t_1 = t_0$, $t_2 = t_0 + T/2$.

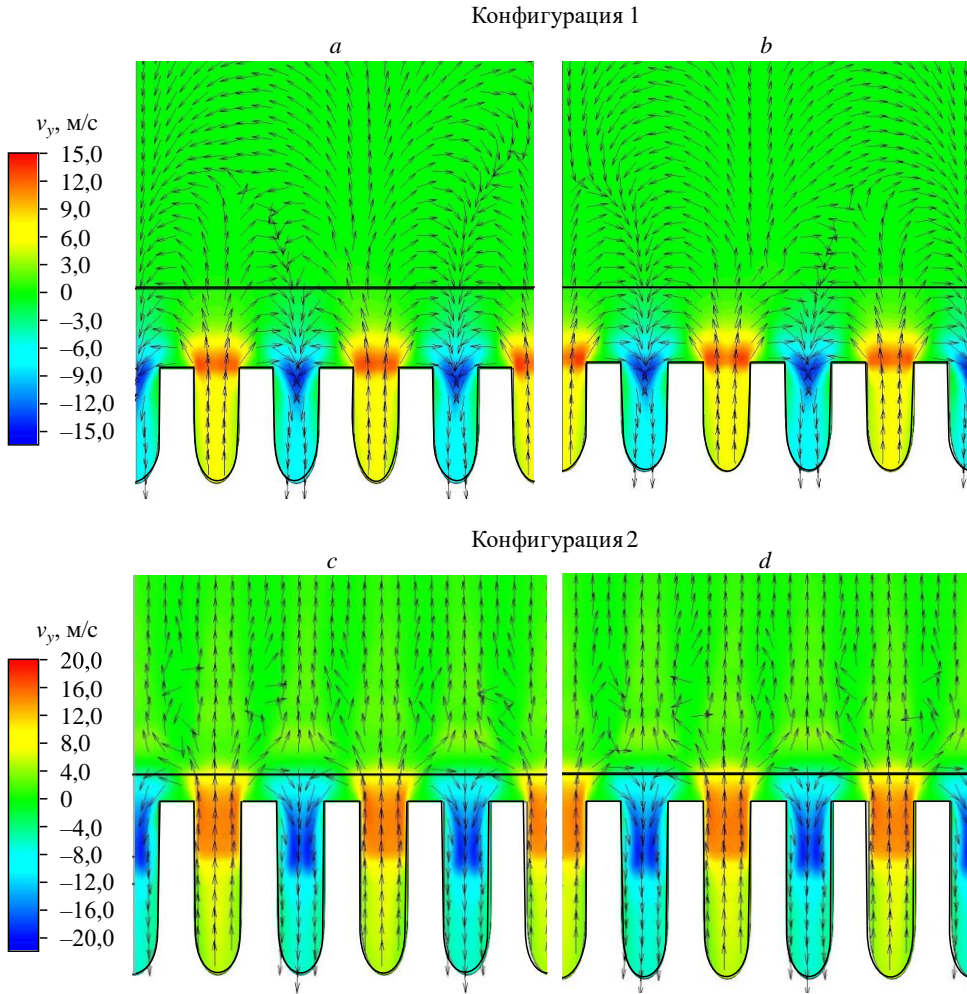


Рис. 11. Поля нормальной скорости для двух моментов времени, соответствующих смене фазы «вдув» на «отсос» на мембране.

a, b — конфигурация 1 при $t_1 = t_0$ (a) и $t_2 = t_0 + T/2$ (b);
 c, d — конфигурация 2 при $t_1 = t_0$ (c) и $t_2 = t_0 + T/2$ (d).

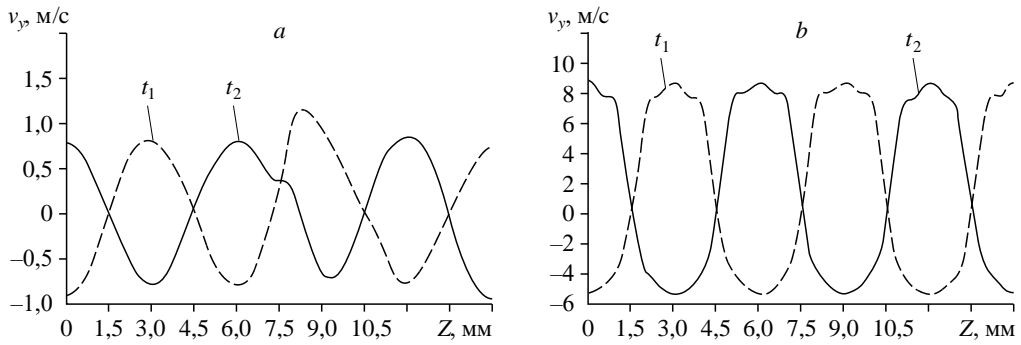


Рис. 12. Распределение нормальной скорости вдоль щели в моменты времени $t_1 = t_0$ и $t_2 = t_0 + T/2$ для конфигурации 1 (а) и 2 (б).

Распределения нормальной к поверхности скорости v_y по времени на рис. 10b показывают, что увеличение длины каналов и уменьшение высоты щели в конфигурации 2 приводит к увеличению амплитуды генерируемых на выходе источника возмущений в 7 раз относительно конфигурации 1. Амплитуда возмущений скорости в центрах выходных отверстий двух соседних каналов при этом остается практически постоянной для этих двух конфигураций. Пространственные распределения скорости (рис. 11c и 11d) показывают схожие характеристики течения с базовой конфигурацией (рис. 5a, 5b).

Влияние окружающего давления на работу источника

Поскольку источник в дальнейшем планируется использовать для генерации возмущений в экспериментах в высокоскоростном потоке, где наблюдаются пониженные уровни статического давления, было проведено численное моделирование генерации возмущений источником конфигурации 2 в условиях: $T = 300$ К, $P = 1000$ Па. Массовый расход на мембранах, имитирующий их колебания, уменьшался пропорционально изменению давления:

$$Q_1 = 4 \cdot 10^{-7} \sin(2000 \pi t), \quad Q_2 = 4 \cdot 10^{-7} \sin(\pi + 2000 \pi t), \quad [\text{кг/с}].$$

Остальные условия моделирования, а также вычислительная сетка оставались без изменений.

Результаты расчета показали, что уменьшение давления благоприятно сказывается на характеристиках генерируемых источником возмущений: наблюдается близкое к синусоидальному распределение нормальной скорости как по времени (рис. 13a), так и по пространству вдоль щелевого отверстия (рис. 13b). Полученные зависимости нормальной скорости газа продемонстрировали увеличение амплитуды колебаний нормальной скорости. Данный результат отвечает требованиям, предъявляемым к разрабатываемому источнику возмущений. Далее были выполнены экспериментальные исследования работы источника возмущений.

3. Экспериментальное моделирование

Для подтверждения получаемых численно результатов проводилось экспериментальное измерение полей возмущений скорости, создаваемых источником конфигурации 2 при атмосферном давлении. Был изготовлен источник возмущений, близкий конфигурации 2, содержащий две полости со встроенными динамиками. Измерения выполнялись при частоте подаваемого на динамик сигнала 1 кГц. Амплитуда колебаний мембраны

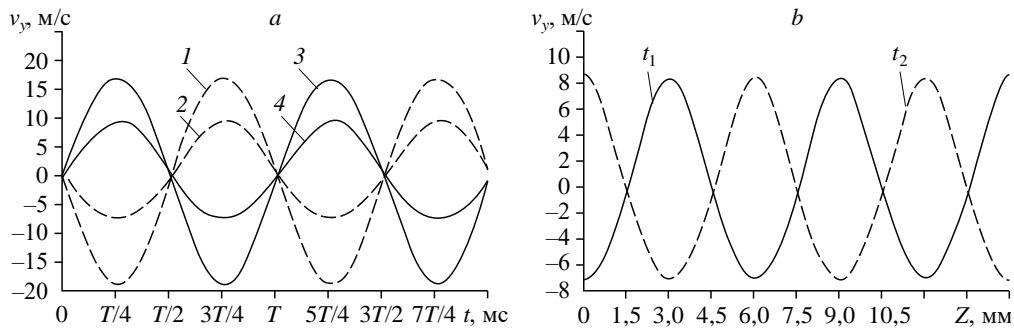


Рис. 13. Сравнение распределений нормальной скорости для разных давлений на выходе из щелевого отверстия источника во времени (а) и вдоль щели (б).

Распределения в центре канала на расстоянии $y = 0$ при t_1 (1), над центром канала на расстоянии $y = 3$ при t_1 (2), в центре канала на расстоянии $y = 0$ при t_2 (3), над центром канала на расстоянии $y = 3$ при t_2 (4); $t_1 = t_0$ и $t_2 = t_0 + T/2$.

динамика определялась из условия равенства пульсаций давления в полостях в экспериментах и в численном моделировании.

Методы измерений

Измерения скорости газа на выходе из щелевых отверстий проводились с помощью системы Particle Image Velocimeter (PIV). PIV-комплекс включал лазер Litron 135-15 и камеру Hamamatsu C8484-05C. Объем замкнутой экспериментальной рабочей части засеивался микрочастицами глицерина со средним размером 1 мкм. Камера, посредством которой осуществлялась съемка, размещалась внутри рабочей части экспериментального стенда. Плоский лазерный луч толщиной 0,5 мм, проходя через щелевое отверстие в рабочей части экспериментального стенда, располагался над поверхностью вдоль выходной щели источника. Восстановление поля скорости по изображениям трассеров проводилось с использованием кросскорреляционных адаптивных алгоритмов с непрерывным смещением окна и однократным делением сетки. Случайная ошибка измерений мгновенных векторов скорости в данных экспериментах не превышала 1 %.

Для получения данных об эволюции течения газа вдоль входной щели источника в течение периода колебаний динамика система PIV была синхронизирована с динамиком так, что измерения выполнялись с программируемой задержкой относительно начала цикла вдув-отсос. Задержка моментов измерений вычислялась как $\tau = \tau_0 + nT + T/16$, где T — период вводимых возмущений, n — целое число, τ_0 — задержка между импульсом, создаваемым динамиком, и триггером срабатывания первого лазера PIV-системы.

Поскольку толщина лазерного луча (0,5 мм) была соизмерима с размером щели (0,7 мм), то в эксперименте регистрировалась усредненная (по X) скорость возмущений. Соответственно, для сравнения данных результаты численного моделирования также подвергались усреднению. Для этого расчетная область выделенного объема над щелью разбивалась на 5 частей вдоль X , по которым проводилось усреднение значений скорости.

4. Результаты измерений

На рис. 14 приведены мгновенные картины распределения скоростей над щелью для двух моментов времени, соответствующих фазам вдува и отсоса. На рис. 14а отображены результаты расчетов, выполненных на подобной сетке с граничными условиями,

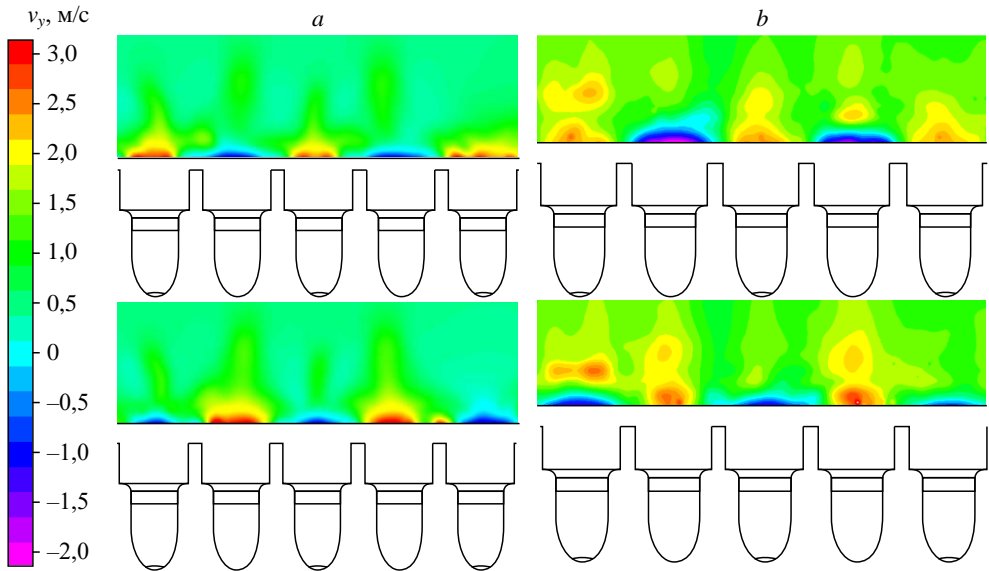


Рис. 14. Распределения нормальной скорости
в моменты времени $t = t_0$ (вверху) и $t = t_0 + T/2$ (внизу).

Данные расчета (a) и эксперимента (b).

моделирующими экспериментальные. На рис. 14b показаны результаты экспериментов. Картины течения имеют качественное и количественное подобия вблизи щели. На расстоянии от щели в экспериментах просматриваются области локального увеличения нормальной скорости, образовавшиеся в предыдущие фазы вдува газа и переместившиеся вверх от поверхности модели. В численном моделировании вычислительная сетка, адаптированная для дальнейшего моделирования пограничного слоя в потоке, не позволяет разрешить подобные структуры.

На рис. 15 приведен мгновенный профиль распределения нормальной скорости вдоль щели на расстоянии $y = 0$ мм для нескольких моментов времени, соответствующих различным фазам подаваемого на динамик сигнала. Видно, что источник позволяет создавать нестационарные периодические возмущения с частотой до 1 кГц и усредненной

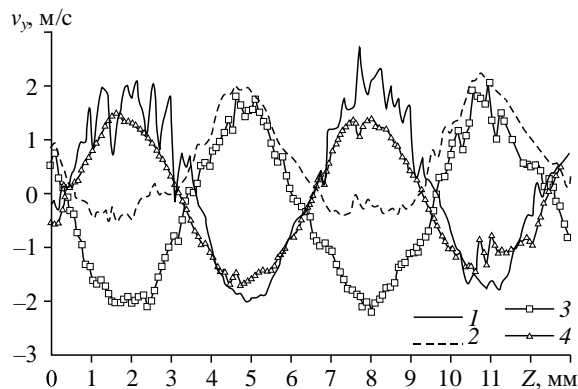


Рис. 15. Распределение нормальной скорости
вдоль щели для нескольких фаз сигнала.
Фазы: 0° (1), 90° (2), 180° (3), 270° (4).

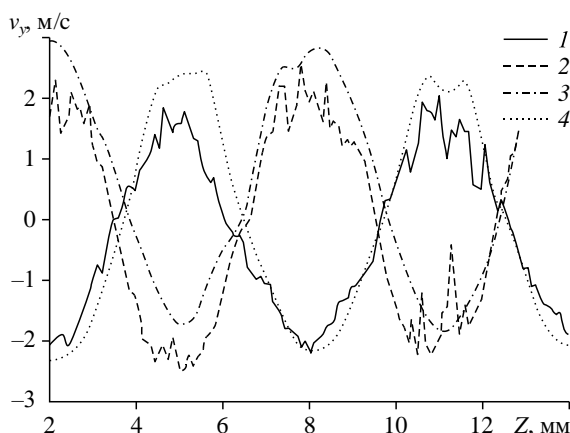


Рис. 16. Сравнение результатов расчета и эксперимента по распределению скорости вдоль щели источника возмущений.

1 — экспериментальные данные, 2 — экспериментальные данные для случая противофазы, 3 — результаты расчета, 4 — результаты расчета для случая противофазы.

по ширине щели амплитудой не менее 2 м/с. Распределения скорости над щелью оказались близки к синусоидальным.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных (рис. 16) показывает хорошее совпадение нормальной скорости, что позволяет использовать расчеты для дальнейшего анализа характеристик источника возмущений при необходимости изменения его параметров.

Закключение

Проведены расчетные и экспериментальные исследования возмущений, генерируемых источниками различных конфигураций. Рассматривался источник возмущений с плоской поверхностью и с линейно расположенными цилиндрическими каналами ($d = 1,7$ мм), ведущими поочередно к двум полостям переменного объема. Исследовались различные конфигурации источника: с отдельными выходными отверстиями каналов и с щелевым отверстием над ними.

Численное моделирование процесса истечения газа из источника выполнялось в пакете Solid Works Flow Simulation. Найдена конфигурация источника, позволяющая создавать периодические возмущения скорости на поверхности модели амплитудой до 2 м/с при частоте 1 кГц. Получены формы профилей мгновенной нормальной к поверхности скорости вдоль источника, близкие к синусоидальным.

С помощью изготовленной модели источника малых нестационарных возмущений проведено экспериментальное измерение полей возмущений скорости с использованием PIV-метода. Экспериментальные результаты показали хорошее согласование с результатами численного моделирования.

Список литературы

1. Görtler H. On the three-dimensional instability of laminar boundary layers on concave walls // NACA Technical Paper. 1954. No. 1375. 33 p. (Translation of the original paper of 1940).
2. Saric W.S. Gortler vortices // Annu. Rev. Fluid Mech. 1994. Vol. 26. P. 379–409.

3. Floryan J.M., Saric W.S. Stability of Görtler vortices in boundary layers // AIAA J. 1982. Vol. 20, No. 31. P. 316–324.
4. Морозов С.О., Шиплюк А.Н. Расчет устойчивости ламинарного пограничного слоя на поверхности профилированного гиперзвукового сопла для числа Маха $M = 6$ // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 1. С. 37–46.
5. Гимон Т.А., Кисловский В.А., Лукашевич С.В., Морозов С.О., Николаев М.С., Шиплюк А.Н. Численное моделирование развития вихрей Гёртлера в сжимаемом пограничном слое на вогнутой поверхности // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, № 1. С. 15–20.
6. Tani I., Sakagami J. Boundary layer instability at subsonic speeds // Proc. Third Congress of Intern. Council of Aerospace Sci., Spartan, Washington, D.C., 1964. P. 391–403.
7. Swearingen J.D., Blackwelder R.F. Spacing of streamwise vortices on concave walls // AIAA J. 1986. Vol. 24, No. 10. P. 1706–1709.
8. Иванов А.В., Качанов Ю.С., Мищенко Д.А. Механизмы распределенного и локализованного порождения нестационарных гёртлеровских мод вихрями набегающего потока // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 6. С. 695–710.
9. Aihara Y., Tomita Y., Ito A. Generation, development and distortion of longitudinal vortices in boundary layers along concave and flat plates // Laminar-Turbulent Transition / Ed. by V.V. Kozlov. Berlin: Springer-Verlag, 1985. P. 447–454.
10. Tandiono T., Winoto S.H., Shah D.A. Spanwise velocity component in nonlinear region of Görtler vortices // Physics of Fluids. 2013. Vol. 25, No. 10. P. 104104-1–104104-14.
11. Mitsudharmadi H., Winoto S.H., Shah D.A. Splitting and merging of Görtler vortices // Physics of Fluids. 2005. Vol. 17. P. 124102-1–124102-12.
12. Schrijer F. Investigation of Görtler vortices in a hypersonic double compression ramp flow by means of infrared thermography // Quantitative InfraRed Thermography J. 2010. Vol. 7, No. 2. P. 201–215.
13. Huang G., Si W., Lee C. Inner structures of Gortler streaks // Phys. Fluids. 2021. Vol. 33, No. 3. P. 034116-1–034116-11.
14. Aymer de la Chevalerie D., Fonteneau A., De Luca L., Cardone G. Giirtler-type vortices in hypersonic flows: the ramp problem // Experimental Thermal and Fluid Sci. 1997. Vol. 15. P. 69–81.
15. Toe R., Ajakh A., Peerhossaini H. Heat transfer enhancement by Görtler instability // Intern. J. Heat and Fluid Flow. 2002. Vol. 23, No. 2. P. 194–204.
16. Boiko A.V., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Mischenko D.A. Steady and unsteady Görtler boundary-layer instability on concave wall // Eur. J. Mech. B/Fluids. 2010. Vol. 29. P. 61–83.
17. Borodulin V.I., Gaponenko V.R., Kachanov Y.S. Method of introduction of normal instability modes into the 3D boundary layer // 8th Intern. Conf. on Methods of Aerophysical Res. Proc. Part 2 (Novosibirsk: Inst. Theor. and Appl. Mech.), 1996. P. 39–45.
18. Borodulin V.I., Gaponenko V.R., Kachanov Y.S. Investigation of normal instability modes in a three-dimensional boundary layer // Thermophysics Aeromechanics. 1998. Vol. 5. P. 21–31.
19. Borodulin V.I., Kachanov Y.S., Koptsev D.B., Roschektayev A.P. Experimental study of resonant interactions of instability waves in self-similar boundary layer with an adverse pressure gradient. II. Detuned resonances // J. Turbulence. 2002. Vol. 3. P. 063-1–063-22.
20. Borodulin V.I., Kachanov Y.S., Koptsev D.B. Experimental study of resonant interactions of instability waves in self-similar boundary layer with an adverse pressure gradient: III. Broadband disturbances // J. Turbulence. 2002. Vol. 3. P. 064-1–064-19.
21. Boiko A.V., Ivanov A.V., Kachanov Yu.S., Mischenko D.A., Nечepurenko Yu.M. Excitation of unsteady Görtler vortices by localized surface nonuniformities // Theoretic. Computation. Fluid Dynamics. 2017. Vol. 31. P. 67–88.

*Статья поступила в редакцию 3 октября 2023 г.,
после доработки — 16 октября 2023 г.,
принята к публикации 21 ноября 2023 г.*