

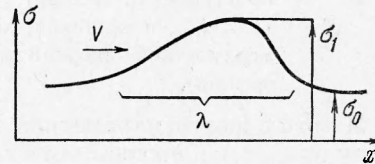
О НЕКОТОРЫХ ОЦЕНКАХ ДЛЯ УДЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ТРЕЩИН, ОБРАЗУЮЩИХСЯ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Г. И. Баренблатт

(Москва)

Теоретическое определение удельной поверхности трещин и среднего размера блоков, образующихся при динамическом воздействии на твердое тело типа взрыва или удара, представляет значительный интерес в связи с различными приложениями и, вместе с тем, очень большие трудности принципиального и вычислительного характера. Строгое и достаточно полное решение этой задачи не кажется в настоящее время доступным. Целесообразно поэтому обратить внимание на некоторые простые соотношения, которые получаются из общих представлений о явлении и соображений размерности, что и является предметом настоящей заметки.

1. Предполагается, что по хрупкому телу, первоначально сжатому всесторонним сжимающим напряжением σ_0 , распространяется с постоянной скоростью волна напряжений V , максимальное увеличение напряжения в ней составляет $\sigma_1 - \sigma_0$, длина волны (возмущенной зоны) равна λ . Разумеется, все эти величины не сохраняются постоянными по мере распространения волны; законы их изменения составляют предмет специального рассмотрения. Можно предполагать, что при прохождении расстояний порядка размера одного блока эти величины меняются мало и в первом приближении остаются постоянными. Таким образом, параметры волн в дальнейшем считаются постоянными и заданными; предполагается, что распределение напряжений в волне остается неизменным по мере ее продвижения.



Рассмотрим зону, где трещины интенсивно переплетаются между собой, образуя блоки, размеры которых примерно одинаковы во всех направлениях; при достаточно сильном взрыве или ударе такая же зона всегда будет вблизи центра воздействия. Каков бы ни был детальный механизм образования и развития трещин в хрупком теле, этот процесс сопровождается превращением упругой энергии, запасенной частицей материала в волне напряжений, в энергию разрушения. Запасенная упругая энергия, приходящаяся на единицу объема материала, имеет порядок σ_1^2 / E . Затраты энергии на развитие системы трещин в хрупком теле определяются постоянной плотностью поверхностной энергии γ — энергией, затрачиваемой на образование единицы поверхности трещины, если процесс развития трещины достаточно длителен и пластическая головка трещины имеет сформировавшуюся структуру на большей части этого процесса. На ранних стадиях развития трещины пластическая головка только формируется, так что интенсивность сил, действующих со стороны головки на упругую зону, характеризуется уже не постоянной γ , а другой константой, в качестве которой в работе [1] была выбрана величина

$$R = E V \int_0^1 \frac{g(u) du}{V u} \quad (1)$$

где $Eg(x/d)$ — распределение сил, действующих на упругую область со стороны головки трещины, d — мгновенный размер головки, v — скорость расширения головки, E — модуль Юнга. Величина R имеет размерность $FL^{-3/2}T^{-1/2}$ (F — размерность силы, L — размерность длины, T — размерность времени). В работе [1] проведено определение константы R для смолы CR-39 на основе обработки экспериментальных данных работы [2]. Можно ввести другую константу

$$S = R^2 / E \quad (2)$$

имеющую размерность $FL^{-1}T^{-1}$ и непосредственно характеризующую скорость нарастания плотности поверхностной энергии (напомним, что на неустановившемся режиме расширения трещины плотность поверхностной энергии непостоянна). Связь между константами S и R с точностью до постоянных такая же, как между плотностью поверхностной энергии γ и модулем сцепления K [3].

Предположим, что затраты энергии при развитии трещин характеризуются константами γ и S . Таким образом, определяющими параметрами рассматриваемого явления можно считать следующие:

σ_1^2 / E	($F L^{-2}$, плотность упругой энергии, запасенной в ударной волне)
σ_0^2 / E	($F L^{-2}$, начальная плотность упругой энергии в материале)
V	(LT^{-1} , скорость распространения волны)
λ	(L , длина волны)
γ	(FL^{-1} , плотность поверхностной энергии при установившемся режиме распространения трещин)
S	($FL^{-1}T^{-1}$, постоянная, характеризующая скорость роста плотности поверхностной энергии при неустановившемся режиме распространения трещин).

Из этих шести параметров три имеют независимые размерности, поэтому из них можно составить три независимые безразмерные комбинации, в качестве которых удобно выбрать следующие:

$$\Pi_1 = \frac{\lambda S}{V\gamma}, \quad \Pi_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}, \quad \Pi_3 = \frac{\lambda \sigma_1^2}{E\gamma} \quad (3)$$

Заметим теперь, что величина $\sigma_1^2 \lambda / E$ представляет упругую энергию, приходящуюся на единицу площади поверхности волны. Эта величина обязательно должна быть велика сравнительно с плотностью поверхностной энергии γ , так как иначе упругая энергия, запасенная в волне, существенно уменьшалась бы на протяжении одной длины блока, что противоречит сделанному предположению. Поэтому параметр Π_3 не является существенным.

В качестве величины, характеризующей средний размер блока l , можно выбрать обратную удельную поверхность трещин $1/\epsilon$; $l = 1/\epsilon$, т. е. объем материала, площадь поверхности трещин в котором равна единице (напомним, что удельная поверхность трещин — площадь поверхности трещин в единице объема). Согласно П-теореме [4], выражение для l представляется в виде

$$l = \frac{E\gamma}{\sigma_1^2} f(\Pi_1, \Pi_2) \quad (f \text{ — безразмерная функция}) \quad (4)$$

2. Основной интерес представляет анализ предельных случаев. Выпишем для сведения порядки величин: для полимерных смол (судя по смоле CR-39, исследованной в [2]) $E \sim 10^4 \text{ кг/см}^2$, $R \sim 10^3 \text{ кг см}^{-3/2} \text{ сек}^{-1/2}$, $\gamma \sim 10^{-1} \text{ кг/см}$, $S \sim 10^2 \text{ кг/см сек}$.

Параметр Π_1 представляет собой отношение времени прохождения ударной волны λ / V ко времени формирования пластической головки

трещины γ / S . Таким образом, если время прохождения ударной волны много больше времени формирования головки трещины, то $\Pi_1 \gg 1$, и параметр Π_1 перестает быть существенным. Физически это означает, что основная часть процесса развития трещины происходит при сформировавшейся головке, так что несущественна величина S , определяющая скорость нарастания плотности поверхностной энергии на неустановившемся режиме развития трещины. В этом случае соотношение (4) приводится к виду

$$l = \frac{E\gamma}{\sigma_1^2} F\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right) = \frac{K^2}{\sigma_1^2} \varphi\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right) \quad (5)$$

где F , φ — некоторые безразмерные функции, а K — модуль сцепления (см., например, [3]) — величина, связанная с поверхностной энергией γ и модулем упругости E соотношением $K^2 = \pi E \gamma (1 - \nu^2)^{-1}$. Если при этом волна достаточно сильная, так что сжатие в волне существенно превосходит первоначальное сжатие материала, то соотношение (5) принимает вид

$$l = \frac{E\gamma}{\sigma_1^2} C = \frac{K^2}{\sigma_1^2} D \quad (6)$$

где C и D — константы, так что средний размер блока обратно пропорционален квадрату напряжений в волне.

3. Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда время прохождения волны мало сравнительно со временем формирования пластической головки. В этом случае $\Pi_1 \ll 1$. Физически это означает, что в процессе формирования трещины ее пластическая головка не достигает развитого состояния и плотность поверхностной энергии γ не будет существенным параметром. Средний размер блока l не зависит от γ только в том случае, если при $\Pi_1 \ll 1$ функция f асимптотически пропорциональна Π_1 , что дает

$$l = \frac{\lambda ES}{V\sigma_1^2} \Phi\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right) = \frac{\lambda R^2}{V\sigma_1^2} \Phi\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right) \quad (7)$$

где Φ — безразмерная функция. Если волна сильная, то соотношение (7) принимает вид

$$l = \frac{\lambda ES}{V\sigma_1^2} B = \frac{\lambda R^2}{V\sigma_1^2} B \quad (8)$$

где B — константа, так что средний размер блока оказывается пропорциональным длине волны и обратно пропорциональным скорости волны и квадрату напряжений в волне.

4. Приведенные выше соотношения получены при помощи энергетического подхода: в качестве определяющих характеристик были приняты энергетические величины σ_1^2/E , σ_0^2/E , γ , S . Можно получить эти же результаты при помощи силового подхода, задаваясь в качестве определяющих характеристик силовыми величинами: начальным напряжением сжатия σ_0 , напряжением сжатия в ударной волне σ_1 , модулем сцепления K , константой R .

Поступила 6 V 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Салганик Р. Л., Черепанов Г. П. О неустановившемся распространении трещин. ПММ, 1962, т. 26, вып. 2.
2. Wells A. A., Post D. The dynamic stress distribution surrounding a running crack — a photoelastic analysis. Proc. Soc. Exper. Stress Analysis, 1958, v. 16, No. 1.
3. Баренблатт Г. И. Математическая теория трещин, образующихся при хрупком разрушении. ПМТФ, 1961, № 4.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Гостехтеоретиздат, М., 1957.