

УДК 533.22

Межтрубные мостиковые и ривулетные течения жидкости

Л.И. Мальцев, Ю.С. Поджаров

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: maltzev@itp.nsc.ru

Развита модель ривулета, образующегося на витках трубчатого теплообменника. Форма поперечного сечения ривулета определена с учетом сил весомости жидкости, сил поверхностного натяжения и центробежных сил. Уравнения для координат точек свободной границы ривулета представлены в интегральной форме на основе решения задачи в аналитической форме. Проведено сравнение площадей поперечного сечения ривулета и жидкого мостика, а также площадей их контактов с рабочими трубками.

Ключевые слова: жидкие мостики, ривулеты, гравитация, капиллярные силы, центробежные силы, площадь поперечного сечения, площадь контакта.

Введение

В трубчатых теплообменниках и конденсаторах между трубками нередко образуются мостиковые течения капельной жидкости, а вдоль отдельных трубок — ручейковые или, как их еще называют, ривулетные течения. Эти течения оказывают заметное влияние на теплообменные процессы и с давних пор вызывают у исследователей большой интерес. Рассматриваемые проблемы относятся к большому разделу гидродинамики, связанному с равновесием и динамикой капель, пленок, жидких мостиков, ривулетов и т.д., называемому капиллярной гидродинамикой [1–3]. Определение равновесной формы указанных образований со свободными границами основано на гидростатическом уравнении, которое сводится к нелинейному дифференциальному уравнению на координаты точек заранее неизвестной свободной границы. Общее аналитическое представление для координат свободной границы двумерной капли было предложено Питцем [4]. В работах [5–7] метод Питца использовался для построения формы жидкого мостика, здесь детально рассматривался случай мостика с нулевым контактным углом. Автор [8, 9] разработал подход, основанный на вычислении координат свободной границы путем решения некоторого нелинейного интегрального уравнения методом Ньютона. В работах [10, 11] были построены уравнения для определения координат точек свободной поверхности мостика в новой форме и получено их решение в квадратурах. В работе [12] рассматривалась задача о построении формы жидкого мостика, подверженного действию сил тяжести, поверхностного натяжения и, дополнительно, влиянию центробежных сил. В настоящей статье предложен метод расчета равновесного ривулета и, в частности, выполнен анализ результатов воздействия центробежных сил на его форму. На основании известных литературных данных по средне-расходной скорости движения жидкости в пленках и жидких мостиках вдоль наклонных трубок выполнен расчет характеристик мостиковых и ривулетных течений и проведено их сравнение.

© Мальцев Л.И., Поджаров Ю.С., 2021

1. Определение формы поперечного сечения ривулета

На рис. 1 схематично показано поперечное сечение круглого цилиндра и стекающего вдоль него ривулета в двух вариантах: когда его свободная граница имеет кривизну одного знака (ривулет первого типа) и когда свободная граница имеет точки перегиба (ривулет второго типа). Здесь r — радиус цилиндра, θ_0 — краевой угол смачивания.

Рассмотрим сначала вариант неподвижного и, следовательно, не подверженного действию центробежных сил ривулета. В этом случае вдоль свободной границы L поперечного сечения выполняется соотношение, определяемое балансом сил внешнего давления, поверхностного натяжения и гравитации:

$$P_0 - \rho g Y = P_\infty - \sigma \frac{d\varphi}{ds}, \tag{1}$$

где P_0 и P_∞ — давление внутри жидкости в точке M_0 и атмосферное давление в окружающем пространстве соответственно, ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения, σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости, $d\varphi/ds$ — локальная кривизна свободной границы.

В работе [10] было показано, что применительно к жидкому мостику уравнение (1) сводится к дифференциальному уравнению для определения координат свободной границы сечения мостика. В варианте ривулета уравнение (1) имеет такой же вид, как в случае мостика, и по аналогии с мостиком выражения для координат свободной границы ривулета могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} x &= x_1 + \frac{1}{Bo} \int_{\varphi_1}^{\varphi} \frac{\cos \mu}{\text{sign}(G + \bar{y}_1) \sqrt{G^2 - 2 \frac{-C + \cos \mu}{Bo}}} d\mu, \\ y &= -G + \text{sign}(G + \bar{y}_1) \sqrt{G^2 - 2 \frac{-C + \cos \varphi}{Bo}}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $x = X/r$, $Bo = \frac{\rho g r^2}{\sigma}$ — число Бонда, $G = \frac{\Delta P}{\rho g r}$, $\Delta P = P_\infty - P_0$, $C = \frac{Bo}{2} y_1^2 + GBo y_1 + \cos \varphi_1$.

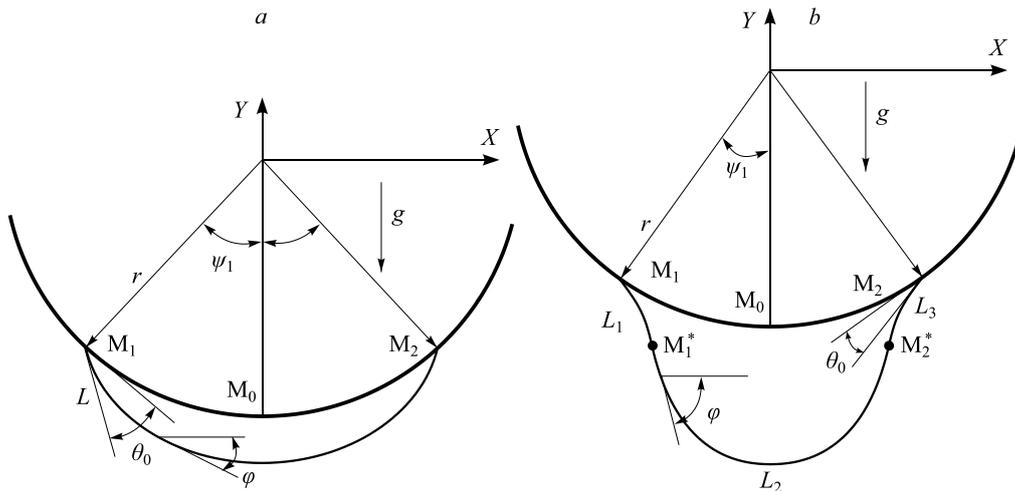


Рис. 1. Сечение ривулета на круглом стержне в двух вариантах.

a — кривизна свободной границы имеет один знак, b — свободная граница имеет точки перегиба.

Исходя из физической постановки задачи, должны быть заданы следующие величины: число Бонда, краевые углы смачивания в точках контакта M_1 и M_2 (причем эти углы могут быть как равными, так и отличными друг от друга), положение одной из точек контакта (угол ψ_1). В уравнения (2) параметр θ_0 в точке M_1 входит явным образом. В этих уравнениях присутствует также свободный параметр G , который может быть определен из условия задания краевого угла смачивания в другой точке контакта данной свободной границы и цилиндра M_2 . Поскольку положение точки M_1 может быть выбрано произвольно, то при заданных значениях числа Бонда и краевых углов смачивания на концах свободной границы ривулета существует однопараметрическое семейство форм равновесных ривулетов, определяемых углом ψ_1 в диапазоне от 0 до некоторого предельного значения ψ^* . Таким образом, задача построения формы ривулета сводится к задаче определения константы G .

2. Алгоритм расчета формы свободной границы ривулета

Вначале рассмотрим вариант, когда ривулет неподвижен (следовательно, центробежные силы отсутствуют) и имеет свободную границу с кривизной одного знака (рис. 1а). Алгоритм расчета величины G , а соответственно и формы кривой L выстроен следующим образом. Выберем для параметра G некоторое произвольное значение G_0 . Выберем некоторую точку $M_1(x_1, y_1)$, и определим угол $\varphi_1 = \psi_1 + \theta_1$. Двигаясь от точки M_1 к точке M_2 вдоль поперечного сечения свободной границы, вычисляем по формулам (2) координаты точек границы и находим значение параметра G и положение точки M_2 из условия задания краевого угла смачивания в этой точке. Очевидно, что если краевые углы смачивания в точках M_1 и M_2 совпадают, то свободная граница ривулета симметрична относительно оси Y . Поскольку точка M_1 выбрана произвольно, решение физической задачи может существовать в некотором интервале $0 < \psi_1 < \psi^*$. Варьируя параметр ψ_1 , можно построить однопараметрическое семейство ривулетов, удовлетворяющих всем заданным условиям и, в частности, получить ривулет при предельно большом значении $\psi_1 = \psi^*$. На рис. 2 показаны результаты расчетов формы поперечных сечений ривулетов без точек перегиба свободной поверхности.

Теперь обратимся к варианту, когда свободная граница ривулета имеет точки перегиба (рис. 1б). В этом случае целесообразно интервал интегрирования разделить на три участка, разделенных двумя точками перегиба: M_1^* и M_2^* .

Из уравнения (1) видно, что в точке перегиба выполняется соотношение $\Delta P + \rho gy = 0$, или в безразмерных величинах

$$G + \bar{y} = 0. \quad (3)$$

Это равенство определяет ординату точек перегиба. Подставляя условие (3) в систему уравнений (2), можно видеть, что в этих точках выражение $\sqrt{G^2 - 2 \frac{-C + \cos \varphi}{Bo}} = 0$, откуда можно

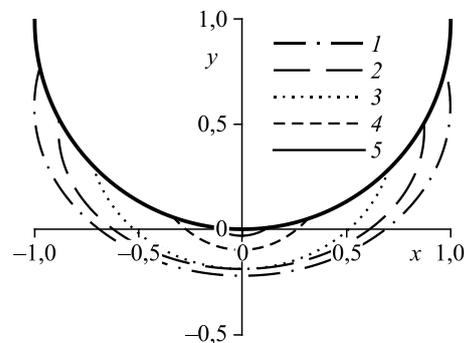


Рис. 2. Форма ривулета со свободной границей без точек перегиба в зависимости от числа Bo^* при $\theta_0 = 36^\circ$.

$Bo^* = 1,34$ (1), $2,35$ (2), $3,36$ (3), $10,07$ (4), $33,56$ (5).

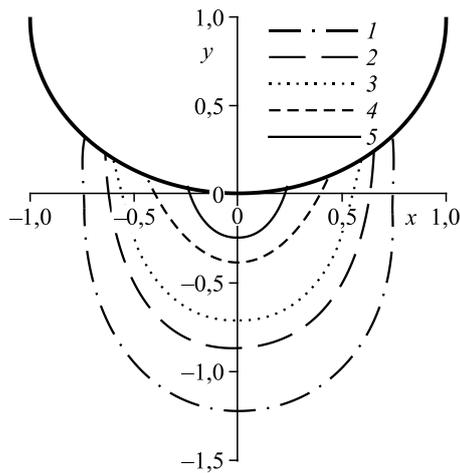


Рис. 3. Форма ривулета со свободной границей, имеющей точки перегиба, в зависимости от числа Bo^* при $\theta_0 = 36^\circ$.

Обозначения см. на рис. 2.

определить значения угла φ в точках перегиба:

$$\varphi_{(1,2)}^* = \pm \arccos \left(\frac{G^2 Bo}{2} + C \right).$$

Таким образом, как и в предыдущем случае, задаем точку M_1 и некоторое произвольное значение $G_0 > -\bar{y}_1$. Угол $\varphi_1 = \psi_1 + \theta_1$. Двигаясь от точки M_1 к точке M_2 вычисляем по формулам (2) форму свободной границы в интервалах $\varphi_1 \leq \varphi < \varphi_1^*$, $\varphi_1^* > \varphi > \varphi_2^*$, $\varphi_2^* < \varphi$ и нахо-

дим положение точки M_2 и значение параметра G из условия задания краевого угла смачивания в этой точке. При этом необходимо помнить, что в точках перегиба подынтегральная функция в уравнении для определения координаты X имеет интегрируемую особенность, а направление интегрирования по φ меняет знак. На рис. 3 представлены результаты расчетов свободных границ ривулетов с точками перегиба.

3. Учет центробежных эффектов

В случае, если трубки теплообменника уложены, например, по винтовым линиям, то на ривулеты, образующиеся на них, дополнительно действуют центробежные силы, определяемые кривизной витков рабочих трубок и скоростью движения жидких ривулетов вдоль трубок. Эти силы влияют на форму поперечного сечения ривулета и, в частности, на расход жидкости в нем. С целью упрощения будем считать, что, во-первых, трубки имеют форму круговых колец, лежащих в горизонтальных плоскостях, во-вторых, все точки поперечного сечения ривулета имеют одинаковую скорость v . Также пренебрежем изменением центробежного ускорения в разных точках ривулета, так как радиус рабочей трубки r много меньше радиуса витка трубки R (см. рис. 4).

Итак, на элементарные объемы ривулета действуют силы гравитации с ускорением свободного падения g и центробежные силы, обусловленные наличием центробежного ускорения $a = v^2/R$, направленные соответственно вертикально вниз и горизонтально

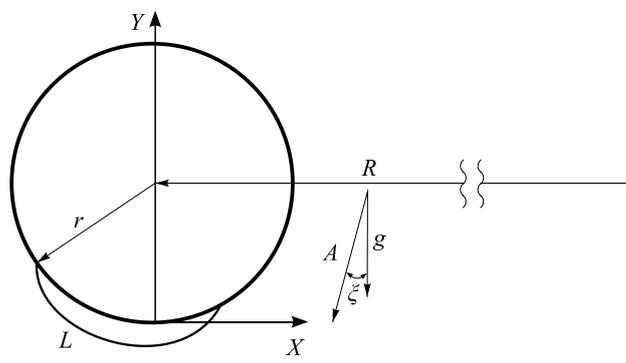


Рис. 4. Поперечное сечение витка теплообменника с ривулетом, испытывающим влияние центробежных сил.

в сторону от оси симметрии теплообменника. Суммируя векторы \mathbf{g} и \mathbf{a} , получаем, что на точки поперечного сечения ривулета действуют силы, обусловленные наличием единого постоянного ускорения с модулем $A = g\sqrt{1 + Fr^2}$, направленного под углом $\xi = \arctan(Fr)$ к вертикали, где $Fr = \frac{v^2}{R \cdot g}$ — число Фруда. Тогда задача сводится к рассмотренной выше путем замены числа Бонда на некоторое эффективное число $Bo^* = \frac{\rho Ar^2}{\sigma} = Bo\sqrt{1 + Fr^2}$ и поворота системы координат XOY на угол $\xi = \arctan(Fr)$ вокруг оси трубки.

Центробежные силы, действующие на ривулет, зависят от скорости движения жидкости вдоль трубки и радиуса витка. Определению скорости движения жидкости в жидком мостике и ривулете посвящен ряд работ. В работах [7, 11, 12] было показано, что в ривулетных и мостиковых течениях воды вдоль прямых трубок при углах наклона трубок к горизонтальной плоскости порядка 10 – 15 градусов среднерасходная скорость потока составляет 0,5 – 0,7 м/с.

4. Сравнение характеристик мостикового и ривулетного течений

Схема жидкого мостика, расположенного между двумя твердотельными цилиндрами, показана на рис. 5. Методика расчета таких мостиков в отсутствие и при наличии центробежных сил приведена в работах [10, 12]. Она сводится к решению системы уравнений (2) при заданных значениях краевого угла смачивания во всех четырех точках контакта мостика с цилиндрами по следующей схеме: задавая угол смачивания θ_0 , например, на нижнем цилиндре одной из ветвей границы мостика и варьируя параметр G , находим такое его значение, при котором данная ветвь примыкает к верхнему цилиндру с заданным углом смачивания.

При наличии центробежных сил в случае мостикового течения также вводятся эффективное число Бонда $Bo^* = Bo\sqrt{1 + Fr^2}$ и $\xi = \arctan(Fr)$. В результате в отличие от ривулета, который под действием центробежной силы просто смещается вокруг оси цилиндра, жидкий мостик меняет свою форму. Правая и левая ветви его границы вычисляются отдельно. Для этого после построения одной из ветвей границы фиксируем полученное

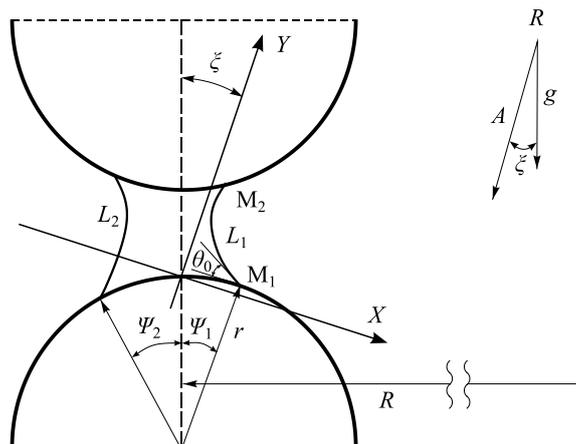


Рис. 5. Поперечное сечение витка теплообменника с жидким мостиком, испытывающим влияние центробежных сил.

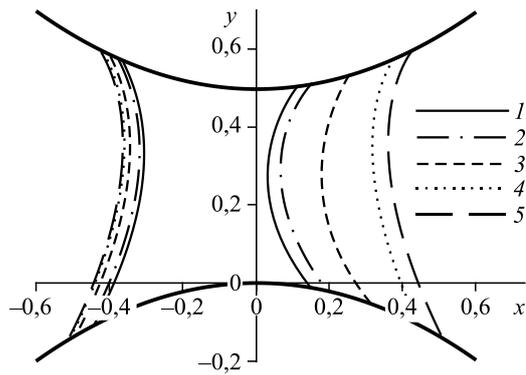


Рис. 6. Форма жидкого мостика в зависимости от числа Фруда при $Bo = 3,36$, $\theta_0 = 36^\circ$, $h/r = 0,5$. $Fr = 0,92$ (1), $0,73$ (2), $0,37$ (3), $0,07$ (4), 0 (5).

значение параметра G , отвечающего за давление внутри мостика и, очевидно, равного для обеих ветвей его границы, и находим форму второй ветви, удовлетворяющей условию ее подхода к обоим цилиндрам с заданными краевыми углами смачивания, варьируя уже угол ψ_2

на второй ветви. На рис. 6 приведены примеры расчетов формы поперечного сечения мостика при наличии центробежных сил.

С прикладной точки зрения на тепломассообменные процессы в теплотехнических устройствах могут влиять размеры площади поперечного сечения мостика и ривулета и площади их контактов с поверхностями трубок. Площадь поперечного сечения ривулета в любом из рассмотренных случаев определяется по следующей формуле:

$$s = -2 \int_{y_0}^{y^*} |x(y)| dy - (\psi_1 - \cos \psi_1 \sin \psi_1),$$

где $y^* = y(\varphi = 0)$, т. е. является ординатой точки симметрии свободной границы ривулета.

На рис. 2 и 3 хорошо видны формы жидких ривулетов на цилиндре при различных значениях центробежного ускорения в зависимости от числа Bo^* . При этом поворот ривулета вокруг цилиндра не проводился для упрощения картины. Рис. 7–9 позволяют определить площадь поперечного сечения ривулета, мостика s и длину l дуги их примыкания к трубке. Можно видеть, что в отличие от ривулета свойства жидкого мостика сильно меняются даже при небольшом изменении числа Bo и область существования мостика много меньше, чем у ривулета.

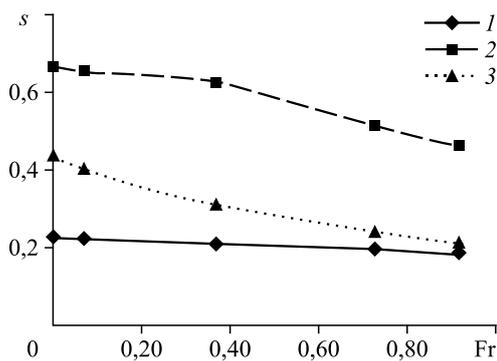


Рис. 7. Предельная площадь поперечного сечения для ривулета первого типа (1), второго типа (2) и жидкого мостика (3) в зависимости от числа Фруда. $Bo = 3,36$, $\theta_0 = 36^\circ$, $h/r = 0,5$.

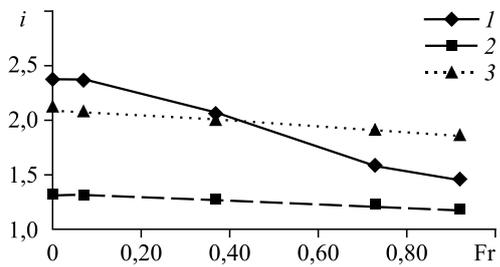
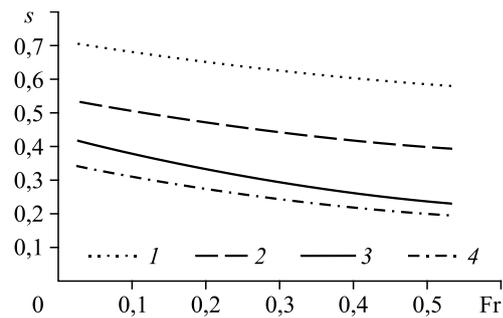


Рис. 8. Длина дуги контакта со стержнем для ривулета первого типа (1), второго типа (2) и жидкого мостика (3) в зависимости от числа Фруда. $Bo = 3,36$, $\theta_0 = 36^\circ$, $h/r = 0,5$.

Рис. 9. Площадь поперечного сечения жидкого мостика в зависимости от чисел Бонда и Фруда при $\theta_0 = 36^\circ$, $h/r = 0,5$.
 $Bo^* = 1,12$ (1), 2,24 (2), 3,36 (3), 4,47 (4).



Заключение

В случае использования ривулетов и жидких мостиков в качестве средств для повышения эффективности теплообмена между рабочими трубками и окружающим их парогазовым пространством, ривулеты имеют преимущества перед мостиками: при прочих равных условиях (используется одна и та же жидкость и, соответственно, те же плотность, вязкость, коэффициент поверхностного натяжения, краевой угол смачивания и одинаковые геометрические характеристики: r , R , угол наклона трубок к горизонту) ривулеты имеют существенно большую площадь контакта с трубкой и малую толщину. Параметры ривулета, в отличие от мостика, очень мало изменяются при появлении центробежных сил. При возникновении перепадов давления между разными зонами камеры теплообменника ривулеты не препятствуют перетеканию пара по объему теплообменника, в силу чего в случае ривулетов между трубками и паром более интенсивно развиваются тепломассообменные процессы.

Список литературы

1. Ламб Г. Гидродинамика. М.: Гостехиздат, 1947. 929 с.
2. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 700 с.
3. Бабский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис А.Д. Гидромеханика невесомости. М.: Наука, 1976. 504 с.
4. Pitts E. The stability of pendent liquid drops. Pt. 1. Drops formed in narrow gap // J. Fluid Mech. 1973. Vol. 59, No. 4. P. 753–767.
5. Алексеенко С.В., Куйбин П.А. Мостиковое течение между наклонными цилиндрами // Тр. XXV Междунар. Сиб. теплофиз. семинара памяти акад. С.С. Кутателадзе. 1996. С. 19–31.
6. Алексеенко С.В., Гешев П.И., Куйбин П.А. Течение жидкости со свободной границей по наклонному цилиндру // ДАН. 1997. Т. 354, № 1. С. 47–50.
7. Алексеенко С.В., Маркович Д.М., Накоряков В.Е., Шторк С.И. Ручейковое течение жидкости по наружной поверхности наклонного цилиндра // Прикл. механ. и технич. физика. 1997. Т. 38, № 4. С. 167–172.
8. Geshev P. Calculation of velocity and temperature fields in liquid flow between two inclined cylinders // Third International Topical Team Workshop on two-phase systems for ground and space application, Brussels, Belgium, September 2008. P. 62.
9. Geshev P.I. Calculation of bridge shape and velocity field in a gap between inclined cylinders // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2017. Vol. 5, No. 4. P. 273–286.
10. Мальцев Л.И., Зуйкова В.И. О форме равновесного жидкого мостика между цилиндрами // Теплофизика и аэромеханика. 2004. Т. 11, № 1. С. 121–126.
11. Maltsev L.I., Houghton P.A., Kulikov D.V. Bridge motion of liquid in a gap between the adjacent coils of axisymmetric tubular heat exchanger // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2016. Vol. 4, No. 4. P. 269–277.
12. Maltsev L.I., Podzharov Y.S. Bridge motion of liquid in a gap between the adjacent coils of axisymmetric tubular heat exchanger, EPJ Web of Conf. 2019. Vol. 196. P. 00059-1–00059-4.

Статья поступила в редакцию 23 марта 2020 г.,
 после переработки — 26 мая 2021 г.,
 принята к публикации 30 июля 2021 г.