

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ

Ю. Н. Работнов

(Новосибирск)

Исследование возможности моделирования процессов ползучести при высоких температурах при помощи пластических масс или металлов, обнаруживающих заметную ползучесть при относительно низких температурах, производилось за последние годы рядом авторов и организаций. В практике турбостроения при расчетах на ползучесть сейчас пользуются почти исключительно теорией старения, поэтому работы, в которых рассматривается моделирование ползучести, обычно базируются на этой теории. Необходимым условием физического подобия при этом является геометрическое подобие кривых зависимости между октаэдрическим сдвигом и октаэдрическим касательным напряжением. Так, в работе [1] сравнивалась ползучесть геометрически подобных изделий из стали и меди; было показано, что суммарная деформация в том и другом случае с достаточной степенью точности находится в том отношении, которое следует из теории.

При установлении критериев подобия необходимо иметь в виду ограниченный характер возможного моделирования; из соблюдения условий подобия по деформациям не вытекает того, что разрушение наступает при одинаковых условиях. Требование идентичности не только условий ползучести, но и условий разрушения является слишком жестким и вряд ли выполнимым для реальных материалов, особенно если речь идет о материалах разной физической природы (металл и пластмассы). С другой стороны, напряжения в процессе ползучести могут быть непосредственно замерены лишь в редких случаях. Существуют и применяются методы измерения остаточных напряжений путем последовательного удаления слоев материала, измерения некоторых суммарных деформаций и последующего пересчета, но такое определение возможно лишь в изделиях простой конфигурации (трубы, диски) и дает возможность лишь косвенного суждения о тех напряжениях, которые фактически были в процессе ползучести.

Реальная область применения моделирования — это определение суммарных перемещений точек или локальных деформаций в некоторых точках (путем тензометрирования или при помощи метода сеток).

Учитывая значительный разброс опытных данных при ползучести и обычное несоответствие между характеристиками ползучести материала изделия и образцов, не следует требовать от теории моделирования слишком большой точности. Поэтому представляется оправданной разработка теории моделирования на основе некоторой идеализированной схемы поведения материала в условиях ползучести.

В общем случае деформация изделия при высокой температуре складывается из мгновенной деформации и деформации ползучести. Первая может быть как упругой, так и неупругой в зависимости от уровня напряжений. Сложность задачи моделирования в ее наиболее общей и полной постановке состоит в том, что подобие должно быть выполнено как в первый момент времени после нагружения, так и в процессе последующей ползучести. При использовании теории старения граница между двумя этими фазами исчезает. Действительно, в основе теории старения лежит аналогия между задачей теории ползучести и задачей теории пластичности, распределение напряжений и деформаций в данный момент времени считается не зависящим от предшествующей истории и кривая мгновенного деформирования будет только одной из серии кривых зависимости между напряжением и деформацией, на основе которых производится расчет. Поэтому в принципе теория старения позволяет моделировать ползучесть при помощи материалов, не обнаруживающих ползучести; для этого надо, чтобы кривая ползучести в координатах σ, ε для материала натуры была подобна кривой мгновенного деформирования материала модели.

Помимо принципиального несовершенства теории старения, которая лишь приближенно воспроизводит реальные свойства материала и оказывается непригодной в случае переменных нагрузок или таких процессов, когда напряжения существенно меняются во времени, основанный на ней метод моделирования имеет ряд неудобств. Подбор материала модели, для которого диаграмма деформирования подобна диаграмме деформирования натурного изделия, неизбежно носит случайный характер и степень точности выполнения условия подобия оценивается довольно условно. Для практических целей более удобен такой метод, который позволяет ввести числовые параметры подобия, количество которых по возможности должно быть сведено к минимуму.

В настоящее время можно считать наиболее обоснованной теорию ползучести, базирующуюся на гипотезе упрочнения. Накопленный опытный материал свидетельствует о том, что во многих случаях кривые ползучести могут быть описаны сравнительно простыми уравнениями, в которые входит небольшое количество параметров. Таким образом, условие подобия по теории упрочнения сводится к обеспечению равенства некоторых числовых параметров подобия.

Необходимо признать, что имеющийся опытный материал недостаточен для того, чтобы утверждать возможность моделирования процессов ползучести металлов при помощи пластмасс во всех возможных условиях. При внешнем сходстве кривых ползучести, снятых в условиях постоянной нагрузки, между металлами и полимерными материалами имеется существенная разница. Если для металлов процессы восстановления не играют существенной роли и почти вся деформация необратима, то и описывается теорией упрочнения, у пластиков обратимая часть деформации может быть весьма велика. На кривых ползучести для органических материалов обычно не наблюдается третьего участка кривой ползучести, на котором скорость ползучести возрастает. Характерный для металлов третий участок обычно связывают с развитием микротреции; таким образом, появление этого участка будет предвестником разрушения, хотя время от начала третьего участка до фактического разрушения может быть очень велико. Таким образом, моделирование возможно лишь постольку, поскольку нас при этом не интересует область, близкая к времени разрушения. Данные по ползучести полимерных материалов при сложном напряженном состоянии скучны и отрывочны, поэтому справедливость тех или иных законов пространственного течения приходится постулировать.

1. В случае одноосного напряженного состояния, например растяжения, основной закон ползучести может быть принят следующим:

$$\dot{p}p^\alpha = k \exp\left(\frac{\sigma}{A}\right) \quad (1.1)$$

Здесь p — деформация ползучести, равная $\varepsilon = \varepsilon_0$. Начальная деформация включает в себя упругую и пластическую части и является некоторой функцией от напряжения. Запишем ее в следующем виде

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{E} \varphi(\sigma)$$

Если нагружение происходит при напряжении, меньшем чем предел текучести при данной температуре, то $\varphi(\sigma) = \sigma$. В тех случаях, когда начальная деформация неупруга, для функции $\varphi(\sigma)$ предлагались разные аппроксимации. Согласно Одквиству величина $\varphi(\sigma)$ будет степенной функцией от напряжения. Другими авторами предлагался закон гиперболического синуса

$$\varepsilon_0 = 2k_0 \operatorname{sh}\left(\frac{\sigma}{A_0}\right)$$

При достаточно высоком уровне напряжений гиперболический синус можно заменить экспоненциальной функцией

$$\varepsilon_0 = k_0 \exp\left(\frac{\sigma}{A_0}\right)$$

Интегрируя (1.1) при постоянном напряжении, получаем уравнение кривой ползучести

$$\varepsilon = \varepsilon_0(\sigma) + Bt^m \exp\left(\frac{m\sigma}{A}\right) \quad \left(m = \frac{1}{1+\alpha}, B = \left[\frac{k}{m}\right]^m \right) \quad (1.2)$$

Надежное определение начальной деформации ε_0 , как известно, затруднительно и в литературе можно найти лишь очень немногочисленных данных, позволяющих фактически найти функцию $\varphi(\sigma)$ для конкретных материалов. При обработке кривых ползучести при помощи уравнения (1.2) могут представиться следующие возможности.

а) Начальная деформация упругая, служба изделия протекает главным образом в условиях неуставновившейся ползучести; этот случай будет наиболее благоприятным для применения теории и обработки опытных кривых в соответствии с теорией.

б) Начальная деформация зависит от приложенного напряжения существенно нелинейным образом; изделие работает в условиях неустановившейся ползучести, функция $\varphi(\sigma)$ должна быть определена путем обработки опытных кривых.

в) Большая часть срока службы изделий проходит в условиях установленнойся ползучести (фиг. 1). Продолжая прямолинейные участки кривых ползучести до пересечения с осью ординат, будем получать на этой оси отрезки ε_0 ; таким образом, кривая ползучести заменяется прямой; в формуле (1.2) принимается $m = 1$.

г) Деформация установленнойся и неустановившейся ползучести имеет одинаковый порядок величины и продолжительность неустановившейся ползучести не может считаться малой по сравнению со сроком службы изделий. В этом случае моделирование становится затруднительным, излагаемая теория здесь неприменима.

Большинство известных кривых ползучести для пластмасс достаточно хорошо укладывается в зависимость (1.2), при этом начальная деформация будет линейной функцией от напряжения. Приводим некоторые значения констант для оргстекла и целлULOИда при двух значениях температуры

	T°	κ 1/час	A кг/мм ²	m	E кг/мм ²
Оргстекло	25	$8.68 \cdot 10^{-14}$	0.33	0.285	$2.6 \cdot 10^2$
	30	$2.88 \cdot 10^{-13}$	0.325	0.284	$2.5 \cdot 10^2$
	37	$2.0 \cdot 10^{-14}$	0.235	0.283	$2.35 \cdot 10^2$
ЦеллULOИд	25	$4.36 \cdot 10^{-13}$	0.194	0.323	$1.4 \cdot 10^2$
	45	$3.0 \cdot 10^{-11}$	0.183	0.321	$1.4 \cdot 10^2$

Данные для оргстекла при температуре 30° получены на материале, отличном от того, который испытывался при других температурах. Бросается в глаза, что для оргстекла и целлULOИда постоянные m и A весьма слабо зависят от температуры, в то же время диапазон температур, при котором справедливо уравнение (1.2), очень узок, при более низких температурах ползучесть вообще не наблюдается, при 50° кривые не укладываются в уравнение.

В обзоре Финдли [2] приведены некоторые данные для других пластмасс при 25° . Ввиду неполноты этих данных приведем только значения показателя m (именно этой величиной определяется принципиальная возможность моделирования).

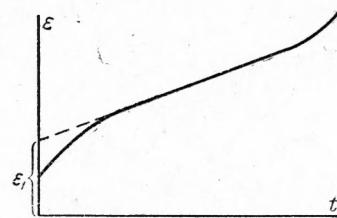
	m
Полиэтилен	0.089
Полиминохлортифтогрэтилен	0.0872
Поливинилхлорид	0.311
Полистирол	0.525

Зависимость начальной деформации от напряжения Финдли считает подчиняющийся закону гиперболического синуса.

2. Основные уравнения пространственной ползучести согласно теории упрочнения [3] можно представить в следующем виде:

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} k p_i^{-\alpha} \exp\left(\frac{\sigma_i}{A}\right) \frac{\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma}{\sigma_i} \quad (2.1)$$

Здесь p_{ij} — тензор деформации ползучести, т. е. полной деформации за вычетом упругой и мгновенной пластической. Решение задач теории ползучести с учетом мгновенной пластической деформации при существующем состоянии вопроса возможно только тогда, когда эти пластические деформации происходят в процессе первого загружения и впоследствии интенсивность напряжений не возрастает.



Фиг. 1

Инварианты σ_i и p_i определяются следующим образом:

$$\sigma_i = \left[\frac{3}{2} (\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma) (\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma) \right]^{1/2}, \quad p_i = \int_0^t \left[\frac{2}{3} \dot{p}_{ij} \dot{p}_{ij} \right]^{1/2} dt \quad (2.2)$$

Нахождение начальной пластической деформации может быть произведено по любой теории пластичности; пока что оставим этот вопрос в стороне и будем считать, что мгновенная пластическая деформация отсутствует. Введем безразмерные величины

$$\sigma_{ij}^\circ = \frac{\sigma_{ij}}{A}, \quad \varepsilon_{ij}^\circ = \frac{E\dot{\sigma}_{ij}^\circ}{A}, \quad p_{ij}^\circ = \frac{Ep_{ij}}{A}, \quad t^\circ = k \left(\frac{E}{A} \right)^{1/m} t = \frac{t}{\tau} \quad (2.3)$$

Уравнения (2.1) перепишутся теперь следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^\circ - (1 + \nu) (\dot{\sigma}_{ij}^\circ - \delta_{ij}\dot{\sigma}^\circ) = \frac{3}{2} (p^\circ)^{-\alpha} \exp \sigma_i^\circ \frac{\sigma_{ij}^\circ - \delta_{ij}\sigma^\circ}{\sigma_i^\circ} \quad (2.4)$$

Обозначим через l некоторый характерный размер тела; безразмерные координаты x_i° и безразмерные составляющие вектора перемещения определим следующим образом:

$$x_i^\circ = \frac{x_i}{l}, \quad u_i^\circ = \frac{E}{A} \frac{u_i}{l}$$

Уравнение движения тела представим в виде

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + F_i = 0 \quad (2.5)$$

Заметим, что для координат и перемещений принятые разные масштабы, поэтому безразмерные скорости v_i° можно вводить двумя различными способами. Определим их как скорости изменения координат, тогда уравнения движения перепишутся следующим образом:

$$\dot{\sigma}_{ij,j}^\circ - \mu \dot{v}_i^\circ + F_i^\circ = 0 \quad \left(v_i^\circ = \frac{\tau v_i}{l} \right), \quad \left(F_i^\circ = \frac{l}{A} F_i \right) \quad (2.6)$$

Здесь μ — динамический критерий подобия

$$\mu = \frac{\rho l^2}{A \tau^2} \quad (2.7)$$

Границные условия принимают следующий вид:

$$\sigma_{ij}^\circ v_j = S_i^\circ \text{ на } \Sigma_s, \quad u_i^\circ = U_i \text{ на } \Sigma_u$$

Здесь Σ_s и Σ_u — части поверхности, на которых заданы усилия и перемещения соответственно; безразмерные усилия и перемещения на границе определяются так же, как безразмерные напряжения σ_{ij}° и перемещения u_i° .

Постоянная Пуассона ν незначительно влияет на распределение напряжений как в упругом состоянии, так и, тем более, в состоянии ползучести. По имеющимся данным, коэффициент ν для пластмасс колеблется от 0.3 до 0.35, что соответствует значениям этой величины для металлов при нормальной температуре. С повышением температуры коэффициент Пуассона несколько увеличивается, однако при той степени точности, которую вообще можно рассчитывать получить при помощи моделирования; величину ν не следует считать существенным критерием подобия. Таким образом, остаются два критерия подобия, величина μ , определяемая формулой (2.7), и величина t . При динамическом моделировании условие равенства критерия μ для натуры и для модели позволяет выбрать размеры модели. Для этого положим

$$\mu = \frac{l^2}{L^2}, \quad L = \tau \sqrt{\frac{A}{\rho}} \quad (2.8)$$

Условимся в дальнейшем величины, относящиеся к натуре, оставлять по-прежнему без индекса, а величины, относящиеся к модели, снабжать индексом m ; тогда условия динамического подобия будут иметь вид

$$l_s l_m = L : L_m \quad (2.9)$$

При выполнении этих условий состоянию модели для момента t_m будет соответствовать состояние натуры для момента t , причем

$$\begin{aligned} t &= t_m \frac{\tau}{\tau_m}, & \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^m \frac{A}{A_m} \\ \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{ij}^m \left(\frac{A}{E} : \frac{A_m}{E_m} \right), & u_i &= u_i^m \left(\frac{Al}{E} : \frac{A_m l_m}{E_m} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

если на границах было

$$\begin{aligned} S_i^m &= S_i \frac{A^m}{A}, & U_i^m &= U_i \left(\frac{A_m l_m}{E_m} : \frac{Al}{E} \right) \\ F_i^m &= F \left(\frac{A_m}{l_m} : \frac{A}{l} \right), & v_i^m &= v_i \left(\frac{l_m}{\tau_m} : \frac{l}{\tau} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

При статическом моделировании размеры модели могут выбираться по произволу, единственное условие подобия состоит в равенстве величин m для модели и для натуры.

Приведены значения m , τ , L и A/E для целлулоида при температуре $T = 25$ и 45° и для алюминиевого сплава Д-16Т при $T = 150^\circ$.

	T°	m	$\tau, час$	$L, см$	A/E
Целлулоид	25	0.323	3000	$40 \cdot 10^9$	$1.58 \cdot 10^{-3}$
Целлулоид	45	0.321	36	$47.8 \cdot 10^7$	$1.3 \cdot 10^{-3}$
Д-16Т	150	0.33	270	$17 \cdot 10^9$	$1.3 \cdot 10^{-3}$

Значения показателя m для алюминиевого сплава и целлулоида оказываются чрезвычайно близкими, таким образом, динамическое подобие будет выполнено при моделировании на целлулоиде как при 25° , так и при 45° . Однако в первом случае модель должна быть больше натуры в 2.35 раза, во втором — вообще моделирование неосуществимо. Статическое моделирование, наоборот, следует выполнять при температуре 45° , при этом время моделирования уменьшается по сравнению с натурой в 7.5 раза. Относительные деформации на модели и на натуре в соответственные времена оказываются одинаковыми.

3. Во многих случаях, когда речь идет, прежде всего, об определении суммарной деформации ползучести, упругие деформации не играют существенной роли и ими можно пренебречь. Если к тому же действующие на тело нагрузки постоянны и граничные условия заданы в усилиях, то имеем случай так называемой установившейся ползучести. Положив $\sigma_{ij} = 0$, удовлетворим как уравнениям совместности, так и условиям на границе. Если, как это обычно бывает, силы инерции постоянны, напряженное состояние будет неизменным во времени и в динамической задаче (например, врачающийся диск при постоянной угловой скорости). Положим $\varepsilon_{ij} = p_{ij}$ в соответствии с принятым допущением о возможности пренебрежения упругой деформацией и будем искать решение в виде $\varepsilon_{ij}^0 = e_{ij}^0 \theta(t^\circ)$, где e_{ij}^0 — не зависящий от времени тензор. При этом

$$p^0 = \left[\frac{2}{3} e_{ij}^0 e_{ij}^{0c} \right]^{1/2} \theta = e_i^0 \theta.$$

Подставляя в уравнение (2.4), получим

$$e_{ij}^0 \dot{\theta} = \frac{3}{2} (e_i^0)^{-\alpha} \theta^{-\alpha} \exp \sigma_i^0 \frac{\varepsilon_{ij}^0 - \delta_{ij} \sigma^0}{\sigma_i^0}$$

Приравняем зависящие от времени множители в правой и левой частях

$$\dot{\theta} = \theta^{-\alpha}$$

Отсюда

$$\theta = \left(\frac{1}{m}\right)^n t^{\circ m} \quad (3.1)$$

Уравнения приведутся теперь к следующему виду:

$$e_{ij}^{\circ} = \frac{3}{2} (e_i^{\circ})^{-\alpha} \exp \sigma_i^{\circ} \frac{\sigma_{ij}^{\circ} - \delta_{ij} \sigma^{\circ}}{\sigma_i^{\circ}} \quad (3.2)$$

Возведем обе части в квадрат и просуммируем по индексам i и j . Учитывая (2.2), получим

$$\frac{3}{2} e_i^2 = \frac{9}{4} (e_i^{\circ})^{-2\alpha} \exp(2\sigma_i^{\circ}) \frac{2}{3}$$

Отсюда

$$e_i^{\circ} = \exp(m\sigma_i^{\circ}) \quad (3.3)$$

Исключив из (3.2) величину e_i° при помощи (3.3), получим

$$e_{ij}^{\circ} = \frac{3}{2} \exp(m\sigma_i^{\circ}) \frac{\sigma_{ij}^{\circ} - \delta_{ij} \sigma^{\circ}}{\sigma_i^{\circ}} \quad (3.4)$$

Если принять теперь $m\sigma_i^{\circ} = \sigma_i^*$, то избавимся в уравнении (3.4) от величины m ; таким образом, при установившейся ползучести подобие осуществляется при любых значениях α . Поскольку распределение напряжений и скоростей деформации по отношению к приведенному времени θ неизменно, на продолжительность моделирования никаких ограничений не накладывается. Соотношения между величинами, определяемыми для модели и для натуры, получаются из (2.10) и (2.11), но величина E , не фигурирующая в уравнениях, может теперь выбираться по произволу. Динамический критерий подобия μ определяется формулой (2.7), в которой нужно заменить A через A/m

$$\mu = \frac{m\rho l^2}{A\tau^2} \quad (3.5)$$

Условие динамического подобия принимает следующий вид:

$$\frac{l}{\tau} : \frac{l_m}{\tau_m} = \sqrt{\frac{A}{m\rho}} : \sqrt{\frac{A_m}{m_m \rho_m}} \quad (3.6)$$

Задавая ио произволу размер модели, определяем поверхностные и объемные силы, которые нужно приложить к модели, а также линейные скорости ее точек, по следующим формулам:

$$S_i^M = S_i^* \left(\frac{A_m}{m_m} : \frac{A}{m} \right), \quad F_i^M = F_i \left(\frac{A_m}{m_m l_m} : \frac{A}{ml} \right) \quad (3.7)$$

$$v_i^M = v_i \left(\sqrt{\frac{A_m}{m_m \rho_m}} : \sqrt{\frac{A}{m \rho}} \right)$$

Задание граничных условий в перемещениях для задач такого рода не имеет смысла. Напряжения и деформации для натуры пересчитываются через значения этих величин, определенных для модели, по следующим формулам:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^* \left(\frac{A}{m} : \frac{A_m}{m_m} \right), \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^* \left\{ \left(\frac{k t}{m} \right)^n : \left(\frac{k_m t_m}{m_m} \right)^{m_m} \right\}$$

4. Основное затруднение при моделировании процессов ползучести металлических изделий при помощи пластмасс состоит в том, что подобие в процессе ползучести не означает подобия начальных деформаций. Для пластмасс роль начальной деформации оказывается большей, чем для металлов. Если выполнены условия подобия при ползучести, но не выполнены условия подобия по начальной пластической деформации, положение будет примерно следующим. В первый момент после нагружения

безразмерные деформации ε_{ij}° для модели и для натуры будут различны. Основываясь на результатах многочисленных расчетов [4], можно утверждать, что выравнивание напряжений, т. е. достижение стадии установившейся ползучести, происходит сравнительно быстро. Если построить график зависимости некоторого характеристического перемещения u_i° от функции безразмерного времени θ , положение будет таким, как изображено на фиг. 2. Начальные деформации различны, первые участки графиков криволинейны, причем форма кривых может быть неодинакова, далее зависимость становится линейной, как и следует из теории установившейся ползучести, при этом прямые для натуры и для модели должны быть параллельны.

Если для натурного изделия пластической деформацией после приложения нагрузки можно пренебречь, то за сравнимую деформацию на модели нужно брать не полную деформацию, а только деформацию ползучести.

Изложенные соображения относятся только к случаю, когда температурное поле постоянно. Распространение на случай переменного температурного поля принципиально возможно, если учесть, что параметры A и m слабо меняются с температурой и при обработке опытных кривых можно считать, что функцией температуры является только k , причем

$$k = k_0 \exp\left(-\frac{u_0}{RT}\right)$$

Здесь R — газовая постоянная, u_0 — энергия активации, T — абсолютная температура. Уравнение (2.4) с учетом температурных эффектов перепишется следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\circ} - (1 + \nu) \dot{\sigma}_{ij}^{\circ} + \beta \dot{T} = \frac{3}{2} (p^{\circ})^{-\alpha} \exp\left(\sigma_i^{\circ} - \frac{\gamma}{T}\right) \quad (4.1) \\ (\beta = \frac{E}{A} \alpha_T, \quad \gamma = \frac{u_0}{R})$$

(α_T — коэффициент температурного расширения)

Полное условие подобия требует выполнения равенства параметров β и γ , что налагает очень жесткие ограничения на возможный выбор материалов, поэтому весьма важные и интересные задачи, например о перераспределении термических напряжений во время запуска газотурбинной установки, вряд ли поддаются моделированию. При установившейся ползучести подобие обеспечивается выполнением одного единственного условия, а именно

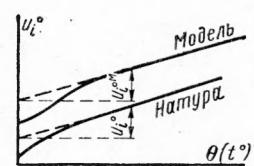
$$\frac{\gamma_m}{T_m} = \frac{\gamma}{T} \quad (4.2)$$

в соответствующих точках натурного изделия и модели. Этому условию можно удовлетворить, выбрав соответствующим образом температурное поле в модели, при этом нужно заботиться только о том, чтобы интервал температур для точек модели был не слишком широким, в противном случае нельзя считать постоянными другие параметры основного уравнения ползучести.

Поступила 16 III 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Варшавский Д. И., Богуславский П. Я., Полумордвинова И. Г. Моделирование деформированного состояния деталей сложной формы в условиях ползучести. ТехноЭнергетика, 1955, № 5, стр. 9.
2. Findley W. N. Creep and Stress-Relaxation of Plastics — High Temperature Effects in Aircraft Structures, Pergamon Press. London — New York, 1958, p. 152.
3. Работников Ю. Н. О некоторых возможностях описания неустановившейся ползучести с приложением к исследованию ползучести роторов. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 5.
4. Рабинович В. П., Работников Ю. Н. Прочность турбинных дисков в условиях ползучести. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 1.



Фиг. 2