

УДК 536.46

# КЛАССИФИКАЦИЯ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ В ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ И ПРОБЛЕМА САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ПРИ СЖАТИИ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ

В. С. Бабкин<sup>1</sup>, П. К. Сеначин<sup>2, 3</sup>

<sup>1</sup>Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского СО РАН, 630090 Новосибирск

<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск, senachinpk@mail.ru

<sup>3</sup>Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова, 656038 Барнаул

Проведена классификация динамических задач теории горения и взрыва с позиции конкуренции характерных времен объемной химической реакции, фронтального горения, теплопередачи (теплоотдачи), истечения газа из сосуда, сжатия (движения поршня), темпа нагрева (охлаждения). Рассмотрены динамические критерии подобия как отношения характерных времен в задачах классического теплового взрыва, динамического теплового взрыва, пределов распространения пламени, горения в сообщающихся сосудах, конкуренции фронтального и объемного горения, самовоспламенения при адиабатическом сжатии, конкуренции фронтального горения и движения поршня, а также критерии подобия комбинированного типа (как функции простых динамических критериев подобия). Рассмотрена проблема самовоспламенения смеси при сжатии, предложены способ получения аналитического решения задачи и алгоритм приближенного решения на основе специального «дифференциального критерия».

Ключевые слова: характерное время процесса, критерии подобия, динамические задачи теории горения и взрыва, самовоспламенение при сжатии.

DOI 10.15372/FGV20180303

## ВВЕДЕНИЕ

Современное состояние теории и практики процессов горения и взрыва газов и топливно-воздушных смесей в ограниченных объемах и двигателях внутреннего сгорания характеризуется всё возрастающей сложностью решаемых научно-технических проблем и рассматриваемых при этом динамических задач. При исследовании конкретной задачи важным оказывается вопрос отнесения ее к какому-либо классу динамических задач теории горения, с тем чтобы использовать предшествующий опыт при решении аналогичных (с точки зрения теории горения) динамических задач. К сожалению, подобная классификация динамических задач в теории горения, по-видимому, отсутствует [1, 2]. Одной из проблем теории горения является проблема воспламенения гомогенной смеси при сжатии горючей смеси, имеющая важное практическое значение. Анализ этой проблемы и теоретическое решение соответствующей задачи в настоящее время разработаны недостаточно [3, 4].

## 1. КЛАССИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ

### 1.1. Характерное время динамических процессов

В динамических задачах теории горения присутствуют (или должны фигурировать) критерии подобия, являющиеся отношением характерных времен процесса. Возникает вопрос, рассматривались ли подобные задачи ранее. Это и будет предметом нашего анализа. Отметим, что обычно в динамических задачах теории горения изменяются давление, температура и объем. Ограничим круг нашего рассмотрения следующими физическими процессами (и соответствующими характерными временами), которые обычно присутствуют в динамических задачах.

1. Характерное время объемной химической реакции ( $t_V$  или  $t_V^*$ ) — время, за которое при начальной (или критической) скорости реакции [1]  $W_i(t) = (A_i)^s k_0 \exp(-E/RT_i)$ ,  $W^*(t) = (A^*)^s k_0 \exp(-E/RT^*)$  будет израсходовано все реагирующее вещество:

$$t_V = \frac{A_i}{W_i(t)} = (A_i)^{1-s} k_0^{-1} \exp\left(\frac{E}{RT_i}\right), \quad (1)$$

$$t_V^* = \frac{A^*}{W^*(t)} = (A^*)^{1-s} k_0^{-1} \exp\left(\frac{E}{RT^*}\right),$$

где  $A_i$ ,  $A^*$  — начальная и критическая концентрация реагирующего компонента смеси (в большинстве случаев  $A_i \cong A^* \cong A$ ),  $s$  — порядок химической реакции,  $k_0$  — предэкспонент константы скорости,  $E$  — энергия активации,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $T_i$ ,  $T^*$  — начальная и критическая температура смеси. Из (1) следует, что с ростом температуры время реакции многократно уменьшается из-за экспоненциального члена, имеющего аррениусовский вид.

2. Характерное время фронтального горения  $t_f$  (включая турбулентный режим горения с фактором (или коэффициентом) турбулизации пламени  $\chi$ ):

$$t_f = L/(\chi S_u), \quad (2)$$

где  $L$  — характерный размер реактора (радиус сосуда),  $S_u$  — нормальная скорость пламени в начальный момент времени ( $S_{ui}$ ) или на пределе теплового взрыва ( $S_u^*$ ), причем обычно  $S_u \cong S_{ui} \cong S_u^*$ .

3. Характерное время теплопередачи  $t_\lambda$  или теплоотдачи  $t_\alpha$  — отношение химической энергии системы  $QAV$  или приходящегося на единицу площади  $F$  теплообмена  $QAV/F = QAL$  (при  $V \approx FL \approx L^3$ ) к темпу ее потери теплопроводностью или теплоотдачей при градиенте температуры или температурном напоре, равном одному характеристическому интервалу  $\Delta T = R(T^*)^2/E$ :

$$t_\lambda = \frac{QAV}{\lambda L \Delta T} = \frac{QAL^2}{\lambda} \frac{E}{R(T^*)^2}, \quad (3)$$

$$t_\alpha = \frac{QAV}{\alpha F \Delta T} = \frac{QAL}{\alpha} \frac{E}{R(T^*)^2}, \quad (4)$$

где  $V$  — объем реактора (сосуда),  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $Q$  — тепловой эффект химической реакции на моль смеси.

4. Характерное время истечения газа из рассматриваемого объема  $t_{vent}$  (при критическом режиме истечения):

$$t_{vent} = \frac{V}{gF a^* z}, \quad (5)$$

где  $gF$  — эффективное сечение истечения,  $a^*$  — скорость звука (при критических значениях параметров процесса),  $z$  — параметр режима истечения.

5. Характерное время сжатия — время движения поршня в двигателе ( $t_n$ ) или в установке адиабатического сжатия — «адиабатической пушке» ( $t_p$ ):

$$t_n = \frac{1}{2\pi n}, \quad (6)$$

$$t_p = L \sqrt{\frac{m_p}{2p_i V_i}}, \quad (7)$$

где  $n$  — частота вращения коленчатого вала,  $m_p$  — масса поршня,  $L$  — длина ствола,  $p_i$ ,  $V_i$  — начальное давление и рабочий объем,  $\pi = 3.14 \dots$

6. Характерное время изменения температуры ограждающих поверхностей  $t_w$  на один характеристический интервал температуры:

$$t_w = \frac{\Delta T}{w} = \frac{R(T^*)^2 t_0}{E(T_0 - T_i)}, \quad (8)$$

где  $w = (T_0 - T_i)/t_0$  — скорость нагрева или охлаждения,  $T_0 - T_i$  — изменение температуры ограждающих поверхностей,  $t_0$  — характерное время процесса.

## 1.2. Критерии подобия динамических процессов

### Критерии классического теплового взрыва

Среди рассматриваемых ранее динамических задач теории горения наиболее известны задачи теплового взрыва. В нестационарной (разработанной Н. Н. Семёновым [5–10]) и в стационарной (разработанной Д. А. Франк-Каменецким [10–14]) теориях теплового взрыва фигурируют соответствующие критерии подобия  $\kappa$  и  $\delta$ , носящие имена авторов:

$$\kappa = \frac{t_\alpha}{t_V} = \frac{E}{R(T^*)^2} \frac{QV}{\alpha F} k_0 (A^*)^s \exp\left(-\frac{E}{RT^*}\right), \quad (9)$$

$$\delta = \frac{t_\lambda}{t_V} = \frac{E}{R(T^*)^2} \frac{QL^2}{\lambda} k_0 (A^*)^s \exp\left(-\frac{E}{RT^*}\right). \quad (10)$$

Эти критерии подобия, как видно из (1), (3) и (4), являются отношением характерного времени процесса, а именно времени теплоотдачи конвекцией или теплопроводностью, к характерному времени объемной химической реакции  $t_V$  (объемного горения). Критерии (9) и (10), по существу, эквивалентны и различаются законами теплообмена.

#### *Критерий динамического теплового взрыва*

В работах [15–18] развита теория теплового взрыва при нагреве и охлаждении, основной параметр (критерий подобия) в которой является отношением характерного времени объемной химической реакции к масштабу изменения температуры (выраженному в единицах характеристического интервала):

$$\omega = \frac{t_V}{t_w} = \frac{wE}{R(T^*)^2} \frac{(A^*)^{1-s}}{k_0} \exp\left(\frac{E}{RT^*}\right). \quad (11)$$

В работах [19, 20] рассмотрены задачи, в которых тепловой взрыв развивается в результате наличия в системе химических и механических источников тепла. Если ввести параметр, характеризующий темп нагрева от механического источника, и соответствующее время нагрева на один характеристический интервал вида (8), то получится критерий подобия, полностью совпадающий с критерием (11).

#### *Критерий пределов распространения пламени*

Задача о пределе распространения пламени в каналах известна из работ Я. Б. Зельдовича [1, 21, 22]. В этой задаче присутствует критерий подобия

$$\text{Pe}_f = \frac{t_\lambda}{t_f} = \frac{QLA^*S_u^*}{\lambda} \frac{E}{R(T^*)^2} \propto \frac{S_u^*Lc_p\rho}{\lambda} \quad (12)$$

( $\rho$  — плотность газа,  $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении), являющийся отношением характерных времен теплопередачи (или теплоотдачи) и фронтального горения ( $t_f$ ).

#### *Критерий максимального давления в вентилируемых системах*

В задачах о горении газа в разгерметизированных сосудах, например в задачах о защите сосудов [23–25], присутствует критерий, являющийся отношением характерных времен фронтального горения и истечения ( $t_{vent}$ ):

$$B_{vent} = \frac{t_f}{t_{vent}} = \frac{L}{\chi S_u^*} \frac{gFa^*z}{V}, \quad (13)$$

который в рассмотренной в [23–25] задаче о горении газа в системе из двух сообщающихся сосудов представлен в виде [26, 27]

$$B_\Omega = \frac{B_{vent}}{0.62J_e} = \frac{gFa^*}{V^{2/3}\chi S_u^*J_e} \frac{z}{J_e}, \quad (14)$$

где  $J_e = \pi_e - 1 = \gamma(\zeta_i - 1) = (\gamma - 1)Q/(RT_i)$  — энергетический параметр смеси,  $\pi_e = p_e/p_i$  — конечное давления при взрыве в одиночном сосуде,  $p_e, p_i$  — максимальное и начальное давления в одиночном сосуде,  $\zeta_i$  — коэффициент расширения продуктов сгорания при начальном давлении,  $\gamma$  — показатель адиабаты (коэффициент Пуассона),  $T_i$  — начальная температура смеси.

#### *Критерии конкуренции фронтального и объемного горения*

В работах [4, 28] нами рассмотрена задача о самовоспламенении газа перед фронтом пламени в закрытом сосуде при распространении расходящегося сферического пламени. Путем аналитического решения найдено критическое условие для критерия подобия исследуемого процесса, а именно получен критерий, являющийся отношением характерных времен фронтального горения и объемной химической реакции на пределе:

$$u^* = \frac{t_f}{t_V} = \frac{\delta}{\text{Pe}_f} = \frac{L}{\chi S_u^*} k_0 (A^*)^{s-1} \exp\left(-\frac{E}{RT^*}\right). \quad (15)$$

Критерий подобия  $u^*$  (15) является отношением известных ранее критериев Франк-Каменецкого (10) для стационарной теории теплового взрыва и Зельдовича (13) для теории предела распространения пламени в каналах. Этот критерий впервые появляется в наших работах [4, 28], до этого времени задачи о самовоспламенении в системах с фронтальным горением газа в теоретическом плане не рассматривались. Несколько позднее появилась работа [29], где изучался аналогичный процесс для сходящихся пламен. Далее последовала работа [30] и др.

*Критерии самовоспламенения  
при адиабатическом сжатии*

В [31] и последующих наших работах [32, 33] рассмотрено самовоспламенение газа, обусловленное адиабатическим сжатием в установке со свободным поршнем («адиабатической пушке»), используемой для определения макрокинетики горючих газовых смесей [34]. Полученное критическое условие самовоспламенения пропорционально отношению характерных времен адиабатического сжатия и химической реакции:

$$u_p^* = \frac{J_e t_p}{\gamma t_V} = \frac{J_e}{\gamma} L \sqrt{\frac{m_p}{2p_i V_i}} k_0 (A^*)^{s-1} \exp\left(-\frac{E}{RT^*}\right). \quad (16)$$

Интересно, что критерий подобия (16) содержит множителем энергетический параметр  $J_e = \pi_e - 1$ . По физическому смыслу влияние этого множителя на процесс эквивалентно увеличению характерного времени процесса сжатия  $t_p$  или характерного размера системы  $L$ , т. е. собственное тепловыделение в результате химической реакции ускоряет самовоспламенение в системе.

В [35] и последующих наших работах [36–38] рассмотрен процесс воспламенения смеси в дизеле как задача динамического теплового взрыва. Полученное критическое условие самовоспламенения пропорционально отношению характерных времен движения поршня и химической реакции:

$$u_n^* = \frac{J_e t_n}{\gamma t_V} = \frac{J_e}{\gamma} \frac{1}{2\pi n} k_0 (A^*)^{s-1} \exp\left(-\frac{E}{RT^*}\right). \quad (17)$$

Нетрудно заметить, что критерии (16) и (17), по существу, эквивалентны и различаются только законом сжатия (изменения объема системы). Отметим, что до появления наших работ [4, 35, 36] критерии вида (16) или (17) в теории горения не встречались. Попытки рассмотрения аналогичных задач другими авторами страдали односторонним подходом. Например, в качестве условия самовоспламенения принималось достижение некоторой критической температуры (самовоспламенения), которая сама по себе из теории не следует [39].

Только после появления работы [4] авторы работы [30] исправили свою ошибку. Подобными вопросами занимались также авторы работы [40], которые исследовали процесс адиабатического теплового взрыва газовых включений в жидкостях при схлопывании пузырьков. В этой задаче также должен фигурировать критерий вида (16) или (17).

*Критерии конкуренции  
фронтального горения и движения поршня*

В работе [41] рассмотрена динамика процесса в баллистическом двигателе, а именно в установке с поршнем, свободно движущимся под действием расширяющихся продуктов фронтального горения. Определяющий параметр задачи (критерий подобия) пропорционален отношению характерных времен движения поршня и фронтального горения и может быть представлен в виде

$$\Delta_p = \frac{J_e t_p}{\gamma t_f} = \frac{J_e}{\gamma} \sqrt{\frac{m_p}{2p_i V_i}} \chi S_u^*. \quad (18)$$

Критерий (18) является отношением критериев (16) и (15).

Кроме того, в работе [41] рассмотрена динамика горения в двигателе с воспламенением от теплового источника (двигатель внутреннего сгорания с искровым зажиганием). Здесь фигурирует критерий подобия, пропорциональный отношению характерных времен процесса сжатия в двигателе и фронтального горения:

$$\Delta_n = \frac{J_e t_n}{\gamma t_f} = \frac{J_e \chi S_u^*}{\gamma 2\pi n L}. \quad (19)$$

Критерий (19) является отношением критериев (17) и (15). Отметим также, что критерии (18) и (19), по существу, эквивалентны и различаются только законом движения поршня.

*Критерии подобия комбинированного типа*

Особый интерес представляют динамические задачи, в которых присутствует более одного критерия подобия (более двух характерных времен процесса). В качестве примера приведем рассмотренную в работах [42, 43] задачу о самовоспламенении газа перед фронтом пламени при горении в сообщающихся сосудах. Основной параметр в задаче, определяющий критические условия самовоспламенения во втором сосуде, может быть представлен в виде

$$u_{\Omega}^* = \frac{t_f/t_V \Omega^{1/3}}{1 - t_f/t_{vent}} = \frac{u^* \Omega^{1/3}}{1 - B_{vent}^*}. \quad (20)$$

При фиксированном отношении объемов  $\Omega = V_2/V_1$  критерий (20) является функцией критериев (13) и (15).

В работе [4] нами высказана гипотеза о том, что рассматриваемая задача о самовоспламенении смеси перед фронтом пламени в закрытом сосуде имеет непосредственное отношение к проблеме стука или детонации в двигателе внутреннего сгорания с искровым зажиганием (которая волнует исследователей около 100 лет и до сих пор окончательно не решена). То есть сформулирована гипотеза о том, что стук или детонация в двигателе — это проблема конкуренции процессов фронтального и объемного горения. Строгая постановка задачи о стуке или детонации в двигателе позволила аналитически решить задачу о самовоспламенении и получить критическое условие вида [31, 44–50]

$$\Delta_m^* = \frac{1}{(t_V/t_f)^* + \gamma/J_e(t_V/t_n)^*} = \frac{1}{1/u^* + 1/u_n^*}. \quad (21)$$

Критерий (21) является функцией критериев подобия (15) и (17).

Не преследуя цели записать здесь все возможные критерии подобия и их комбинации, остановимся еще на одной важной проблеме. Высокие антидетонационные свойства дизельного топлива и особенно природного газа допускают применение в дизелях и газодизелях повышенных степеней сжатия (по сравнению с бензиновыми двигателями) и тем самым обеспечивают их высокую экономическую эффективность. Однако весьма высокие степени сжатия в определенных условиях (например, при форсированных режимах работы) могут привести к жесткой работе двигателя, снижению его экономичности и моторесурса, а в отдельных случаях к разрушению ряда деталей двигателя (см., например, [51]). По нашему мнению, причиной жесткой работы дизелей и газодизелей является самовоспламенение локальных объемов несгоревшей смеси на заключительной стадии горения.

Постановка этой задачи [52–54] и ее предварительный анализ показывают, что основ-

ным в рассматриваемой задаче является критерий вида (21), в котором параметр  $t_f$  представляет собой характерное время выгорания заряда (факела дизельного топлива или фронтального горения газового топлива).

Как уже отмечалось, перечисленные выше динамические задачи и соответствующие критериальные соотношения не исчерпывают всех возможных в теории горения и взрыва комбинаций физических процессов и соответствующих характерных времен. Взять хотя бы двигатель с форкамерным зажиганием, математическая модель основного процесса, в котором (процессов горения смеси в камерах с учетом межкамерного взаимодействия процессов горения и истечения) была нами разработана в [43, 55, 56]. В этой задаче фигурируют характерные времена фронтального горения  $t_f$  (2), межкамерного истечения смеси  $t_{vent}$  (5) и движения поршня  $t_n$  (6). Кроме того, в специальной постановке задачи о форкамерном двигателе в модели дополнительно могут фигурировать характерные времена конвективного теплообмена  $t_{\alpha}$  (4), объемной химической реакции  $t_V$  (1) и др.

## 2. ПРОБЛЕМА САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ПРИ СЖАТИИ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ

В качестве примера построения критериального решения динамической задачи теории горения и взрыва рассмотрим проблему воспламенения гомогенной смеси при сжатии и соответствующую ей динамическую задачу.

Самовоспламенение газа при быстром (адиабатическом) сжатии экспериментально исследовалось в работах [57, 58], а также в [59–61]. Родственные задачи рассматривались в работах [19, 20, 40]. Однако в теоретическом плане задача осталась нерешенной.

### 2.1. Постановка задачи в общем виде

Рассмотрим самовоспламенение горючего газа, который считается идеальным, в замкнутом объеме при произвольном законе монотонного адиабатического сжатия  $\frac{d\pi}{d\tau} = \text{const} f(\pi, \theta)$  с целью определения критических безразмерных параметров системы  $(\pi^*, \theta^*)$  на основе развитого в [3, 62] подхода. Пусть система, не учитывающая выгорание газа за период индукции, включает в себя уравнения:

энергии и динамики давления

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\theta}{\pi} \frac{d\pi}{d\tau} + \frac{J_e}{\gamma} \frac{d\eta}{d\tau}, \quad (22)$$

$$\frac{d\pi}{d\tau} = \text{const} f(\pi, \theta), \quad (23)$$

кинетики химической реакции

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{d\tau} &= t_0 k_0 A_i^{s-1} \times \\ &\times \exp\left(-\frac{1}{\beta_i}\right) \left(\frac{\pi}{\theta}\right)^{s-1} \exp\left(\frac{1-1/\theta}{\beta_i}\right), \end{aligned} \quad (24)$$

где  $A_i = p_i a_i / RT_i$  и  $a_i$  — молярная и относительная концентрации реагирующего компонента смеси в начальный момент времени,  $\eta$  — степень превращения,  $\beta_i$  — малый параметр Франк-Каменецкого.

Начальные условия задачи:  $\tau = t/t_0 = 0$ ,  $\pi = p/p_i = 1$ ,  $\theta = T/T_i = 1$ ,  $\eta = 0$ , где  $t_0$  — характерный масштаб времени процесса, например, определяемый законом сжатия.

Система (22)–(24) сводится к одному уравнению процесса в фазовой плоскости давление — температура:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{d\pi} &= \\ &= \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\theta}{\pi} + \frac{u_i (\pi/\theta)^{s-1}}{\gamma f(\pi, \theta)} \exp\left(\frac{1-1/\theta}{\beta_i}\right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$u_i = t_0 k_0 A_i^{s-1} \frac{J_e}{\text{const}} \exp\left(-\frac{1}{\beta_i}\right),$$

$$\beta_i = \frac{RT_i}{E}.$$

В уравнении (25) первый член в правой части соответствует адиабатическому сжатию смеси, второй — разогреву в результате химической реакции, а теплоотдача или теплопередача отсутствуют. Таким образом, система находится в состоянии самовоспламенения, однако критические параметры теплового взрыва по давлению и температуре ( $\pi^*$ ,  $\theta^*$ ) неизвестны и определяются условиями данной задачи.

## 2.2. Аналитическое решение задачи

При степенном виде функции  $f(\pi, \theta)$ , т. е. когда  $\frac{d\pi}{d\tau} = \text{const} \pi^k \theta^l$ , после разложения в (25) экспоненты по методу Я. Б. Зельдовича и В. В. Воеводского [1, 63] можно получить аналитическое решение вида [4]

$$\theta = \pi^{1-1/\gamma} [1 - (\pi/\pi_{cr})^A]^{-B}, \quad (26)$$

где  $\pi_{cr}$  — давление в системе, соответствующее условию  $\theta \rightarrow \infty$ ,  $A$  и  $B$  — константы конкретного процесса. Из решения (26) следует, что  $\pi^* = \pi_{cr}$ . За характерную (критическую) температуру процесса  $\theta^*$  можно принять «модернизированную адиабатическую» температуру при  $\pi = \pi^*$ . Смысл этой модернизации заключается в том, что реальная температура смеси из-за тепловыделения больше адиабатической температуры  $\theta_{ad} = (\pi^*)^{1-1/\gamma}$  на величину порядка одного характеристического интервала температур  $\Delta\theta = \beta_i \theta_{ad}^2 = \beta_i (\pi^*)^{2-2/\gamma}$ , т. е.

$$\theta^* = (\pi^*)^{1-1/\gamma} [1 + \beta_i (\pi^*)^{1-1/\gamma}] \quad (27)$$

и получаем критические параметры системы ( $\pi^*$ ,  $\theta^*$ ).

Если процесс сжатия в системе ограничен давлением  $\pi_{\max}$ , то при  $\pi^* = \pi_{\max}$  имеем предельное условие самовоспламенения и соответствующие критические параметры ( $\pi_{\max}$ ,  $\theta_{\max}$ ), где согласно (27)

$$\theta_{\max} = \pi_{\max}^{1-1/\gamma} (1 + \beta_i \pi_{\max}^{1-1/\gamma}). \quad (28)$$

Соотношения (27) и (28) определяют критические и предельные параметры системы.

## 2.3. Алгоритм критериального решения задачи

Рассмотрим случай, когда аналитическое решение получить не удастся. Отметим, что в работе авторов [4] рассмотрена задача о критических условиях самовоспламенения газа перед фронтом пламени в закрытом сосуде. В этой задаче получено аналитическое решение вида (26) и сформулирован (постулирован) специальный дифференциальный критерий самовоспламенения вида

$$\frac{d\theta}{d\pi} \frac{\pi}{\theta} = \frac{d \ln \theta}{d \ln \pi} = 1. \quad (29)$$

Алгоритм критериального решения задачи сводится к следующему.

1. В дифференциальное уравнение процесса самовоспламенения в фазовой плоскости давление — температура (25) подставляется дифференциальный критерий самовоспламенения (29). В результате имеем алгебраическую функцию самовоспламенения в переменных  $(\pi, \theta)$ :

$$\frac{\theta}{\pi} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\theta}{\pi} + \frac{u_i (\pi/\theta)^{s-1}}{\gamma f(\pi, \theta)} \exp\left(\frac{1 - 1/\theta}{\beta_i}\right)$$

или в более компактном виде

$$u_i \frac{(\pi/\theta)^{s-1}}{f(\pi, \theta)} \exp\left(\frac{1 - 1/\theta}{\beta_i}\right) = 1. \quad (30)$$

2. Анализ задачи показал, что функция самовоспламенения (30) пересекает численное решение уравнения (25) или аналитическое решение (26) под острым углом. Точка  $A$  пересечения этих функций, координаты которой  $(\pi_A, \theta_A)$ , лежит вблизи точки  $B$  пересечения функции (30) с функцией модифицированной адиабаты (27), а именно с функцией

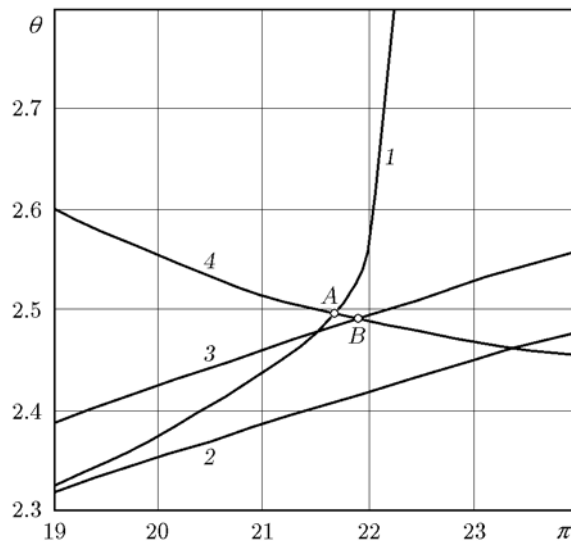
$$\theta = \pi^{1-1/\gamma} (1 + \beta_i \pi^{1-1/\gamma}). \quad (31)$$

Поскольку численное решение уравнения (25) или аналитическое решение (26) в общем случае нам неизвестны, то имеем всего одну точку пересечения функций (30) и (31) с координатами  $(\pi_B, \theta_B)$ , которые и будем полагать критическими параметрами системы  $(\pi^*, \theta^*)$ .

3. Поскольку для модернизированной адиабаты (31) значения температуры больше адиабатической на величину, равную одному характеристическому интервалу, то совместное решение уравнений (30) и (31) с учетом возрастания экспоненты в  $e = 2.718\dots$  раз позволяет получить «критериальное» аналитическое решение задачи самовоспламенения вида

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{u_i (\pi^*)^{s/\gamma}}{f(\pi^*, (\pi^*)^{1-1/\gamma})} \exp\left(\frac{1 - (\pi^*)^{1/\gamma-1}}{\beta_i}\right) = \\ &= 1/e, \quad (32) \end{aligned}$$

где  $\pi^*$  — критическое давление теплового взрыва (самовоспламенения при сжатии).



Самовоспламенение горючей смеси при адиабатическом сжатии:

1 — решение уравнения (25), 2 — адиабата, 3 — зависимость (31), 4 — функция самовоспламенения (30)

На рисунке на примере задачи о самовоспламенении смеси в установке адиабатического сжатия («адиабатической пушке») [34], рассмотренной в работе [62], приведены результаты численного решения уравнения (25) и построены зависимости (30), (31) и адиабата  $\theta = \pi^{1-1/\gamma}$  при начальных условиях  $T_i = 300$  К,  $p_i = 0.1$  МПа и следующих параметрах задачи:  $u_i \exp(1/\beta_i) = 10^{13}$ ,  $\beta_i = 0.013$ ,  $s = 3$  и  $\gamma = 1.4$ .

Из рисунка видно, что при самовоспламенении температура смеси очень резко растет после достижения критических параметров системы  $(\pi^*, \theta^*)$ . Предвзрывной разогрев в соответствии с теорией — порядка одного характеристического интервала:

$$\Delta\theta \approx \beta_i (\theta^*)^2 \approx \beta_i (\pi^*)^{2-2/\gamma},$$

а параметры точек  $A$   $(\pi_A, \theta_A)$  и  $B$   $(\pi_B, \theta_B)$  практически совпадают, что служит еще одним доказательством достоверности предлагаемой теории самовоспламенения при сжатии. Еще раз отметим, что в теории критическими мы полагаем параметры точки  $B$ , т. е.  $\pi_B = \pi^*$ ,  $\theta_B = \theta^*$ .

Разработанный выше алгоритм решения задачи о самовоспламенении газа при адиабатическом сжатии может быть использован при рассмотрении широкого круга практических задач. Пример решения подобной задачи

приведен в работе [36], в которой рассмотрен вопрос о задержке воспламенения топлива в диле в упрощенной постановке, как задачи воспламенения всего рабочего объема. Необходимо отметить, что значение дифференциального критерия (29) на пределе самовоспламенения при численном решении задачи с детальной химической кинетикой может значительно превышать единицу [64].

## ВЫВОДЫ

Предпринята попытка классификации динамических задач теории горения и взрыва, из которых наиболее известны задачи классической теории теплового взрыва.

Классификация динамических задач проведена на основе анализа отношений восьми характерных времен физико-химических процессов в задачах теории горения.

Теоретический анализ динамических задач показывает, что в теории горения существует не менее семи (но не более 28) простых критериев подобия, характеризующих конкуренцию характерных времен различных физико-химических процессов, и, по крайней мере, группа критериев подобия комбинированного типа (в которых присутствует не менее трех характерных времен и, соответственно, не менее двух простых динамических критериев подобия).

Анализ задач теории горения и взрыва, как следует из классических задач теории теплового взрыва и рассматриваемых нами упомянутых выше динамических задач, показывает, что на пределе (т. е. при критических значениях динамических переменных (давления  $\pi^* = p^*/p_i$ , температуры  $\theta^* = T^*/T_i$  и др.)) решение задачи представляет собой критерияльное уравнение (комплексный динамический критерий подобия), построенное из характерных времен в начале процесса и динамических переменных задачи на пределе.

Полученный в результате решения задачи динамический критерий подобия или соответствующий критерий комбинированного типа на пределе близок по порядку величины к единице (например, равен 1 или  $1/e$ ).

Рассмотрена проблема самовоспламенения при сжатии, разработан метод аналитического решения частной задачи, предложен алгоритм решения общей задачи на основе специального «дифференциального критерия».

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М.** Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.
2. **Сеначин П. К.** Некоторые вопросы моделирования процессов самовоспламенения и горения в ограниченных объемах и двигателях внутреннего сгорания // Вестн. Алт. гос. техн. ун-та им. И. И. Ползунова: приложение к журн. «Ползуновский альманах». — 2000. — № 2. — С. 52–60.
3. **Сеначин П. К., Бабкин В. С.** Самовоспламенение газов при быстром сжатии // Проблемы взрывобезопасности технологических процессов: тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф., Северодонецк. — Черкассы: Отд.-ние НИИТЭХИМ, 1980. — С. 30–31.
4. **Сеначин П. К., Бабкин В. С.** Самовоспламенение газа перед фронтом пламени в закрытом сосуде // Физика горения и взрыва. — 1982. — Т. 18, № 1. — С. 3–8.
5. **Семенов Н. Н.** К теории процессов горения. Сообщение 1 // Журн. Рус. физ.-хим. о-ва. — 1928. — Т. 60, № 3. — С. 247–250.
6. **Semenoff N. N.** Zur Theorie des Verbrennungsprozesses // Z. Phys. Chemie. — 1928. — Bd 48, N 8. — S. 571–582.
7. **Семенов Н. Н.** Цепные реакции. — Л.: ОНТИ — Госхимтехиздат, 1934; 2-е изд. — М.: Наука, 1986.
8. **Семенов Н. Н.** Тепловая теория горения и взрывов // Успехи физ. наук. — 1940. — Т. 23, № 3. — С. 251–292.
9. **Семенов Н. Н.** О некоторых проблемах химической кинетики и реакционной способности. — М.: Изд-во АН СССР, 1958.
10. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — М.: Наука, 1987.
11. **Франк-Каменецкий Д. А.** Распределение температур в реакционном сосуде и стационарная теория теплового взрыва // Докл. АН СССР. — 1938. — Т. 18, № 7. — С. 411–412.
12. **Франк-Каменецкий Д. А.** Распределение температур в реакционном сосуде и стационарная теория теплового взрыва // Журн. физ. химии. — 1939. — Т. 13, № 6. — С. 738–755.
13. **Frank-Kamenetzky D. A.** Calculation of thermal explosion limits // Acta Physicochimica U.R.S.S. — 1939. — V. 10, N 3. — P. 365–370.
14. **Frank-Kamenetzky D. A.** On the mathematical theory of thermal explosions // Acta Physicochimica U.R.S.S. — 1942. — V. 16, N 5-6. — P. 357–361.
15. **Мержанов А. Г.** К квазистационарной теории теплового взрыва // Докл. АН СССР. — 1961. — Т. 140, № 3. — С. 637–640.



16. **Мержанов А. Г., Струнина А. Г.** Закономерности теплового взрыва в условиях нагрева с постоянной скоростью // Науч.-техн. проблемы горения и взрыва (Физика горения и взрыва). — 1965. — Т. 1, № 1. — С. 59–69.
17. **Струнина А. Г., Мержанов А. Г., Майофис З. Б.** Динамические режимы теплового взрыва. II. Закономерности теплового взрыва в условиях охлаждения с постоянной скоростью // Науч.-техн. проблемы горения и взрыва (Физика горения и взрыва). — 1965. — Т. 1, № 2. — С. 108–114.
18. **Струнина А. Г., Гонтковская В. Т., Мержанов А. Г.** Динамические режимы теплового взрыва. III. Температурное поле при нагреве и вопросы перехода от самовоспламенения к зажиганию // Физика горения и взрыва. — 1965. — Т. 1, № 3. — С. 36–40.
19. **Гришин А. М.** Влияние вязкости на самовоспламенение реагирующей движущейся смеси // ПМТФ. — 1967. — № 3. — С. 53–59.
20. **Столин А. М., Мержанов А. Г.** Критические условия теплового взрыва при наличии химических и механических источников тепла // Физика горения и взрыва. — 1971. — Т. 7, № 4. — С. 502–510.
21. **Зельдович Я. Б.** Теория предела распространения тихого пламени // ЖЭТФ. — 1941. — Т. 11, вып. 1. — С. 159–169.
22. **Зельдович Я. Б.** Химическая физика и гидродинамика: избр. тр. / под ред. Ю. Б. Харитона. — М.: Наука, 1984. — С. 233–246.
23. **Yao C.** Explosion venting of low-strength equipment and structures // Loss prevention. V. 8 / Loss Prev. Symp. — N. Y.: Amer. Inst. Chem. Eng., 1974. — P. 109.
24. **Bredly D., Mitcheson A.** The venting of gaseous explosions in spherical vessels // Combust. Flame. — 1978. — V. 32, N 3. — P. 221–255.
25. **Tufano V., Crescitelli S., Russo G.** On the design of venting systems against gaseous explosions // J. Occup. Accidents. — 1981. — N 3. — P. 143–152.
26. **Сеначин П. К., Ханина Т. М., Бабкин В. С.** Исследование горения газов в сообщающихся сосудах // Исследование процессов неустойчивого горения: межвуз. сб. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 1984. — С. 24–30.
27. **Абдуллин Р. Х., Бабкин В. С., Сеначин П. К.** Горение газа в сообщающихся сосудах // Физика горения и взрыва. — 1988. — Т. 24, № 2. — С. 3–12.
28. **Сеначин П. К., Бабкин В. С.** Об явлении «стука» при сгорании газа в замкнутом объеме // Горючесть веществ и химические средства пожаротушения: сб. тр. — М.: Изд-во ВНИИПО МВД СССР, 1979. — Вып. 6. — С. 7–9.
29. **Гусак Л. А., Новожилов Б. В.** Фронтальный и объемный режимы горения газовой смеси // Хим. физика. — 1982. — Т. 1, № 11. — С. 1551–1556.
30. **Водяник В. И., Тараканов С. В.** Возникновение волны давления при самовоспламенении газа перед фронтом пламени в замкнутом сосуде // Физика горения и взрыва. — 1985. — Т. 21, № 1. — С. 49–53.
31. **Сеначин П. К., Вьюн А. В., Бабкин В. С.** Теоретический анализ явления «стука» в поршневых двигателях // Совершенствование сельскохозяйственной техники для работы в условиях Сибири: науч. тр. — Новосибирск: Изд-во Новосиб. сельхоз. ин-та, 1980. — Т. 132. — С. 87–95.
32. **Сеначин П. К., Залюбовский М. Н., Сеначин А. П.** Обратная задача динамики самовоспламенения горючей смеси в адиабатической пушке со свободным поршнем // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: сб. ст. СРЦ РАРАН / под ред. И. Б. Богоряда. — Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997. — С. 65–70.
33. **Сеначин П. К., Стародубов О. Н., Сеначин А. П.** Самовоспламенение газа в адиабатической пушке и метод определения макрокинетики горючих смесей // Экспериментальные методы в физике структурно-неоднородных сред. Т. 4: Гидродинамика структурно-неоднородных сред: тр. Всерос. науч.-техн. конф., 12–14 сентября 1996 г., Барнаул. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1997. — С. 84–90.
34. **Мержанов А. Г.** Неизотермические методы в химической кинетике // Физика горения и взрыва. — 1973. — Т. 9, № 1. — С. 4–36.
35. **Сеначин П. К., Абдуллин Р. Х., Бабкин В. С.** Анализ воспламенения в дизеле // Физика горения и методы ее исследования: межвуз. сб. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 1983. — С. 50–53.
36. **Матиевский Д. Д., Сеначин П. К.** Задержка воспламенения топлива в дизеле как период индукции динамического теплового взрыва // Изв. вузов. Машиностроение. — 1995. — № 4–6. — С. 27–32.
37. **Матиевский Д. Д., Сеначин П. К., Залюбовский М. Н.** Расчет задержки воспламенения топлива в дизеле // Исследование и совершенствование быстроходных двигателей: межвуз. сб. науч. тр. / под ред. Л. В. Нечаева. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1997. — С. 75–83.
38. **Сеначин П. К., Свистула А. Е., Матиевский Д. Д.** Задержка воспламенения двухкомпонентного топлива в газодизеле и в дизеле, работающем на спиртах // Двигатель-97: матер. Междунар. науч.-техн. конф. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. — С. 116–118.
39. **Водяник В. И.** Динамика сгорания газа в сферическом сосуде // Инж.-физ. журн. — 1982. — Т. 17, № 5. — С. 750–757.

40. **Волынский-Басманов Ю. М., Кузьмин В. И.** К исследованию процесса адиабатического теплового взрыва газовых включений в жидкостях // Физика горения и взрыва. — 1968. — Т. 4, № 1. — С. 50–55.
41. **Бабкин В. С., Кононенко Ю. Г.** Горение газа в закрытых системах переменного объема // Физика горения и взрыва. — 1985. — Т. 21, № 6. — С. 50–57.
42. **Сеначин П. К.** Динамические режимы самовоспламенения и распространения пламени в замкнутых объемах: дис. ... канд. физ.-мат. наук / ИХКиГ СО АН СССР. — Новосибирск, 1987.
43. **Сеначин П. К.** Моделирование процессов самовоспламенения и горения в ограниченных объемах и двигателях внутреннего сгорания: дис. ... д-ра техн. наук / АлтГТУ им. И. И. Ползунова. — Барнаул, 1998.
44. **Сеначин П. К., Абдуллин Р. Х., Бабкин В. С.** К теории стука в поршневых двигателях, работающих на водороде // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Атомно-водородная энергетика и технология. — 1985. — № 2. — С. 51–53.
45. **Матиевский Д. Д., Сеначин П. К., Бабкин В. С.** Моделирование пределов стука или детонации в ДВС // Технология и производство транспортной техники: сб. науч. тр. отд. «Физико-технические проблемы транспорта» АТ РФ / под ред. О. В. Таратынова, В. В. Груздова. — М.: МГИУ, 1996. — С. 11–18.
46. **Сеначин П. К., Свердлов М. Ю., Антипов А. А.** Математическая модель самовоспламенения смеси перед фронтом пламени в двигателе с искровым зажиганием // Экспериментальные методы в физике структурно-неоднородных сред. Т. 4: Гидродинамика структурно-неоднородных сред: тр. Всерос. науч.-техн. конф., 12–14 сентября 1996 г., Барнаул. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1997. — С. 76–80.
47. **Сеначин П. К.** Переход фронтального горения в детонацию в двигателях с искровым зажиганием // Исследование и совершенствование быстроходных двигателей: межвуз. сб. науч. тр. / под ред. Л. В. Нечаева. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1997. — С. 83–88.
48. **Бабкин В. С., Матиевский Д. Д., Сеначин П. К.** Моделирование предпламенного тепловыделения и проблема стука в поршневых двигателях с искровым зажиганием // Математическое моделирование и исследование процессов в ДВС: учеб. пособие / под ред. В. А. Вагнера, Н. А. Иващенко, В. Ю. Русакова. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1997. — С. 22–35.
49. **Сеначин П. К., Матиевский Д. Д., Бабкин В. С., Борисенко А. В.** Самовоспламенение смеси перед фронтом пламени в поршневых двигателях с искровым зажиганием // Двигатель-97: матер. Междунар. науч.-техн. конф. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. — С. 22–24.
50. **Сеначин П. К., Бабкин В. С., Борисенко А. В.** Самовоспламенение смеси перед фронтом пламени в поршневых двигателях с искровым зажиганием // Физика горения и взрыва. — 1997. — Т. 33, № 6. — С. 3–13.
51. **Бургсдорф Э. И.** К вопросу об аномальном сгорании в быстроходных дизелях // Исследование и совершенствование быстроходных двигателей: межвуз. сб. науч. тр. / под ред. Л. В. Нечаева. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1997. — С. 35–41.
52. **Матиевский Д. Д., Сеначин П. К., Толстов В. Т.** Задача о самовоспламенении локального объема в газодизеле, работающем на сжатом природном газе // Рабочие процессы дизелей: учеб. пособие. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1995. — С. 80–87.
53. **Сеначин П. К., Свистула А. Е., Матиевский Д. Д.** Самовоспламенение локального объема в газодизеле // Двигатель-97: матер. Междунар. науч.-техн. конф. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. — С. 118–120.
54. **Сеначин П. К., Матиевский Д. Д., Свистула А. Е.** Моделирование жесткой работы газодизеля как задачи о самовоспламенении локального объема // Двигателестроение. — 1998. — № 4 (194). — С. 16–18.
55. **Сеначин П. К., Свердлов М. Ю., Матиевский Д. Д.** Моделирование процесса сгорания смеси в ДВС с форкамерным зажиганием // Химическая физика процессов горения и взрыва: XI Симпоз. по горению и взрыву. — Черноголовка: Изд-во ИХФЧ РАН, 1996. — Т. 1, ч. 2. — С. 294–295.
56. **Сеначин П. К., Свердлов М. Ю., Кулма-наков С. П., Матиевский Д. Д.** Математическая модель процесса сгорания смеси в ДВС с форкамерным зажиганием // Тр. АлтГТУ им. И. И. Ползунова. Автотракторный факультет. Вып. 8, ч. 1: Совершенствование рабочих процессов ДВС. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1999. — С. 46–50.
57. **Ливенгуд Дж., Лири У.** Самовоспламенение при быстром сжатии // Вопросы горения: сб. пер. ст. — М.: Иностран. лит., 1953. — № 2. — С. 66–84.
58. **Livengood J. C., Wu P. C.** Correlation of autoignition phenomena in internal combustion engines and rapid compression machines // 5th Symp. (Intern.) on Combustion. — N. Y.: William and Wilkins, 1955. — P. 347–356.
59. **Beeley P., Griffiths J. F., Gray P.** Rapid compression studies on spontaneous ignition of isopropyl nitrate // Combust. Flame. — 1980. — V. 39, N 3. — P. 255–281.
60. **Griffiths J. F., Nummo W.** Spontaneous ignition and engine knock under rapid compression //

- Combust. Flame. — 1985. — V. 60, N 2. — P. 215–218.
61. **Kono M., Shiga S., Kumagai S., Inuma K.** Thermodynamic and experimental determinations of knock intensity by using a spark-ignited rapid compression machine // Combust. Flame. — 1983. — V. 54, N 1. — P. 33–47.
62. **Бабкин В. С., Сеначин П. К.** Процессы горения газа в ограниченных объемах. — Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2017.
63. **Зельдович Я. Б., Воеводский В. В.** Тепловой взрыв и распространение пламени в газах. — М.: Изд-во Моск. механич. ин-та, 1947; 2-е изд. — Алматы: Казак университеті, 2004.
64. **Сеначин П. К., Сеначин А. П.** Моделирование самовоспламенения перед фронтом пламени в двигателе с искровым зажиганием на основе детальной кинетики элементарных реакций // Изв. Самар. науч. центра РАН. Нефт., газ., энерг. и автотранспорт. машиностроение. — 2011. — Т. 13, № 1 (2). — С. 487–491.

*Поступила в редакцию 29/VIII 2017 г.*

---