

СЛОЖНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА

Б. А. Рычков

*Институт автоматики АН Киргизской республики,
720075 Бишкек*

Делается попытка описать закономерности деформационной анизотропии ортотропного материала при пропорциональном и сложном нагружении на основе концепции скольжения путем обобщения модели твердого тела [1, 2], отражающей изменение прочностных свойств материала через сопротивление сдвигу от скольжений по площадкам главных касательных напряжений.

1. Исходные положения. В настоящее время развиваются в основном варианты теории пластичности ортотропного материала с изотропным упрочнением подобно тому, как было предложено Хиллом [3] для листовых материалов. В этой теории используется классическое квадратичное условие текучести Мизеса [4], которое достаточно хорошо подтверждается экспериментом при нагружении вдоль осей ортотропии. Однако оно «не достаточно гибко на практике» [5], вследствие чего Хилл начал разрабатывать его обобщение, основанное на использовании однородной функции текучести произвольной (дробной) степени. Имеются и другие обобщения условия текучести, учитывающие, например, влияние первого инварианта тензора напряжений [6, 7].

Предлагаемый в данной работе подход опирается на наблюдаемое в опыте различное соотношение между компонентами тензора пластической деформации в начальной ее фазе при разных видах напряженного состояния. Рассматривается случай двухосного растяжения, когда главные направления тензора напряжений совпадают с осями симметрии начальной анизотропии.

Установлено [8], что при пропорциональных нагружениях, близких к одноосному и двухосному растяжению, тонкостенный трубчатый образец ортотропного материала при возникновении пластической деформации вначале испытывает деформацию чистого сдвига по одной из площадок главных касательных напряжений. Следовательно, принимая за основу сдвиговый механизм пластической деформации поликристаллов, необходимо конкретизировать нормальные пределы текучести (например, предел текучести при одноосном растяжении), приписывая им индексы, указывающие площадку и направление скольжения в ней, вызываемое данным напряженным состоянием. Осредненное влияние главных касательных напряжений на процесс скольжений по той или иной площадке можно учесть введением эквивалентного касательного напряжения [3], которое выражается через главные напряжения:

$$\tau_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{1}{3(H_0 + F_0 + G_0)} [H_0(\sigma_z - \sigma_\varphi)^2 + F_0(\sigma_\varphi - \sigma_r)^2 + G_0(\sigma_r - \sigma_z)^2]}. \quad (1.1)$$

Здесь H_0, F_0, G_0 — параметры начальной анизотропии (при $H_0 = F_0 = G_0$ $\tau_{\text{экв}}$ обращается в октаэдрическое касательное напряжение).

Считая, что параметры H_0, F_0, G_0 определяются пределами текучести по трем главным направлениям, условие текучести в плоскости предлагаем взять в виде

$$\tau_{ij} = B_{ij} - k\tau_{экв}, \quad B_{ij}, k = \text{const} \quad (i, j = z, \varphi, r), \quad (1.2)$$

где τ_{ij} — пределы текучести по площадкам главных касательных напряжений; B_{ij}, k — параметры материала; для растяжения с внутренним давлением тонкостенной трубки (основного рассматриваемого здесь случая нагружения) индексы z, φ и r указывают направление вдоль оси трубки, по касательной к ее образующей и вдоль радиуса трубки соответственно.

Модель упрочнения ортотропного материала, излагаемая ниже, привязывается, в первую очередь, к свойствам циркониевого сплава Э-110. У него предел текучести осевого растяжения [8] $(\sigma_z^T)_{z\varphi} \sim 10 \cdot 9,81$ МПа (в обозначении предела текучести второй индекс z, φ указывает площадку главного касательного напряжения, по которой возникают первые скольжения). При растяжении в поперечном направлении $(\sigma_\varphi^T)_{\varphi z} \approx 32 \cdot 9,81$ МПа (при допуске на наибольшую главную деформацию, равном 0,1%). Уже эти два предела текучести дают достаточное представление о значительной начальной анизотропии. Она отражается условием (1.2) следующим образом.

Принимая в качестве исходных данных (наряду с указанными одноосными напряжениями) еще предел текучести при $k_\sigma = 4/3$ ($k_\sigma = \sigma_z/\sigma_\varphi$), которым является напряжение σ_z , и учитывая, что и при этом напряженном состоянии (как и при $k_\sigma = \infty$) начальные значения компонент пластической деформации удовлетворяют соотношению

$$\Gamma_z \sim -\Gamma_\varphi, \quad (1.3)$$

при принятом допуске на Γ_z найдем

$$(\sigma_z^T)_{z\varphi} \sim 14,8 \cdot 9,81 \text{ МПа} \quad \text{при} \quad k_\sigma = 4/3. \quad (1.4)$$

Используя пределы текучести при $k_\sigma = \infty$ и $4/3$, на основании (1.2) получим

$$k = 1,4, \quad B_{z\varphi} = 13,16 \cdot 9,81 \text{ МПа}. \quad (1.5)$$

Как и в модели начально-изотропного материала [9], в отличие от главных касательных напряжений τ_{ij} , «площадки скольжения» будем обозначать T_{ij} . Из диаграммы осевого растяжения рассматриваемого материала вытекает, что вслед за площадкой $T_{z\varphi}$ «включается» в работу площадка T_{zr} при напряжении $\sigma_z \approx 16,5 \cdot 9,81$ МПа, т. е. предел текучести $(\sigma_z^T)_{zr}$ при $k_\sigma = \infty$ равен указанному значению. Это дает возможность, используя значение параметра k (1.5), вычислить константу B_{zr} :

$$B_{zr} = 21,72 \cdot 9,81 \text{ МПа}.$$

Расчеты, согласно условию (1.2), показали, что при найденных таким образом параметрах материала скольжения возникают одновременно по площадкам $T_{z\varphi}$ и T_{zr} при напряженном состоянии, близком к равному двухосному растяжению ($k_\sigma = 0,986$). Действительно, в эксперименте в этом случае в малой окрестности условного предела текучести наблюдается отклонение от равенства (1.3) такое, что $\Gamma_z > |\Gamma_\varphi|$.

Подобным образом определяются другие параметры введенной модели материала и соответствующие пределы текучести по площадкам скольжения при различных напряженных состояниях. Совокупность расчетных и отвечающих им экспериментальных данных подтверждает приемлемость условия текучести (1.2) при значении параметра k (1.5) для циркониевого сплава. Отличительная особенность — это повышение двухосной прочности по сравнению с одноосным растяжением. Подобное явление отмечалось, например, у титанового сплава [10].

Оказалось, что пределы текучести титанового сплава [10], когда $0 \leq k_\sigma \leq \infty$, соответствуют условию (1.2), если при $\infty \geq k_\sigma \geq 1,014$ «работает» площадка $T_{z\varphi}$, а при $1,014 \geq k_\sigma \geq 0$ — площадка $T_{\varphi z}$. В качестве исходных данных для определения материальных параметров (k , $B_{z\varphi}$ и $B_{\varphi z}$) использованы пределы текучести: $(\sigma_\varphi^T)_{\varphi z} = 87,2 \cdot 9,81$ МПа ($k_\sigma = 0$), $(\sigma_z^T)_{z\varphi} = 90,7 \times 9,81$ МПа ($k_\sigma = \infty$), $(\sigma_\varphi^T)_{\varphi z} = 112,5 \cdot 9,81$ МПа ($k_\sigma = 0,5$). Расчетная кривая текучести показана на рис. 1 сплошной линией, а экспериментальные данные — точками. Штриховая и штрихпунктирная линии — кривые текучести, построенные [10] по теории Хилла (и соответствующему условию текучести Мизеса — Хилла) при следующих допущениях.

Для определения параметров начальной анизотропии предполагается [10] трансверсальная изотропия материала и используется соотношение между приращениями компонент деформации при осевом растяжении: $d\varepsilon_\varphi/d\varepsilon_r = R$. Штриховая линия построена по исходным пределам текучести для $k_\sigma = 0$ и $0,5$, когда $R = 1,7$, штрихпунктирная — по данным для $k_\sigma = 0$ и 1 , $R = 2,6$.

Таким образом, условие текучести (1.2) лучше, чем условие Мизеса — Хилла, отвечает экспериментальным данным и для титанового сплава.

Заметим, что для трансверсально-изотропного материала в случае двухосного напряженного состояния условие текучести Мизеса — Хилла преобразуется (при $H_0 = G_0$) к виду

$$F(\sigma_z, \sigma_\varphi) = 2H_0(\sigma_z - \sigma_\varphi)\sigma_z + (H_0 + F_0)\sigma_\varphi^2 = 1.$$

Для такого материала было предложено [11] условие текучести, подобное условию (1.2) и являющееся «промежуточным» между критериями Мизеса — Хилла и Треска:

$$\eta\Sigma + (1 - \eta)t_{nl} = 1 \quad (0 \leq \eta \leq 1). \quad (1.6)$$

Здесь η — параметр материала, определяемый из эксперимента;

$$\Sigma = \sqrt{F(\sigma_z, \sigma_\varphi)}; \quad t_{nl} = \frac{|\sigma_k - \sigma_l|}{\sigma_k^T} \quad (k = 1, 2, l = 2, 3, k \neq l).$$

Сравнение выражений (1.2) и (1.6) показывает, что последнее накладывает более жесткое ограничение на коэффициенты линейной зависимости между главными касательными напряжениями и эквивалентным

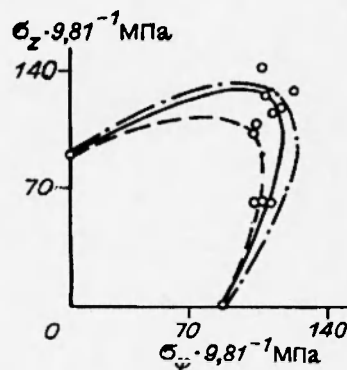


Рис. 1

напряжением. Условие (1.6) дает практически такой же результат, как и условие (1.2), лишь для материалов с незначительной начальной анизотропией и малым повышением двухосной прочности (например, для алюминиевого сплава Д16Т [12] и магниевое сплава МА2 [13]). Для циркониевого и титанового сплавов условие (1.6) неудовлетворительно, что ясно из определения параметра η в свете предыдущего анализа.

2. Сопротивление сдвигу. Тензор пластической деформации.

Левая часть равенства (1.2) представляет собой, по существу, начальное сопротивление сдвигу, т. е. локальный предел текучести в данной плоскости в указанном направлении. С ростом уровня напряженного состояния, который будем характеризовать эквивалентным касательным напряжением (1.1), сопротивление сдвигу увеличивается за счет роста интенсивности скольжений. Будем считать, что в каждой из площадок скольжения T_{ij} сопротивление сдвигу S_{il} непосредственно зависит только от интенсивности скольжений τ_{il} по данной площадке подобно тому, как это было принято в упрощенной концепции скольжения [1, 2]. Для рассматриваемого случая нагружения с неизменными главными направлениями будем полагать

$$S_{il} = \psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{ij}) + \Psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{ij})\tau_{il} + A_{ij}(1 - \cos \widehat{jl}), \quad A_{ij} = \text{const.} \quad (2.1)$$

Здесь направление l в плоскости T_{ij} отсчитывается от направления j соответствующего главного касательного напряжения. Функция влияния упругих деформаций ψ выражается по аналогии с изотропным случаем [2]:

$$\psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{ij}) = [B_{ij} - (k - \Pi_{ij}\tau_{ij}/\tau_{\text{экв}})\tau_{\text{экв}}]/(1 + \Pi_{ij}).$$

В этой функции параметром Π_{ij} регулируется характер ее изменения с учетом того, что при монотонном нагружении быстрое (или медленное) убывание функции ψ вызывает соответственно быстрый (медленный) рост веера скольжений. Активность площадок скольжения для циркониевого сплава оказалась разной; на основании данных пропорционального нагружения для основных задействованных площадок T_{ij} можно принять

$$\begin{aligned} \Pi_{z\varphi} &= 0, & \Pi_{zr} &= 3(1 - \tau_{z\varphi}/\tau_{zr}), \\ \Pi_{\varphi z} &= 0, & \Pi_{\varphi r} &= 4(1 - \tau_{\varphi z}/\tau_{\varphi r})k_{\sigma}^{1,1} \cos(2\pi k_{\sigma}). \end{aligned}$$

Параметр Π_{ij} не влияет на начальное условие текучести: равенство $S_{ij}|_{\tau_{ij}=0} = \tau_{ij}$ приводит к соотношению (1.2).

Третье слагаемое в выражении (2.1) показывает, насколько увеличивается сопротивление сдвигу по мере удаления от направления главного касательного напряжения; в совокупности с первым слагаемым оно влияет на раствор веера скольжений. Значения параметров A_{ij} принимаются равными удвоенному нормальному пределу текучести, вызывающему скольжения по соответствующей площадке T_{ij} .

Функция $\Psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{ij})$ определяет характер упрочнения материала, являясь своего рода аналогом секущего модуля. В качестве ее аргумента удобно принять разность $\tau_{ij} - \psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{ij})$, что дает

$$\Psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{ij}) = p_{ij} \left[\frac{\tau_{ij} + k\tau_{\text{экв}}}{B_{ij}} - 1 \right]^{c_{ij}}, \quad p_{ij}, c_{ij} = \text{const.}$$

Определяя углом β по указанному выше правилу направление сколь-

жения на площадках T_{ij} , из условия равенства сопротивления сдвигу соответствующему касательному напряжению найдем интенсивность скольжений $r(\beta) \equiv r_{il}(\beta)$. Суммируя элементарные сдвиги по отдельным площадкам T_{nl} , определим составляющие компонент тензора пластической деформации в главных осях (i, j) :

$$(\Gamma_i)_{nl} = -(\Gamma_j)_{nl} = \frac{1}{2} \int_{-\theta_{ij}}^{\theta_{ij}} r(\beta) \cos 2\beta d\beta \quad (i, j = z, \varphi, r). \quad (2.2)$$

Здесь индексы n, l указывают площадку, по которой происходят скольжения при данном уровне и виде напряженного состояния, т. е. n и l также «пробегают» главные направления.

Складывая компоненты (2.2), получим искомые деформации:

$$\Gamma_i = \sum_{n,l}^{i,j} (\Gamma_i)_{nl} \quad (i = z, \varphi, r), \quad (2.3)$$

причем учитывается условие пластической несжимаемости.

Границы веера скольжений $\pm\theta_{ij}$ определяются из условия непрерывности скольжений, т. е. из условия $r(\pm\theta_{ij}) = 0$, что дает

$$\cos 2\theta_{ij} = [\psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{ij}) + A_{ij}] / (\tau_{ij} + A_{ij}). \quad (2.4)$$

Таким образом, формулы (2.2)–(2.4) устанавливают связь между заданными напряжениями и компонентами тензора пластической деформации. В эту связь кроме уже описанных материальных параметров входят константы p_{ij} и c_{ij} . Они находятся путем аппроксимации исходных диаграмм упрочнения, в качестве которых принимаются диаграмма осевого растяжения и те диаграммы пропорционального нагружения, из которых по изменению компонент деформации видно, когда впервые вступает в работу каждая из площадок скольжения T_{ij} .

3. Траектория нагружения, исключая эффект Баушингера. Рассмотрим двухзвенную траекторию нагружения в пространстве напряжений $\sigma_z \sim \sigma_r$, первое звено которой — одноосное растяжение. Чтобы избежать затруднений в вычислении компонент тензора пластической деформации, накладываемых эффектом Баушингера при ортогональной догрузке [8], изменим наклон второго звена траектории. Эффект Баушингера будет отсутствовать, если потребовать, чтобы ни в одном из направлений происшедших при растяжении скольжений не возникла разгрузка при последующем догрузении. Как ясно из предыдущего, в данном конкретном случае имеется в виду площадка $T_{z\varphi}$. Выдвинутое требование будет удовлетворяться, если в направлении главного касательного напряжения $\tau_{z\varphi}$ интенсивность скольжений $r_{z\varphi}$ не уменьшится, т. е. если при нагружении по второму звену все время будет выполняться равенство

$$\psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{z\varphi}) + \Psi(\tau_{\text{экв}}, \tau_{z\varphi}) r_{z\varphi}^* = \tau_{z\varphi}, \quad (3.1)$$

где $r_{z\varphi}^*$ — интенсивность скольжений в указанном направлении в момент догрузки.

Раскрывая левую часть равенства (3.1), после некоторых преобразований получим связь между текущими напряжениями и их значением в момент догрузки:

$$\tau_{z\varphi} + k\tau_{\text{ЭКВ}} = \tau_{z\varphi}^* + k\tau_{\text{ЭКВ}}^*. \quad (3.2)$$

Последнее уравнение является уравнением линии малой кривизны в пространстве $\sigma_z \sim \sigma_\varphi$. При нагружении по этой кривой интенсивность $r_{z\varphi}$ ($l \in [-\theta_{z\varphi}, \theta_{z\varphi}]$) растет по направлениям, отличным от направления φ (срединного направления в области скольжений), тогда как значение $r_{z\varphi}$ остается постоянным (равным $r_{z\varphi}^*$). Однако по сравнению с предшествующим растяжением область скольжений увеличивается мало вплоть до критического напряжения σ_z^k , при превышении которого она начинает быстро расширяться. При изменении напряжения σ_z в пределах от σ_z^* до σ_z^k кривую (3.2) можно заменить прямой линией без изменения указанной особенности распространения скольжений. Именно так задавалось второе звено траектории нагружения, при движении по которому эффект Баушингера должен (согласно модели) отсутствовать, а приращения компонент тензора пластической деформации от скольжений по площадке $T_{z\varphi}$ должны быть малыми. Нетрудно убедиться, что скольжения по площадке $T_{z\tau}$ (если она уже работала наряду с площадкой $T_{z\varphi}$ при осевом растяжении) прекратятся. Это означает, что выявленная догрузка вызывает приращение деформации чистого сдвига — фактор, который должен быть подтвержден или опровергнут экспериментом.

Опыты проводились при $\sigma_z^* = 28 \cdot 9,81$ МПа, $\Delta\sigma_z/\sigma_\varphi = 0,44$ ($\sigma_z = \sigma_z^* + \Delta\sigma_z$), $\sigma_z^k = 35 \cdot 9,81$ МПа. После осуществления такой двухзвенной траектории нагружения производилась разгрузка в угловую точку траектории, а затем — повторное нагружение по лучам, исходящим из этой точки, при отношении $\Delta\sigma_z/\sigma_\varphi \leq 0,44$. Первичные опытные данные пяти испытанных образцов приведены (как это настоятельно рекомендуется в [14]) соответственно в виде табл. 1–5, которые предоставлены В. М. Жигалкиным и дополняют предыдущие эксперименты с циркониевым сплавом Э-110.

Таблица 1

Номер точки отсчета в эксперименте	$\sigma_z \cdot 9,81$	$\sigma_\varphi \cdot 9,81$	ε_z	$-\varepsilon_\varphi$
	МПа		%	
1	10,63	0	0,17	0,08
2	17,34	0	0,31	0,19
3	22,48	0	0,49	0,30
4	23,79	0	0,60	0,38
5	26,20	0	0,96	0,50
6	27,90	0	1,28	0,72
7	28,75	1,90	1,47	0,87
8	32,35	9,91	1,71	0,93
9	34,90	15,90	1,79	0,93
10	31,45	7,95	1,83	1,00
11	27,90	0	1,94	1,16
12	30,37	0	2,05	1,22
13	31,39	0	2,18	1,36
14	34,93	0	2,90	2,58
15	36,86	0	4,10	3,67

Таблица 2

Номер точки отсчета в эксперименте	$\sigma_z \cdot 9,81$	$\sigma_\varphi \cdot 9,81$	ϵ_z	$-\epsilon_\varphi$
	МПа		%	
1	12,40	0	0,14	0,06
2	18,22	0	0,29	0,13
3	20,75	0	0,39	0,20
4	22,78	0	0,61	0,30
5	24,55	0	1,05	0,64
6	27,90	0	1,79	1,22
7	29,20	2,90	2,00	1,37
8	34,90	15,90	2,16	1,43
9	27,90	0	2,28	1,56
10	29,10	0,58	2,35	1,64
11	30,16	1,21	2,48	1,80
12	34,23	3,53	2,95	2,58
13	36,35	4,46	3,62	3,09
14	37,70	5,04	5,20	3,80
15	50,00	6,72	9,53	5,20

Таблица 3

Номер точки отсчета в эксперименте	$\sigma_z \cdot 9,81$	$\sigma_\varphi \cdot 9,81$	ϵ_z	$-\epsilon_\varphi$
	МПа		%	
1	13,41	0	0,17	0,03
2	21,50	0	0,46	0,16
3	24,20	0	0,75	0,35
4	27,90	0	1,40	0,75
5	29,60	3,94	1,90	1,04
6	30,90	7,00	1,98	1,08
7	33,50	11,94	1,99	1,08
8	34,90	15,90	2,05	1,08
9	27,90	0	2,23	1,33
10	30,40	2,50	2,48	1,52
11	35,40	7,50	2,69	1,70
12	36,30	8,46	2,80	1,82
13	40,50	12,64	3,40	2,58
14	43,00	16,12	4,12	3,84
15	45,46	17,57	4,46	4,27

Таблица 4

Номер точки отсчета в эксперименте	$\sigma_z \cdot 9,81$	$\sigma_\varphi \cdot 9,81$	ϵ_z	$-\epsilon_\varphi$
	МПа		%	
1	19,24	0	0,21	0,08
2	22,78	0	0,29	0,15
3	23,84	0	0,46	0,28
4	25,44	0	0,70	0,63
5	27,90	0	1,18	1,17
6	30,10	5,00	1,34	1,34
7	34,90	15,90	1,37	1,34
8	27,90	0	1,40	1,48
9	36,50	27,26	1,47	1,38
10	37,94	32,13	1,50	1,35
11	40,29	38,51	1,55	1,24
12	41,25	41,76	1,62	1,13
13	41,71	43,78	1,65	1,02
14	42,80	46,57	1,78	0,64
15	43,27	48,10	1,96	0,18

Таблица 5

Номер точки отсчета в эксперименте	$\sigma_z \cdot 9,81$	$\sigma_\varphi \cdot 9,81$	ϵ_z	ϵ_φ
	МПа		%	
1	16,70	0	0,24	-0,10
2	20,50	0	0,37	-0,16
3	22,27	0	0,58	-0,26
4	27,90	0	1,19	-0,63
5	29,27	3,12	1,54	-0,84
6	34,90	15,90	1,69	-0,84
7	27,90	0	1,76	-0,95
8	31,70	21,57	1,75	-0,90
9	33,17	31,08	1,75	-0,72
10	35,45	38,51	1,76	-0,50
11	35,45	43,26	1,77	-0,20
12	36,68	48,10	1,78	0,84

Прежде чем говорить о сопоставлении расчетных и экспериментальных данных, необходимо заметить следующее. Согласно модели, первоначальное нагружение по заданной таким образом двухзвенной траектории вызывает монотонную деформацию: ни в одном из направлений скольжений их интенсивность не уменьшается и (что взаимосвязано) не проявляется эффект Баушингера. Поэтому после разгрузки в угловую точку траектории при повторном нагружении диаграммы упрочнения должны стремиться к подобным диаграммам от пропорционального нагружения при соответственно одинаковом в том и другом случае виде напряженного состояния. С учетом такой ожидаемой картины поведения материала результаты пропорционального и сложного нагружения сгруппированы (по образцам) и приведены на рис. 2, 3. Траектории пропорционального нагружения характеризуются отношением $k_{\sigma} = \sigma_z / \sigma_{\varphi}$, сложного — $k_{\Delta\sigma} = \Delta\sigma_z / \sigma_{\varphi}$. Расчетные диаграммы $\sigma_z(\varepsilon_z)$ и $\sigma_{\varphi}(\varepsilon_{\varphi})$ представлены на рис. 2, 3 в первом случае штриховыми линиями, во втором — сплошными, а экспериментальные данные — точками.

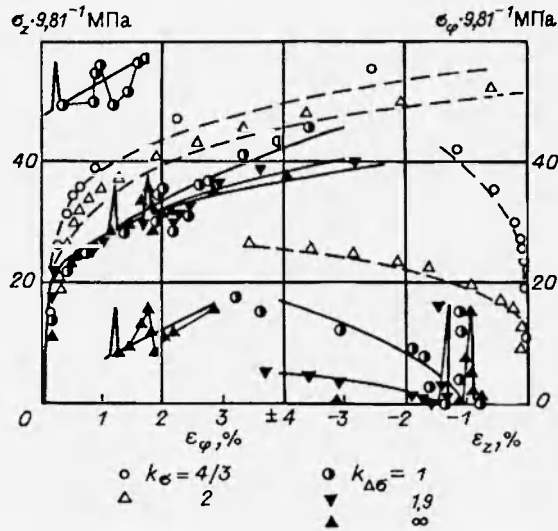


Рис. 2

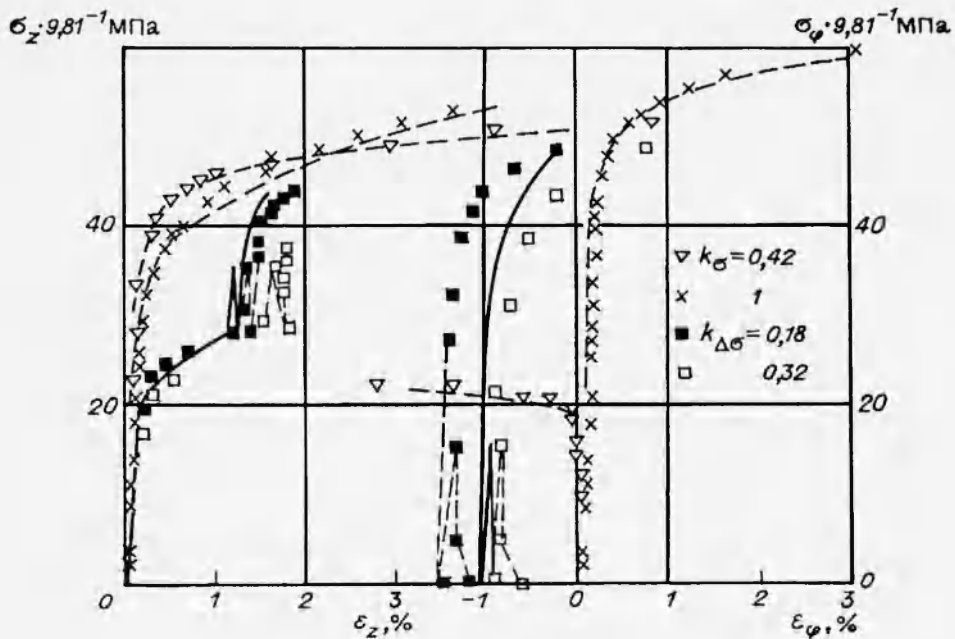


Рис. 3

Общая особенность в поведении материала на начальном участке второго звена траектории состоит в следующем: догрузка вначале почти не изменяет скорости приращения компонент деформаций ε_z и ε_φ , которые имели место в предшествующий момент осевого растяжения. Это объясняется, очевидно, запаздыванием векторных свойств деформаций. Как и у изотропных материалов, след запаздывания, измеряемый длиной второго звена, составляет в данном случае примерно 1/10 от длины первого звена траектории напряжений. Без учета следа запаздывания расчетные и экспериментальные диаграммы $\sigma_z(\varepsilon_z)$ и $\sigma_\varphi(\varepsilon_\varphi)$ дают сходную между собой картину.

Таким образом, предсказанная предлагаемой моделью материала для двухзвенной траектории нагружения (при определенном угле излома) деформация чистого сдвига ($\Delta\Gamma_z = |\Delta\Gamma_\varphi|$) на втором звене траектории действительно происходит, но с некоторым смещением за счет свойства запаздывания и с естественным отклонением от равенства $\Delta\Gamma_z = |\Delta\Gamma_\varphi|$ в обе стороны. При повторном («лучевом») нагружении предсказания модели также подтвердились: диаграммы упрочнения для каждого «луча» стремились к подобным диаграммам пропорционального нагружения при одинаковом в том и другом случае виде напряженного состояния.

Заметим, что для четырех образцов коэффициент $k_{\text{п}}$ [9] приведения диаграммы упрочнения к номинальной такой диаграмме для данного материала можно было принять равным единице, лишь при $k_{\Delta\tau} = 1,9$ оказалось, что $k_{\text{п}} = 1,05$. Поэтому экспериментальные значения напряжений надо увеличить в 1,05 раза, чтобы можно было сопоставлять расчетные и наблюдаемые диаграммы упрочнения. Угловая точка траектории нагружения для данного образца надлежащим образом сдвинута, что и нашло отражение на рис. 2 в виде второго «всплеска» на расчетных диаграммах $\sigma_z(\varepsilon_z)$ и $\sigma_\varphi(\varepsilon_\varphi)$, который соответствует второму звену.

Общий вывод по результатам сложного нагружения таков: если деформированное состояние материала при предварительном нагружении формируется за счет скольжений по двум площадкам T_{ij} , то, когда при смене напряженного состояния и с ростом уровня напряжений скольжения продолжают только по одной из них или в особенности возникают по третьей подобной площадке, это приводит к значительному упрочнению материала по сравнению с тем, каким оно было при предварительном нагружении. Этим эффектом упрочнения можно управлять, как показали проведенные эксперименты, опираясь на модель ортотропного материала, основной прочностной характеристикой которого является сопротивление сдвигу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Леонов М. Я., Нисневич Е. Б., Рычков Б. А. Плоская теория пластичности, основанная на синтезе скольжений // Изв. АН СССР. МТТ. 1979. № 6. С. 43–49.
2. Рычков Б. А. Сложная деформация пластических материалов при нагружениях без поворота главных осей тензора напряжений // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 1. С. 112–119.
3. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехтеоретиздат, 1956.
4. Mises R. Mechanic der plastischen Formänderung von Kristallen // Z. angew. Math. und Mech. 1928. Bd 8, H. 3.
5. Hill R. Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals // J. Mech. and Phys. Solids. 1990. V. 38, N 3. P. 405–417.

6. Косарчук В. В., Ковальчук Б. И., Лебедев А. А. Экспериментальное исследование законов упрочнения начально анизотропных материалов // Пробл. прочности. 1982. № 9. С. 3–9.
7. Греков М. А. Пластичность анизотропного тела // Докл. АН СССР. 1984. Т. 278, № 5. С. 1082–1085.
8. Жигалкин В. М., Рычков Б. А. Анизотропное упрочнение ортотропного материала // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 5. С. 81–86.
9. Жигалкин В. М., Рычков Б. А. Анизотропия от скольжений // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 3. С. 136–144.
10. Бабел Х. В., Эйтман Д. А., Макайвер Р. В. Двухосное упрочнение анизотропных титановых сплавов // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Теорет. основы инж. расчетов: Пер. журн. Trans. ASME. J. Basic Eng. 1967. Т. 89, № 1. С. 15–23.
11. Лебедев А. А., Косарчук В. В., Ковальчук Б. И. Исследование скалярных и векторных свойств анизотропных материалов в условиях сложного напряженного состояния. Сообщение 1. Об условии текучести анизотропных материалов // Пробл. прочности. 1982. № 3. С. 25–31.
12. Жуков А. М. Прочность и пластичность сплава Д16Т при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР. ОТН. 1954. № 6. С. 61–70.
13. Жуков А. М. Механические свойства сплава МА2 при двухосном растяжении // Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 9. С. 56–65.
14. Вавакин А. С., Васин Р. А., Викторов В. В. и др. Предложения по стандартизации представления к опубликованию результатов испытаний в соответствии с ГОСТ 7.33–81 применительно к сложному нагружению // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 6. С. 163–165.

*Поступила в редакцию 3/XI 1993 г.,
в окончательном варианте — 11/X 1994 г.*
