

УДК 624.131.21 + 539.37

**ФОРМИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР
В ПРОЦЕССЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СДВИГОВ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ:
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ**

В. П. Косых, О. А. Микенина

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: v-kosykh@yandex.ru, olgarev@yandex.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Проведена серия лабораторных экспериментов по циклическому деформированию сыпучей среды на приборе однородного сдвига. Стационарные краевые условия в течение сотен тысяч циклов сдвига приводят к нестационарной реакции среды. В среде наблюдаются периоды колебаний напряжений порядка десятков, сотен и тысяч циклов. Причина нестационарной реакции среды связана с периодическим формированием и разрушением системы кластеров и силовых цепочек. С использованием метода дискретных элементов выполнено численное моделирование циклического сдвига сыпучей среды по аналогичной программе нагружения, которое показало адекватность применения указанного численного метода и соответствие полученных результатов данным лабораторных экспериментов.

Сыпучая среда, сдвиг, диаграмма напряжений, кластеры, дискретные элементы, длинные периоды, нестационарная реакция

DOI: 10.15372/FTPRPI20230504

Сыпучие материалы обладают множественностью форм равновесных состояний: при одних и тех же краевых условиях напряженное состояние среды может меняться в широком диапазоне. В этот диапазон входят состояния, близкие к предельным. При достижении предельного состояния среда может исчерпать несущую способность, что приводит к возникновению структур как пространственного типа (появление различных систем трещин, линий скольжения), так и временного типа (квазипериодическое поведение) [1–4]. Временной тип структуры возможен также и в допредельном состоянии, когда стационарные воздействия на среду приводят к ее нестационарной реакции.

В настоящей работе проведено экспериментальное и численное исследование периодического процесса простого сдвига сыпучей среды. Упругое тело всегда дает строго периодическую реакцию на подобное нагружение. В сыпучих средах, как показывают эксперименты и численные расчеты, могут возникать различные временные структуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-17-00008).

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Опыты проводились на приборе простого сдвига (рис. 1). Камера 1, в которую помещался сыпучий материал, представляла собой прямую призму с основанием, имеющим форму ромба со стороной 100 мм. Грани 2 призмы изготовлены из листового дюралюминия толщиной 2 мм, соединялись друг с другом цилиндрическими шарнирами 3. Одна грань призмы закреплялась неподвижно, две смежные грани могли синхронно поворачиваться. Четвертая грань перемещалась поступательно. При вращении ходового винта 4 поперечное сечение камеры трансформировалось: исходный ромб преобразовывался в квадрат или другой ромб и затем возвращался обратно в исходное положение. Дно камеры сформировано набором пластин, расположенных параллельно неподвижной грани на расстоянии 3 мм друг от друга. Концы пластин соединены вертикальными шарнирами с поворачивающимися гранями. В процессе сдвига камеры пластины двигались поступательно, оставаясь параллельными неподвижной стенке. Для герметизации внутреннего объема камера изнутри оклеена тонкой резиновой оболочкой. Стенд нагружения оборудован датчиками силы сдвига 5 и угла сдвига 6, а также датчиками дилатансии и нормальных напряжений (на рис. 1 не показаны). Сигналы с датчиков оцифровывались и записывались с помощью модуля LTR114 одноместного крейта LTR-CEU-1-4. Подробное описание стенда и измерительной аппаратуры приведено в [5].

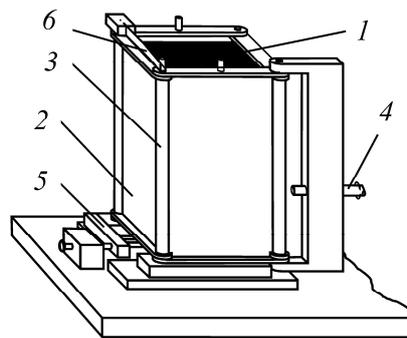


Рис. 1. Прибор простого сдвига (пояснения в тексте)

В начале эксперимента устанавливался отсчетный угол сдвиговой камеры (угол отклонения сечения камеры от квадрата) и формировалась исходная упаковка сыпучего материала путем гравитационной засыпки частиц через воронку с высоты, не превышающей 1 см. Описанный способ формирования приводит к сравнительно рыхлым упаковкам. В процессе засыпки частиц на заданной глубине образца помещался датчик для измерения нормальных напряжений, направленных перпендикулярно неподвижной стенке камеры. На свободной поверхности образца устанавливался датчик для измерения его высоты (датчик дилатансии). После этого включался шаговый двигатель, соединенный с ходовым винтом и проводилось циклическое деформирование образца по заданной программе. В процессе эксперимента осуществлялась непрерывная запись сигналов с датчиков угла сдвига, напряжений, усилий сдвига и высоты образца. Частота дискретизации сигнала составляла 666.7 Гц.

Опыты проводились на кварцевом песке со средним размером частиц 0.3 и 1.5 мм, а также на мраморной крошке с размером зерен 3–5 мм. Число циклов нагружения в опытах достигало трехсот тысяч. Задаваемые параметры в опытах — минимальный α_{\min} и максимальный α_{\max} углы отклонения камеры от среднего положения (рис. 2). Амплитуда угла сдвига составляла $A = (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) / 2$.

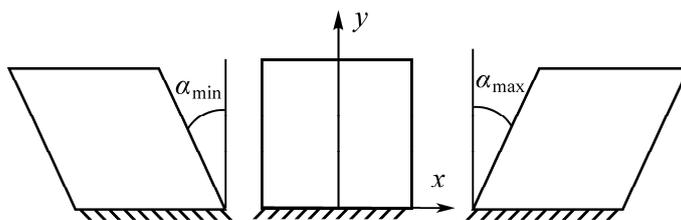


Рис. 2. Схема циклического сдвига

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Первая серия опытов проводилась на речном песке с размером частиц 0.3 мм. Угол сдвига изменялся от $\alpha_{\min} = -2.72^\circ$ до $\alpha_{\max} = +2.86^\circ$ относительно отсчетного положения камеры $\alpha_0 = +0.07^\circ$. Скорость сдвига поддерживалась постоянной на протяжении всего опыта, за исключением точек изменения направления сдвига, и составляла 5.3 град/с. Ускорение торможения и разгона в этих точках не превышало 0.012 град/с^2 .

На рис. 3 приведены экспериментальные диаграммы изменения во времени общего усилия сдвига, высоты образца в камере и нормальных напряжений, действующих на площадке, параллельной неподвижной стенке камеры.

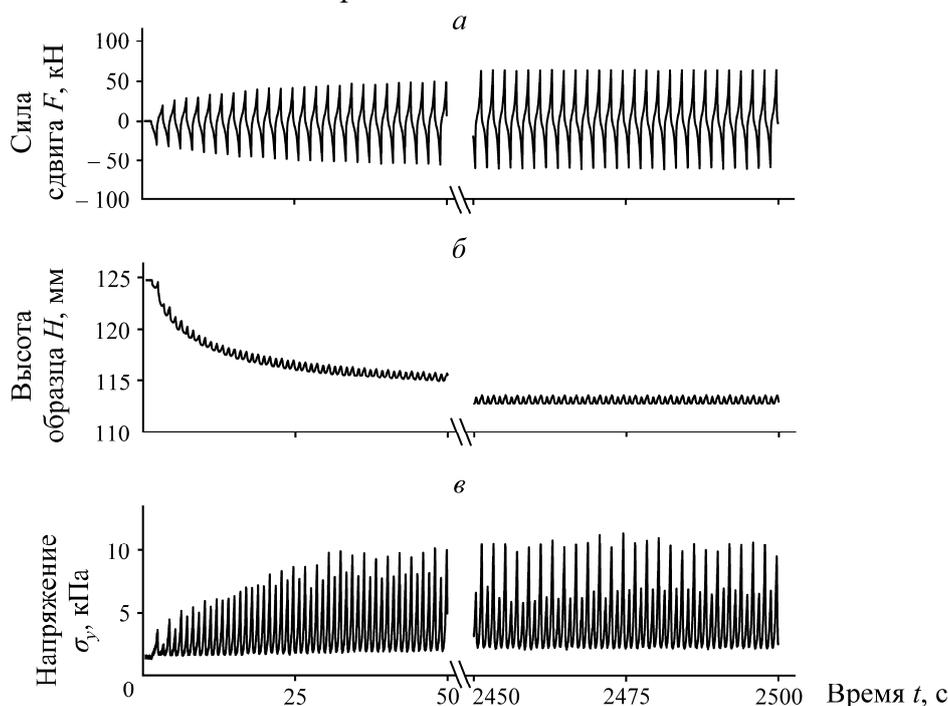


Рис. 3. Диаграммы изменения усилия сдвига (а), высоты образца (б) и нормальных напряжений, перпендикулярных неподвижной стенке камеры (в) в зависимости от времени эксперимента

Из рис. 3а видно, что после начала деформирования в течение определенного времени размах усилия сдвига от цикла к циклу увеличивается. Скорость такого увеличения постепенно уменьшается, и после достаточно большого числа циклов амплитуда усилий стабилизируется. Высота образца со временем постепенно уменьшается (рис. 3б) до определенного предела и далее не меняется. Иными словами, вначале происходит уплотнение материала до некоторого значения, определяемого программой проведения конкретного опыта (амплитуда сдвига, величина пригрузки), в дальнейшем объем образца зависит только от фазы сдвига внутри цикла и не зависит от числа циклов сдвига.

Проанализируем поведение нормальных напряжений в образце. На рис. 3в показана диаграмма изменения этих напряжений в зависимости от времени. На фоне постепенного роста максимальных (пиковых) значений напряжений внутри каждого цикла колебания этих значений носят определенный длиннопериодический характер. Рассмотрим его подробнее. Выберем на диаграмме максимальные напряжения, возникающие при максимальных углах сдвига ($\alpha_{\max} = +2.86^\circ$) и изобразим их в виде зависимости от номера цикла (рис. 4). Продолжительность неустановившейся стадии процесса (стадии роста пиковых напряжений) составляет $\sim 150-200$ циклов. Для следующей стадии характерно колебание максимальных напряжений относительно некоторого среднего значения, равного 12.2 кПа. Размах колебаний относительно среднего значения составляет 33.7%, стандартное отклонение 0.62 кПа.

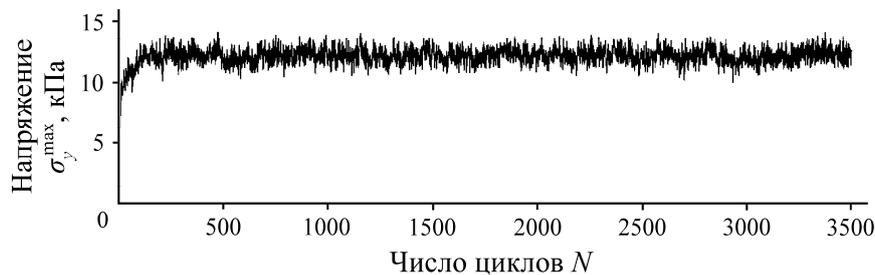


Рис. 4. Зависимость максимальных нормальных напряжений в цикле от числа циклов

Представляет интерес структура полученного временного ряда: является ли этот ряд случайным или самоподобным, имеются ли в нем скрытые периодичности? Для ответа на эти вопросы полученный ряд анализировался с помощью процедуры R/S -анализа (анализ Херста) [6, 7]. По значениям ряда строилась зависимость нормированного размаха напряжений от ширины интервала, на котором этот размах учитывался. Полученная зависимость в диапазоне интервалов 30–800 циклов оказалась близка к линейной (рис. 5а), что указывает на фрактальную структуру ряда. Показатель Херста — коэффициент наклона h полученной прямой. В данном эксперименте он равен $h=0.77$. Это означает, что исследуемый временной ряд не случайный (для случайного ряда показатель Херста $h=0.5$), следовательно, процесс изменения напряжений обладает определенной памятью. На рис. 5б приведен график нормированной спектральной плотности исследуемого ряда [7, 8]. Видны ярко выраженные пики для периодов 230, 500 и 1050 циклов. Наличие пиков означает, что в процессе сдвигов напряжения периодически повторяются, т. е. имеются характерные частоты процесса изменения напряжений.

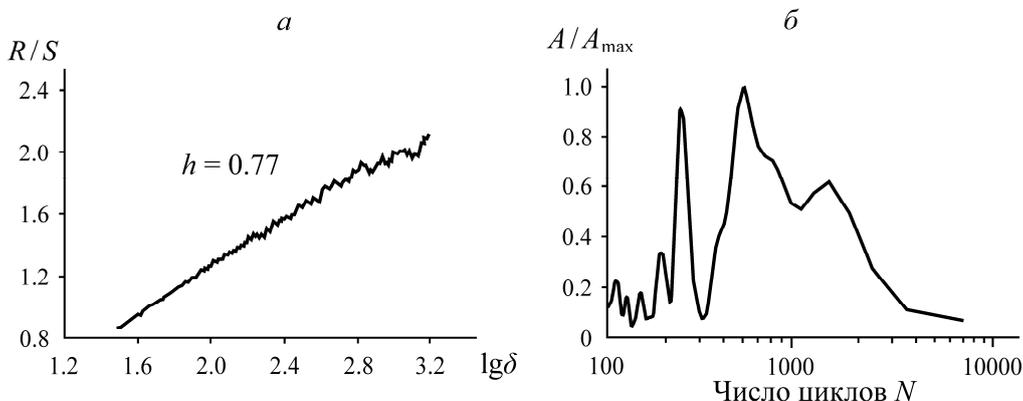


Рис. 5. Зависимость нормированного размаха от ширины интервала (а) и нормированная спектральная плотность (б) для временного ряда максимальных напряжений

Аналогичные результаты получены и для других сыпучих материалов: для песка со средним размером частиц 1.5 мм показатель Херста равен $h=0.76$, характерные периоды повторения напряжений 600 и 1150 циклов при длине ряда 6500 циклов; для материала из мраморной крошки с размером частиц 5 мм показатель Херста $h=0.77$, периоды — 750, 1050, 1170, 10100 циклов при длине ряда 30 тыс. циклов. Отметим, что с увеличением крупности частиц материала размах колебаний напряжений относительно среднего значения возрастает. Для песка со средним размером 1.5 мм он составляет 79 %, для мраморной крошки — 370 %.

ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Численное моделирование циклического сдвига проводилось с помощью метода дискретных элементов (МДЭ). В последние годы он получил достаточно широкое распространение при решении задач механики деформируемого твердого тела, механики горных пород и сыпучих тел [9–14]. В численных расчетах сыпучий материал моделировался набором недеформируемых сферических частиц. Расчеты проведены с помощью программы Altair EDEM™. Силы взаимодействия частиц между собой рассчитывались на основе областей несовместности (перекрывтий) частиц. При подсчете нормальной силы использовался линейный потенциал Гука, для касательной силы — потенциал Миндлина–Дересевича с учетом стадий развивающегося и развитого трения. Параметры частиц выбирались следующие: радиус $R=0.02$ м; плотность 2500 кг/м³; упругий модуль Юнга $E=10^{10}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu=0.25$. Коэффициент сухого трения между частицами и между частицами и ограждающими стенками камеры выбирался равным 0.57, коэффициент восстановления скорости (параметр вязкости) — 0.70, число частиц полагалось равным 22 тыс.

Исходная упаковка создавалась путем гравитационной засыпки заданного числа частиц сыпучей среды в камеру. Далее на стенках камеры задавались условия нагружения, такие же как в лабораторных экспериментах. В каждом численном цикле рассчитывались напряжения, действующие на неподвижную стенку. В процессе расчета записывались напряжения (по 10 значений через равные промежутки времени внутри каждого цикла) и находилось максимальное напряжение σ_y^{\max} внутри каждого цикла. На рис. 6а приведена зависимость изменения напряжений от времени, на рис. 6б — изменение максимальных напряжений в зависимости от числа циклов. Видно, что для деформирования характерно колебание максимальных напряжений относительно некоторого среднего (медленно возрастающего) значения. Анализ дилатансии показал, что с увеличением числа циклов материал необратимо уплотняется.

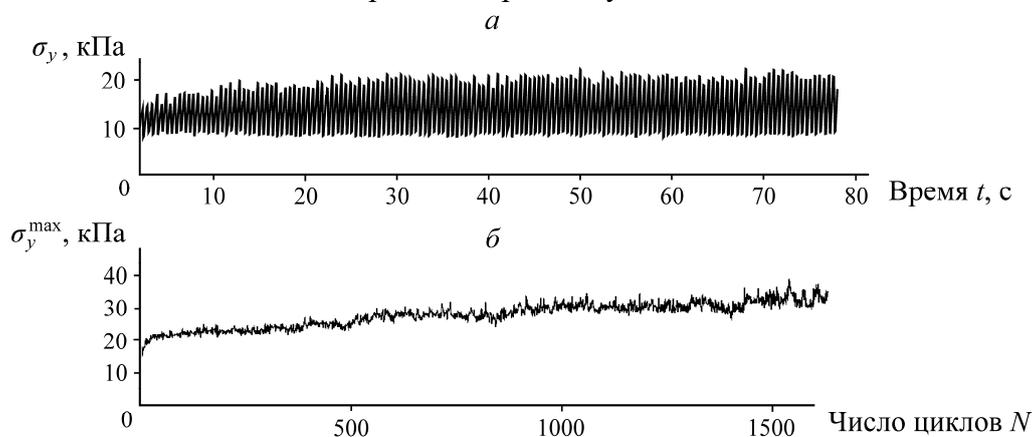


Рис. 6. Расчетные зависимости действующих на неподвижную стенку нормальных напряжений от времени эксперимента (а) и максимальных нормальных напряжений в цикле от числа циклов деформирования (б)

Ряд напряжений (рис. 6б), так же как и экспериментальный ряд (см. рис. 4), имеет фрактальную структуру. Об этом свидетельствует близкая к линейной зависимость нормированного размаха от ширины интервала (рис. 7а) и рассчитанный показатель Херста, равный $h = 0.96$. Построенный на основе данных численного расчета график нормированной спектральной плотности показывает, что максимальные напряжения изменяются с характерными периодами, равными 80, 400 и 1050 циклов.

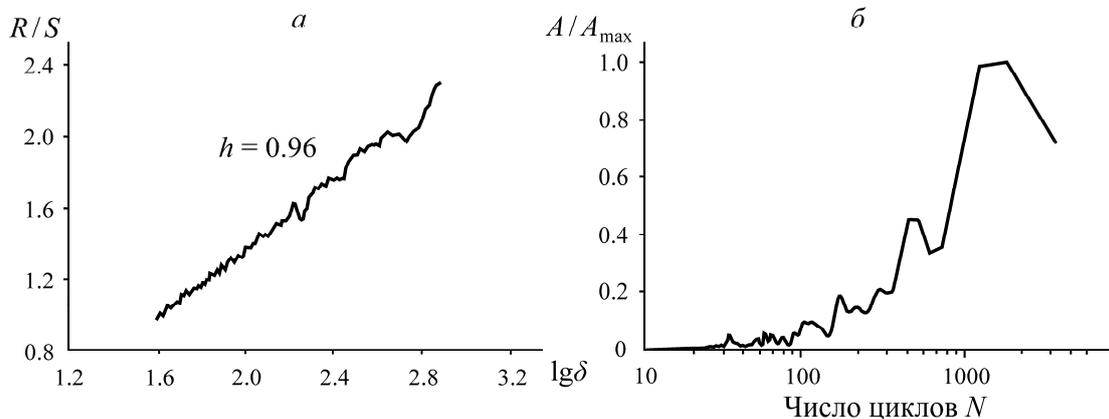


Рис. 7. Зависимость нормированного размаха от ширины интервала (а) и нормированная спектральная плотность (б) для расчетного ряда σ_y^{\max}

Таким образом, числовой ряд пиковых напряжений, полученный в результате численного расчета при моделировании циклического сдвига сыпучей среды, обладает теми же характерными свойствами, что и экспериментальный ряд.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Механизм деформирования сыпучей среды заключается во взаимном проскальзывании частиц и их поворотах. Работа, совершаемая внешними силами, в большей степени расходуется на преодоление сил трения между частицами среды и частично — на изменение упаковки материала (дилатансию). Кривые дилатансии показывают, что стабилизация деформирования происходит в течение первых 100–1000 циклов. Дальнейшее деформирование носит нестационарный характер и сопровождается формированием в материале различных кластеров и силовых цепочек. В целом образец становится неоднородным. По мере увеличения числа циклов сдвига кластеры эволюционируют. Это приводит к изменению пиковых напряжений и появлению колебательных квазипериодических режимов [15–18].

Рассмотрим вопрос об использовании континуальных моделей сыпучих сред для решения задач в сравнении с моделью МДЭ. Любой результат, полученный в рамках континуальной модели, может быть вычислен с любой степенью точности. Поэтому решение задачи о периодическом простом сдвиге при фиксированных и заданных параметрах материала всегда будет носить стационарный характер. В модели метода дискретных элементов это принципиально не так. Если форму, размер частиц и все механические параметры зафиксировать, то макросвойства образца всегда будут определяться с некоторым разбросом. Это связано с тем, что начальная упаковка частиц содержит астрономическое число степеней свободы и не определяется однозначно заданным алгоритмом формирования упаковки. При численной реализации циклических сдвигов метод дискретных элементов описывает появление в среде класте-

ров и силовых цепочек, причем данное описание (и это главное) не носит строго детерминированного характера. Метод адекватно описывает основной эффект, наблюдаемый в реальной сыпучей среде. Подобное описание в рамках континуальных моделей может быть реализовано только за счет введения дополнительных гипотез, опирающихся непосредственно на экспериментальные данные.

ВЫВОДЫ

При стационарных краевых условиях реакция сыпучей среды нестационарна. Причина нестационарности связана с эволюцией внутренней структуры материала, образованием кластеров и силовых цепочек в среде. Наблюдаются длиннопериодические колебания максимальных значений напряжений с периодами порядка десятков, сотен и тысяч циклов.

Для описания нестационарной реакции среды при стационарных краевых условиях детерминированные континуальные модели могут применяться только при введении дополнительных гипотез, опирающихся на экспериментальные данные. Наиболее адекватным для решения этого класса задач является численный метод дискретных элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобряков А. П., Косых В. П., Ревуженко А. Ф. О временных структурах в процессах деформирования сыпучей среды // ФТПРПИ. — 1990. — № 2. — С. 29–39.
2. Ревуженко А. Ф. Механика сыпучей среды. — Новосибирск: ЗАО ИПП “Офсет”, 2003. — 373 с.
3. Журкина Д. С., Клишин С. В., Лавриков С. В., Леонов М. Г. Моделирование локализации сдвигов и перехода геосреды к неустойчивым режимам деформирования на основе метода дискретных элементов // ФТПРПИ. — 2022. — № 3. — С. 13–22.
4. Клишин С. В., Ревуженко А. Ф. Течение сыпучей среды в радиальном канале: локализация сдвигов и образование структуры // ФТПРПИ. — 2023. — № 1. — С. 22–34.
5. Косых В. П., Ревуженко А. Ф. Прибор простого сдвига // ФТПРПИ. — 2021. — № 4. — С. 172–179.
6. Любушин А. А. Фрактальный анализ временных рядов. — М.: РГГРУ, 2006. — 22 с.
7. Лукк А. А., Дещеревский А. В., Сидорин А. Я., Сидорин И. А. Вариации геофизических полей как проявление детерминированного хаоса во фрактальной среде. — М.: ОИФЗ РАН, 1996. — 200 с.
8. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Кн. 1. — М.: Мир, 1974. — 406 с.
9. He Y., Evans T. J., Yu A., and Yang R. Discrete modelling of compaction of non-spherical particles. Powders and grains, 8th Int. Conf. on Micromechanics on Granular Media, 2017, Vol. 140. — 01005.
10. Zhurkina D. S. and Lavrikov S. V. Problem of simple shear in granular medium: Comparison of DEM modeling results and laboratory testing data, AIP Conf. Proc., 2021, Vol. 2448. — 020027.
11. Mollanouri Shamsi M. M. and Mirghasemi A. A. Numerical simulation of 3D semi-real-shaped granular particle assembly, Powder Technol., 2012, Vol. 221. — P. 431–446.
12. Zheng J. and Hryciw R. D. An image based clump library for DEM simulations, Granular Matter, 2017, Vol. 19, Issue 2. — P. 26–41.
13. Tang-Tat Ng, Wei Zhou, and Xiao-Lin Chang. Effect of particle shape and fine content on the behavior of binary mixture, J. Eng. Mechan., 2017, Vol. 143, Issue 1. — C4016008.

14. **Zhao D., Nezami E. G., Hashash Y., and Ghaboussi J.** Three-dimensional discrete element simulation for granular materials, *Eng. Computations: Int. J. for Computer-Aided Eng. and Software*, 2006, Vol. 23, Issue 7. — P. 749–770.
15. **Дрешер А., Йоселен де Йонг.** Проверка механической модели течения гранулированного материала методами фотоупругости // *Определяющие законы механики грунтов* — М.: Мир, 1975. — С. 144–165.
16. **Косых В. П., Микенина О. А.** формирование кластеров при двухосном сжатии сыпучей среды // *ФТПРПИ*. — 2022. — № 4. — С. 11–17.
17. **Кочарян Г. Г., Марков В. К., Остапчук А. А., Павлов Д. В.** Мезомеханика и сопротивление сдвигу по трещине с заполнителем // *Физ. мезомеханика*. — 2013. — Т. 16. — № 5. — С. 5–15.
18. **Вайсберг Л. А., Демидов И. В., Иванов К. С.** Механика сыпучих сред при вибрационных воздействиях: методы описания и математического моделирования // *Обогащение руд*. — 2015. — № 4. — С. 21–31.

Поступила в редакцию 17/VII 2023

После доработки 10/IX 2023

Принята к публикации 15/IX 2023