

УДК 629.735.33.015.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛИ ПАССАЖИРСКОГО САМОЛЕТА ПРИ ПРОДОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ НА БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ

В. И. Петошин, Е. А. Часовников

Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина,
630051 Новосибирск
E-mail: echasovnik@gmail.com

С помощью математической модели, включающей обыкновенное линейное дифференциальное уравнение первого порядка, описаны аэродинамические нагрузки в задачах динамики полета пассажирских самолетов на срывных режимах обтекания. Изложена методика определения параметров математической модели, основанная на аппроксимации экспериментальных частотных характеристик частотными характеристиками линеаризованной математической модели. Проведена верификация математической модели по результатам испытаний в аэродинамической трубе модели современного пассажирского самолета.

Ключевые слова: модель самолета, гармонические колебания, частотные характеристики, математическая модель.

Введение. В настоящее время при решении задач динамики полета самолетов применяется так называемая “традиционная” математическая модель (ММ) [1], в которой аэродинамические нагрузки представляются в виде функций кинематических параметров движения и их первых производных по времени:

$$c = c_{st}(\alpha) + c^{\bar{\omega}z}(\alpha)\bar{\omega}_z + c^{\bar{\alpha}}(\alpha)\bar{\alpha}.$$

Здесь c — коэффициент нормальной силы c_y или момента тангажа m_z в связанной с самолетом системе координат; $c_{st}(\alpha)$ — зависимость коэффициента аэродинамической нагрузки от угла атаки α в установившемся режиме движения; $\bar{\omega}_z = \omega_z b_a / V$ — безразмерная угловая скорость тангажа; ω_z — угловая скорость тангажа; V — скорость полета; b_a — длина средней аэродинамической хорды крыла (характерный размер); $\bar{\alpha} = d\alpha/d\tau$ — безразмерная скорость изменения угла атаки; $c^{\bar{\omega}z}(\alpha)$, $c^{\bar{\alpha}}(\alpha)$ — производные аэродинамических коэффициентов, определенные при гармонических колебаниях с фиксированной приведенной (безразмерной) частотой колебаний $\bar{\omega}$, соответствующей натурной частоте для данного самолета; τ — безразмерное время ($d\tau = dt V/b_a$); t — время.

Экспериментальные исследования моделей пассажирских самолетов показывают, что в срывных режимах обтекания аэродинамические нагрузки существенно зависят от предыстории движения самолета [2, 3], поэтому “традиционная” ММ становится некорректной. Для более точного описания динамики аэродинамических нагрузок при неустановившемся режиме движения самолетов на больших углах атаки требуются другие ММ (см. [4, 5]). Особую актуальность эта проблема приобрела при разработке новых авиационных тренажеров, предназначенных для обучения летчиков методам пилотирования на режимах, при которых значения угла атаки превышают допустимые [6].

Математическая модель. Для математического описания аэродинамических нагрузок в произвольном неустановившемся режиме движения самолета использовалась ММ, предложенная в работе [7] и применявшаяся при моделировании аэродинамических характеристик маневренного самолета и треугольных крыльев малого удлинения [8]. В случае продольного движения эта ММ имеет следующий вид:

$$c = c_* + c_*^{\bar{\alpha}}(\alpha)\bar{\alpha} + c^{\bar{\omega}z}(\alpha)\bar{\omega}_z,$$

$$\bar{T}_c(\alpha) \frac{dc_*}{d\tau} + c_* = c_{st}(\alpha) + \bar{T}_c(\alpha)c_*^\alpha(\alpha)\bar{\alpha}.$$

Здесь составляющая c_* отличается от $c_{st}(\alpha)$ вследствие запаздывания перестроения структуры течения в режиме срывного обтекания; $\bar{T}_c(\alpha)$ — безразмерная постоянная времени, характеризующая длительность аperiodического процесса изменения аэродинамической нагрузки в случае ступенчатого изменения угла атаки; $c_*^{\bar{\alpha}}(\alpha)$, $c_*^\alpha(\alpha)$ — производные аэродинамических коэффициентов, соответствующие большему приведенным частотам колебаний (в режиме автомодельности по этому параметру).

Для определения параметров ММ использовались экспериментальные частотные характеристики (ЧХ), полученные при малой амплитуде вращательных колебаний модели самолета по углу тангажа:

$$W_c^\vartheta(i\bar{\omega}) = \frac{\Delta c(i\bar{\omega})}{\Delta \vartheta(i\bar{\omega})} = P_c^\vartheta(\bar{\omega}) + iQ_c^\vartheta(\bar{\omega}).$$

Здесь $\Delta \vartheta(i\bar{\omega}) = \Theta_0 \exp^{i\bar{\omega}\tau}$ — изменение угла тангажа; Θ_0 — амплитуда колебаний; $P_c^\vartheta(\bar{\omega}) = c^\alpha - \bar{\omega}^2 c^{\bar{\omega}z}$, $Q_c^\vartheta(\bar{\omega}) = (c^{\bar{\omega}z} + c^{\bar{\alpha}})\bar{\omega}$ — действительная и мнимая части частотных характеристик, однозначно связанные с известными комплексами производных аэродинамических коэффициентов [9]; $i = \sqrt{-1}$ — мнимая единица.

В результате линеаризации ММ в окрестности некоторого среднего угла атаки α_0 с учетом кинематической связи при вращательных колебаниях $\Delta \vartheta = \Delta \alpha$ и $d\vartheta/d\tau = \bar{\omega}_z = \bar{\alpha}$ можно записать выражения для ЧХ

$$P_c^\vartheta(\bar{\omega})_{appr} = c_*^\alpha - \frac{c_*^\alpha - c_{st}^\alpha}{(\bar{T}_c \bar{\omega})^2 + 1}, \quad Q_c^\vartheta(\bar{\omega})_{appr} = \left[(c^{\bar{\omega}z} + c^{\bar{\alpha}}) + \frac{c_*^\alpha - c_{st}^\alpha}{(\bar{T}_c \bar{\omega})^2 + 1} \bar{T}_c \right] \bar{\omega},$$

где c_{st}^α — производная $c_{st}(\alpha)$ по углу атаки.

Параметры ММ \bar{T}_c , c_*^α , $c^{\bar{\omega}z} + c^{\bar{\alpha}}$ определялись из условия минимизации целевой функции для каждого среднего угла атаки α_0 :

$$\Phi = \sum_{m=1}^N [(P_c^\vartheta(\bar{\omega}_m)_{appr} - P_c^\vartheta(\bar{\omega}_m))^2 + (Q_c^\vartheta(\bar{\omega}_m)_{appr} - Q_c^\vartheta(\bar{\omega}_m))^2]$$

(N — число экспериментальных значений ЧХ).

Процесс минимизации целевой функции включал два этапа. На первом этапе априорно задаваемый диапазон значений постоянной времени \bar{T} разбивался на n равных интервалов. С использованием метода наименьших квадратов при каждом значении постоянной времени \bar{T}_i определялись остальные параметры ММ, после чего проводились расчеты целевой функции. Из всех вариантов выбирался тот, при котором значение целевой функции было минимальным. Затем в диапазоне значений постоянной времени $\bar{T}_{k-1} - \bar{T}_{k+1}$ (\bar{T}_k — оптимальное значение постоянной времени) вновь проводились расчеты. Критерием окончания расчетов являлось выполнение условия $\Phi_{r+1} - \Phi_r \leq \varepsilon$, где r — шаг итерации; ε — заданная точность. Полученные на последней итерации постоянные времени и остальные параметры ММ принимались в качестве оптимальных для данного среднего угла атаки.

На втором этапе с использованием оптимальных параметров ММ и экспериментальных статических характеристик $c_{st}(\alpha)$ при малом гармоническом воздействии, соответствующем экспериментальному, рассчитывались ЧХ $P_c^\vartheta(\bar{\omega})_s$ и $Q_c^\vartheta(\bar{\omega})_s$. При этом текущие значения коэффициентов аэродинамических нагрузок определялись интегрированием дифференциального уравнения ММ для пяти периодов колебаний. В качестве расчетного принимался последний период. Интегрирование дифференциального уравнения осуществлялось численно с использованием метода Рунге — Кутты четвертого порядка. Расчетные ЧХ определялись в результате численного гармонического анализа расчетных зависимостей $c(\tau)_s$. Установлено, что при некоторых углах атаки расчетные ЧХ не согласуются с экспериментальными. Поэтому параметры ММ уточнялись с помощью метода градиентного спуска. При этом минимизировалась целевая функция

$$\Phi = \sum_{m=1}^{N \times M} [(P_c^\vartheta(\bar{\omega}_m)_s - P_c^\vartheta(\bar{\omega}_m))^2 + (Q_c^\vartheta(\bar{\omega}_m)_s - Q_c^\vartheta(\bar{\omega}_m))^2]$$

(M — число средних углов атаки), рассчитываемая для всех приведенных частот колебаний и средних углов атаки. В качестве начального приближения принимались параметры ММ, определенные на первом этапе.

Верификация математической модели. С использованием аэродинамической трубы Т-203 Сибирского научно-исследовательского института авиации проведена верификация ММ для модели пассажирского самолета с крылом большого удлинения и умеренной стреловидности, выполняющего полет в крейсерском режиме при больших дозвуковых скоростях. Крыло модели имеет следующие основные геометрические параметры: площадь $S = 0,146 \text{ м}^2$, длина средней аэродинамической хорды $b_a = 0,128 \text{ м}$, размах $l = 1,15 \text{ м}$. Испытания проводились на установке, предназначенной для создания вынужденных колебаний, в диапазонах значений скорости потока в рабочей части аэродинамической трубы $V = 20 \div 40 \text{ м/с}$, угла атаки $\alpha_0 = 0 \div 32^\circ$ и частоты колебаний $f = 1,25 \div 4,00 \text{ Гц}$ при двух значениях амплитуды колебаний $\Theta_0 = 3,0; 9,6^\circ$. Число Рейнольдса составляло $Re = (0,17 \div 0,34) \cdot 10^6$, приведенная частота — $\bar{\omega} = 0,02 \div 0,20$.

На рис. 1 представлены типичные экспериментальные ЧХ для околокритического угла атаки $\alpha_0 = 14^\circ$, результаты их аппроксимации частотными характеристиками линеаризованной ММ и расчетные ЧХ. В таблице приведены параметры ММ, определенные изложенным выше методом.

На рис. 2 показаны зависимости безразмерных постоянных времени от угла атаки. Видно, что постоянные времени для нормальной силы и момента тангажа на околокритических углах атаки значительно различаются. Безразмерная постоянная времени для коэффициента нормальной силы слабо зависит от угла атаки, меняясь в диапазоне $\bar{T} \approx 3 \div 7$. Постоянная времени для момента тангажа на околокритических углах атаки существенно возрастает, достигая значений $\bar{T} \approx 15 \div 30$.

Результаты сравнения экспериментальных и расчетных данных представлены на рис. 3–5. Видно, что результаты расчетов и экспериментов удовлетворительно согласуются. Тем не менее следует отметить, что расчетные ЧХ значительно хуже согласуются с экспериментальными ЧХ, чем результаты аппроксимации (см. рис. 1).

Проводилось также сравнение экспериментальных данных и результатов расчетов по “традиционной” ММ, для которой значения комплексов производных $c^{\bar{\omega}z} + c^{\bar{\alpha}}$ были получены в эксперименте при приведенной частоте колебаний $\bar{\omega} = 0,06$, соответствующей натурной частоте при малых углах атаки для данного самолета. Следует отметить, что натурные приведенные частоты колебаний самолетов исследуемого класса при продольном движении составляют $\bar{\omega} \approx 0,04 \div 0,08$. В этом диапазоне значений $\bar{\omega}$ расчеты аэродинамических характеристик для нормальной силы с использованием “традиционной” ММ также

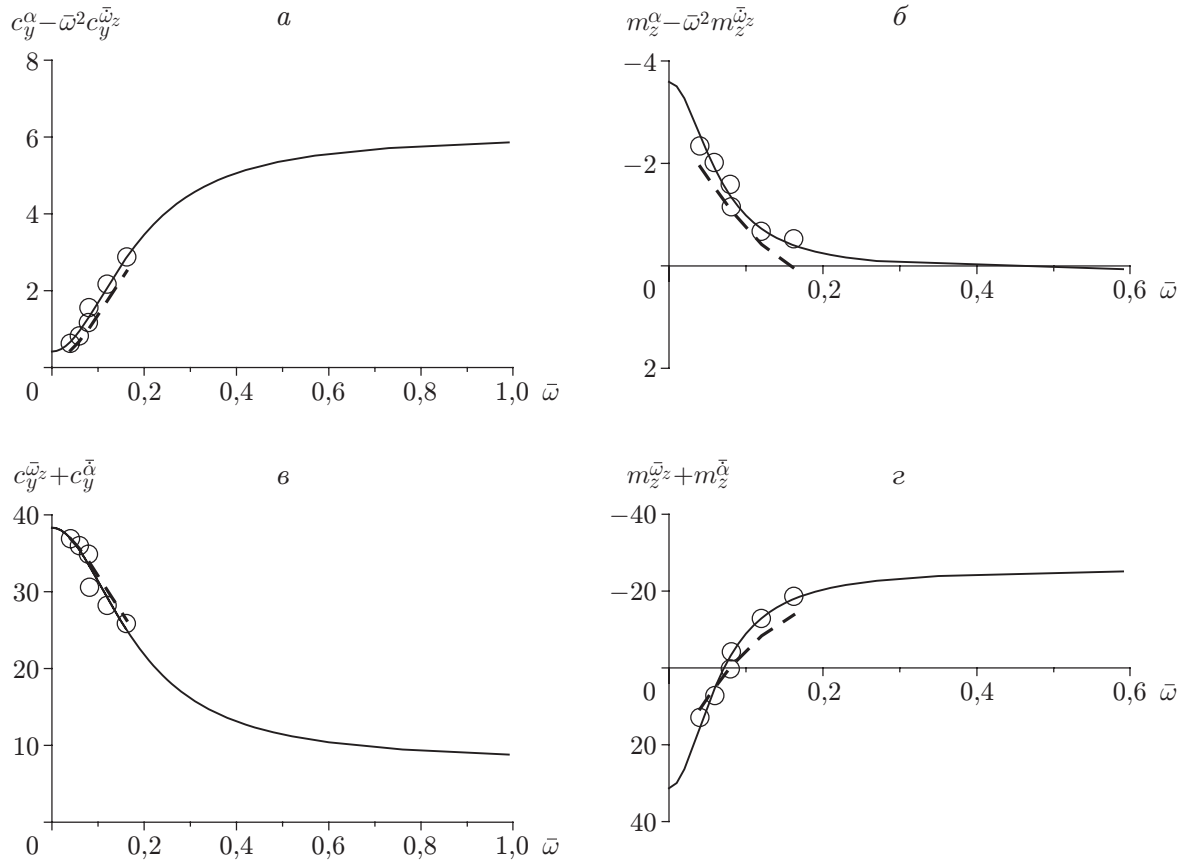


Рис. 1. Зависимости комплексов производных аэродинамических коэффициентов нормальной силы (а, в) и момента тангажа (б, г) от приведенной частоты колебаний при среднем околосреднем угле атаки $\alpha_0 = 14^\circ$ и амплитуде колебаний $\Theta_0 = 3^\circ$:

точки — экспериментальные данные; штриховые линии — результаты расчета, сплошные — результаты аппроксимации

Параметры математической модели

α_0 , град	c_{y*}^α	$c_{y*}^{\bar{\omega}z} + c_{y*}^{\bar{\alpha}}$	\bar{T}_y	m_{z*}^α	$m_{z*}^{\bar{\omega}z} + m_{z*}^{\bar{\alpha}}$	\bar{T}_{M_z}	$c_{y st}$	$m_{z st}$
0	6,86	2,80	6,6	-4,50	-15,0	4,20	0,29	0,066
2	6,30	5,48	5,3	-3,50	-20,4	4,90	0,46	0,030
4	6,71	7,94	2,4	-3,70	-21,0	3,70	0,63	-0,007
6	6,83	10,10	2,6	-4,50	-21,1	2,70	0,80	-0,035
8	5,46	12,40	4,5	-1,49	-26,4	3,10	0,92	-0,051
10	6,02	11,20	4,2	1,30	-28,7	3,60	0,98	-0,027
12	6,86	8,60	5,2	1,61	-27,1	11,00	1,01	-0,038
14	6,05	7,77	5,4	1,30	-25,8	15,40	0,97	-0,177
16	6,02	5,85	4,3	0,41	-23,6	9,35	1,00	-0,241
20	4,48	10,00	4,1	-4,37	-15,7	2,88	1,15	-0,332
24	4,87	7,49	5,4	-1,12	-22,2	29,70	1,32	-0,408
28	4,62	4,54	5,2	-2,18	-19,3	9,35	1,46	-0,463
32	5,21	1,50	5,4	-1,56	-21,1	9,88	1,60	-0,543

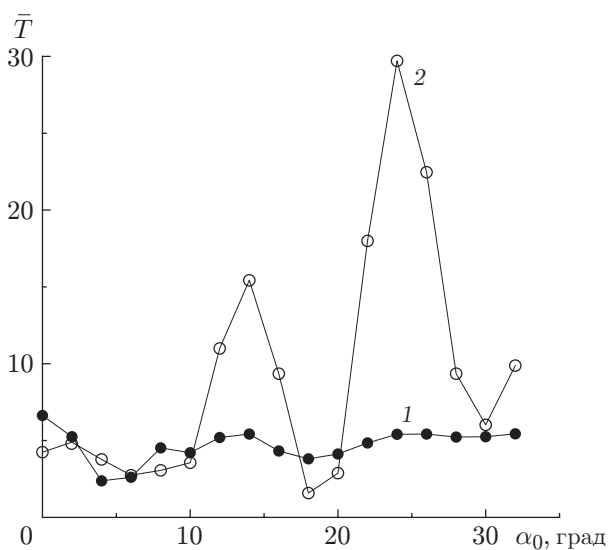


Рис. 2. Зависимость безразмерных постоянных времени для нормальной силы (1) и момента тангажа (2) от угла атаки

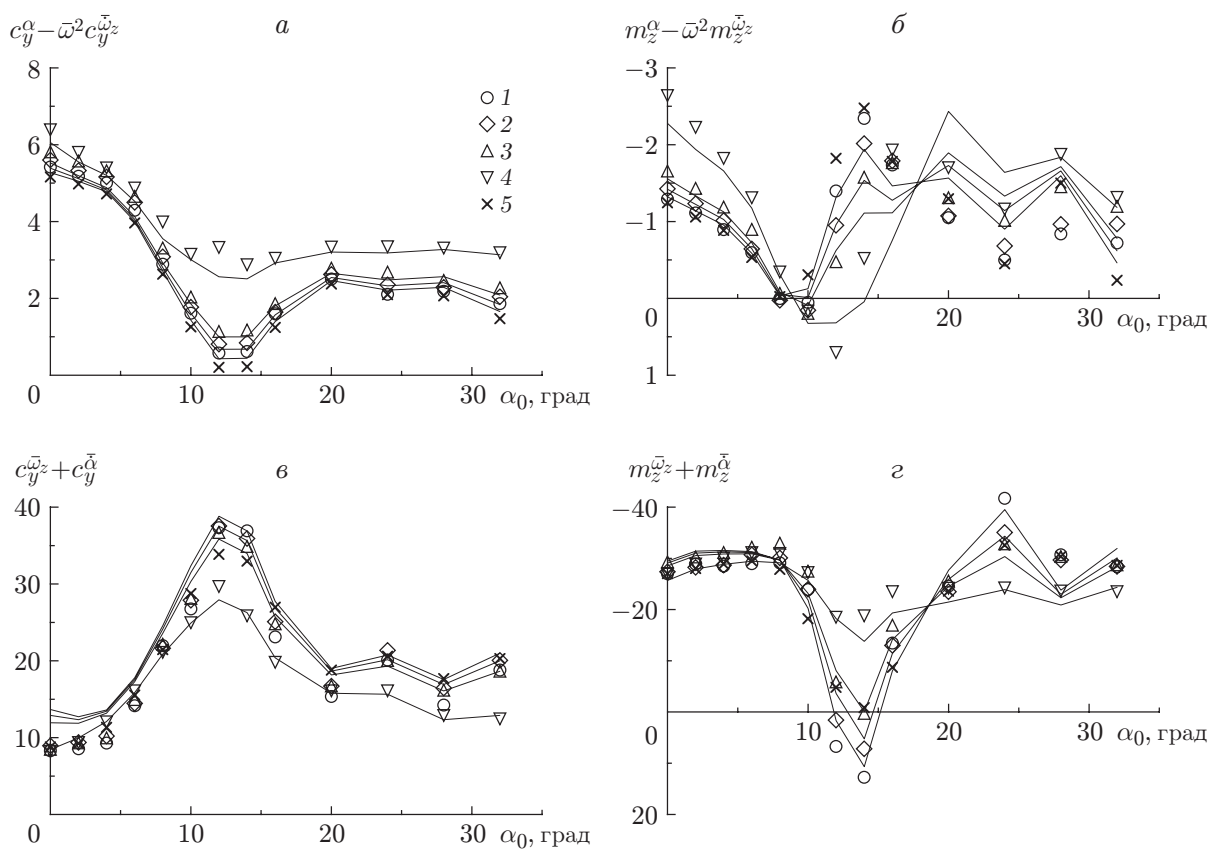


Рис. 3. Экспериментальные и расчетные зависимости комплексов производных аэродинамических коэффициентов нормальной силы (а, в) и момента тангажа (б, г) от угла атаки:

линии 1–4 — результаты расчета, точки 1–4 — экспериментальные данные; 1 — $\bar{\omega} = 0,04$, 2 — $\bar{\omega} = 0,06$, 3 — $\bar{\omega} = 0,08$, 4 — $\bar{\omega} = 0,16$; точки 5 — результаты расчета по “традиционной” ММ

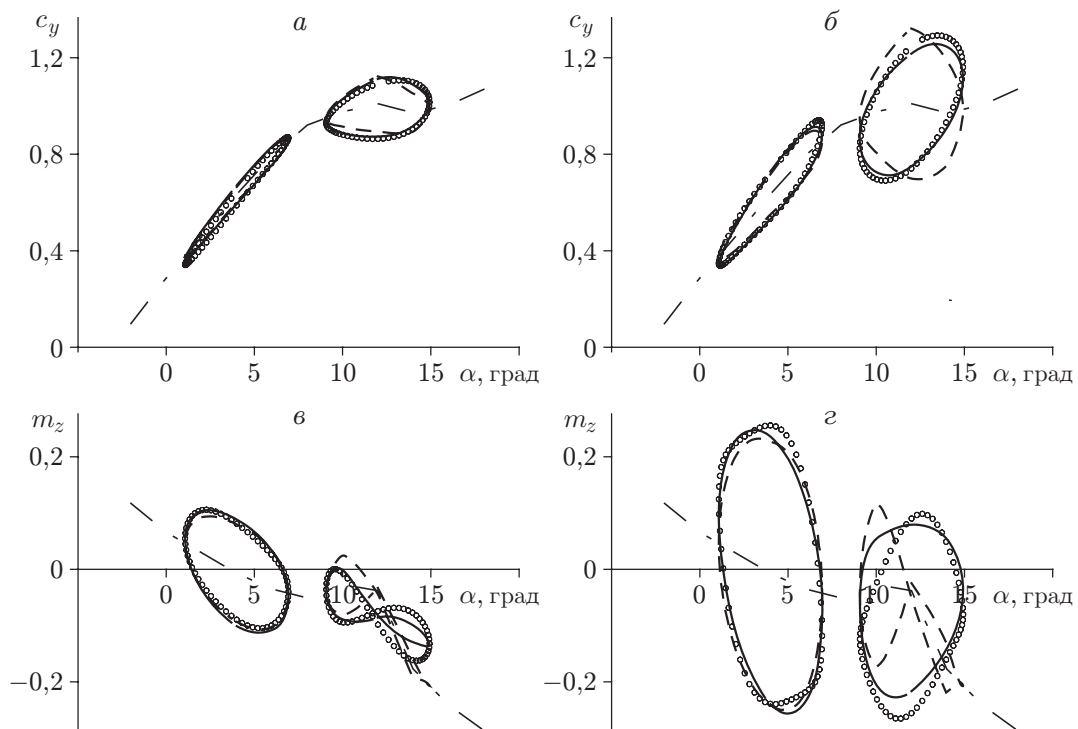


Рис. 4. Экспериментальные и расчетные зависимости коэффициента нормальной силы c_y (а, б) и продольного момента m_z (в, г) от угла атаки при колебаниях модели с малой амплитудой $\Theta_0 = 3^\circ$ относительно средних углов атаки $\alpha_0 = 4, 12^\circ$: а, в — $\bar{\omega} = 0,06$, б, г — $\bar{\omega} = 0,16$; сплошные линии — результаты расчета, выполненного в настоящей работе, штриховые — результаты расчета по “традиционной” ММ, штрихпунктирные — экспериментальные данные для стационарных режимов обтекания; точки — экспериментальные данные

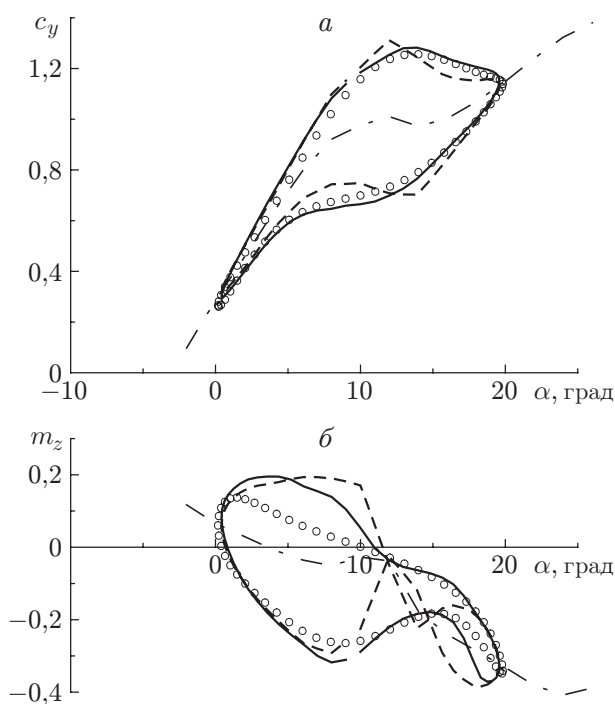


Рис. 5. Экспериментальные и расчетные зависимости коэффициента нормальной силы c_y (а) и продольного момента m_z (б) от угла атаки при колебаниях модели с приведенной частотой $\bar{\omega} = 0,05$ и большой амплитудой $\Theta_0 = 9,6^\circ$ относительно среднего угла атаки $\alpha_0 = 10^\circ$ (обозначения те же, что на рис. 4)

дают удовлетворительные результаты. Что касается коэффициента момента тангажа, то расчеты по “традиционной” ММ при $\bar{\omega} \approx 0,04 \div 0,08$ даже качественно не описывают нестационарные эффекты при околокритических углах атаки.

Заключение. Разработана методика и определены параметры математической модели аэродинамических нагрузок, включающей обыкновенное линейное дифференциальное уравнение первого порядка, для модели типичного пассажирского самолета с крылом большого удлинения в продольном движении. Установлено, что при околокритических углах атаки безразмерные постоянные времени для момента тангажа существенно больше, чем для нормальной силы. Результаты проведенной верификации ММ при гармонических колебаниях по углу тангажа показали, что она с удовлетворительной точностью описывает аэродинамические характеристики в широком диапазоне значений кинематических параметров движения и является более точной по сравнению с “традиционной” ММ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Студнев Р. В. Аэродинамика самолета. Динамика продольного движения / Р. В. Студнев, Г. С. Бюшгенс. М.: Машиностроение, 1979.
2. Квашнина Г. А., Курьянов А. И., Столяров Г. И. Некоторые особенности предельного цикла и переходных процессов движения самолета на больших углах атаки // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1980. Т. 11, № 5. С. 157–161.
3. Столяров Г. И., Жук А. Н., Клюкин Б. М., Наумова Г. А. Исследование переходных процессов возмущенного движения самолета при наличии зон антидемпфирования // Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1982. Вып. 2130. С. 14–24.
4. Колин И. В., Марков В. Г., Суханов В. Л. и др. Методика математического моделирования нестационарных аэродинамических сил и моментов методом обыкновенных дифференциальных уравнений // Авиакосм. техника и технология. 2008. № 1. С. 15–21.
5. Глазков А. С., Жук А. Н., Храбров А. Н. Математическое моделирование нестационарных аэродинамических характеристик в условиях развития отрыва потока при автоколебаниях модели на динамической установке свободных колебаний по тангажу // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 2008. Т. 39, № 4. С. 9–15.
6. Гоман М. Г., Храбров А. Н. Разработка математических аэродинамических моделей для самолетов гражданской авиации на критических режимах полета и проверка их достоверности // Докл. Междунар. конф. “Состояние и перспективы развития авиационного тренажеростроения”, г. Жуковский, 22–23 авг. 2007 г. Жуковский: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 2007. С. 70–78.
7. Прудников Ю. А., Петошин В. И., Часовников Е. А. Математическое моделирование нестационарных аэродинамических характеристик треугольного крыла на больших углах атаки // Вопросы аэродинамики и динамики полета летательных аппаратов: Сб. науч. тр. М.: Центр науч.-техн. информ. “Волна”, 1985. С. 89–94.
8. Часовников Е. А. Нестационарные аэродинамические характеристики модели высокоманевренного самолета на срывных режимах обтекания и их математическое моделирование в задачах динамики полета // Тр. Всерос. науч.-техн. конф. “Аэродинамика и прочность конструкций летательных аппаратов”, г. Новосибирск, 15–17 июня 2004 г. Новосибирск: Сиб. науч.-исслед. ин-т авиации, 2005. С. 63–68.
9. Белоцерковский С. М. Крыло в нестационарном потоке газа / С. М. Белоцерковский, Б. К. Скрипач, В. Г. Табачников. М.: Наука, 1971.

*Поступила в редакцию 23/III 2010 г.,
в окончательном варианте — 27/IV 2010 г.*