

УДК 620.178.6

РОСТ ТРЕЩИНЫ ПРИ ЗНАКОПЕРЕМЕННОМ ЦИКЛЕ НАГРУЖЕНИЯ

В. М. Тихомиров

Сибирский государственный университет путей сообщения, 630049 Новосибирск
E-mail: twm@stu.ru

Исследуется развитие трещины при знакопеременном цикле нагружения. Выведены зависимость скорости роста усталостного дефекта от параметров циклической нагрузки и выражения для определения коэффициента интенсивности напряжения при сжатии тела с трещиной, учитывающие возможный контакт ее берегов. Предложена модель деформирования малой области вблизи вершины трещины, позволяющая сформулировать условия остаточного раскрытия растущей усталостной трещины. Проведено сравнение экспериментальных данных, полученных при испытании образцов из стали, с результатами расчета по разработанной методике.

Ключевые слова: знакопеременный цикл нагружения, усталостная трещина, начальное раскрытие трещины, коэффициент интенсивности напряжений.

Введение. Для анализа развития трещин усталости широко применяются кинетические диаграммы разрушения материала, на которых экспериментальные результаты представляются в виде зависимости скорости роста трещины от амплитуды изменения коэффициента интенсивности напряжений (КИН). На диаграмме имеется три характерных участка, соответствующих различным механизмам роста трещины.

Для первого участка, началу которого соответствует пороговое значение КИН, характерна низкая скорость роста трещины. В диапазоне средних скоростей развития трещины (второй участок) экспериментальные данные удовлетворительно описываются формулой Пэриса

$$\frac{dl}{dN} = C(\Delta K_I)^m, \quad (1)$$

где l — длина растущей трещины; N — число циклов нагружения; ΔK_I — амплитуда изменения КИН; C , m — постоянные коэффициенты. Третий участок соответствует высоким скоростям и неустойчивому росту трещины при приближении максимального значения КИН к его критическому значению.

Для описания диаграммы разрушения предложено большое количество теоретических и эмпирических выражений. Однако общий подход, с помощью которого можно удовлетворительно описать механизм усталостного разрушения металлов, отсутствует. Существующие теоретические модели могут быть разделены на две группы [1]:

— модели, в которых используется величина раскрытия берегов трещины или другие деформационные критерии;

— модели, основанные на интегральных критериях: суммарной пластической деформации, суммарной энергии пластической деформации или суммарном усталостном повреждении материала.

Соотношение (1), входящее в первую группу, получено в предположении, что скорость роста трещины зависит от амплитуды пластических деформаций $\Delta\varepsilon_p$ за один цикл нагружения. Эта зависимость коррелирует с законом Коффина — Мэнсона [2]:

$$N_f = C_1(\Delta\varepsilon_p)^{C_2}.$$

Здесь N_f — число циклов нагружения, которое выдерживает гладкий образец до разрушения; C_1, C_2 — постоянные для исследуемого материала коэффициенты.

Формула Пэриса используется при описании развития трещин как при циклическом растяжении, так и при знакопеременном цикле нагружения. В последнем случае полагается, что фаза сжатия не влияет на продвижение трещины, поэтому независимо от величины сжимающих усилий рассматривается подобие пульсирующего цикла нагружения. Однако из анализа экспериментальных данных [3] следует, что скорость распространения трещин существенно зависит от величины сжимающих циклических усилий. Отмечено также зарождение и развитие усталостных дефектов непосредственно в поле напряжений, возникающих при циклическом сжатии [4].

В данной работе рассматривается методика, позволяющая проводить анализ роста трещины при знакопеременном цикле с учетом накопления усталостных повреждений на полуциклах сжатия.

1. Моделирование упругопластического циклического деформирования области вблизи вершины трещины. В окрестности вершины усталостной трещины, распространяющейся в металлах, образуется пластическая зона, в которой в процессе циклического деформирования происходит накопление повреждений. Для того чтобы качественно описать напряженно-деформированное состояние малого объема, находящегося в вершине растущей трещины, используем стержневую модель. Материал в рассматриваемой области будем считать идеально пластичным и циклически стабильным. На рис. 1 представлена предлагаемая стержневая модель. Средний идеально пластичный стержень моделирует малый объем материала, расположенный в зоне предразрушения. Два симметрично расположенных стержня моделируют упругодеформированный материал, окружающий область пластического течения. Перемещение δ горизонтального абсолютно жесткого стержня системы соответствует раскрытию в вершине трещины. В первом приближении величину δ можно считать зависящей от КИН [2]:

$$\delta = K_I^2 / (E\sigma_y) \quad (2)$$

(E, σ_y — модуль упругости и предел текучести материала соответственно).

Стержневую систему будем нагружать усилием P , циклически изменяющимся во времени: $P = P_a \sin(\omega t) + P_m$ (ω — частота нагружения). Для простоты геометрические параметры всех элементов считаем одинаковыми: площадь поперечного сечения каждого стержня равна A , длина — c .

Максимальный уровень нагрузки выберем из условия обратного течения, которое наблюдается в окрестности вершины трещины в процессе разгрузки. В работе [2] это условие сформулировано следующим образом: величина пластической деформации сжатия (обратного течения) при разгрузке соответствует пластической деформации при растяжении, если предел текучести материала увеличить в два раза. Для рассматриваемой стержневой системы данное условие выполняется при

$$P_{\max} = 9\sigma_y A. \quad (3)$$

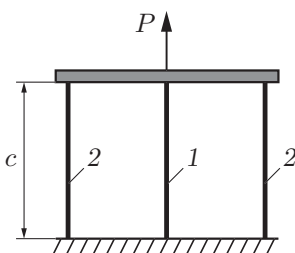


Рис. 1. Упругопластическая стержневая модель:

1 — идеально пластичный стержень; 2 — абсолютно упругий стержень

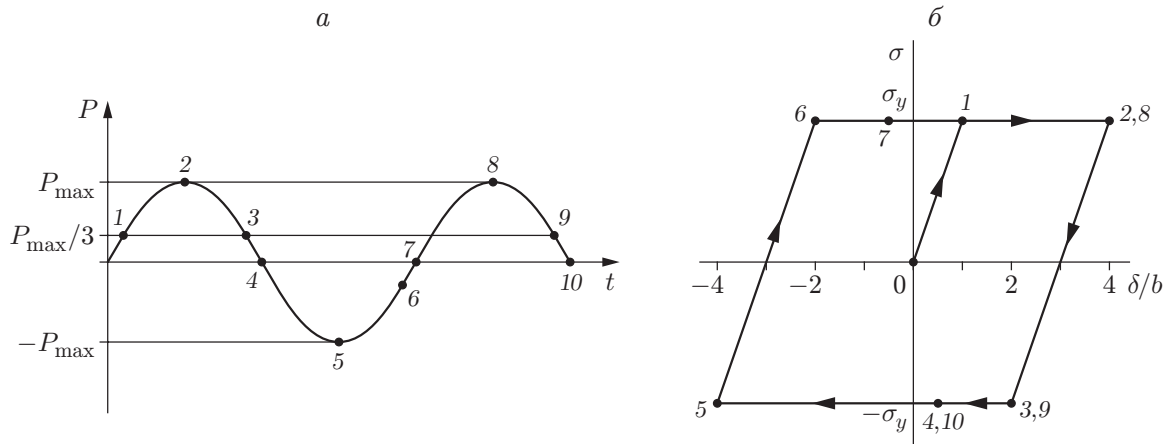


Рис. 2. Изменение нагрузки (а) и диаграмма деформирования идеально пластичного элемента (б) при симметричном цикле нагружения ($b = \sigma_y c/E$)

Сравним упругопластическое деформирование среднего стержня для симметричного (амплитуда цикла $P_a = P_{\max}$, среднее значение $P_m = 0$) и пульсирующего ($P_a = P_m = P_{\max}/2$) циклов нагружения.

На рис. 2 показана диаграмма деформирования, соответствующая симметричному циклу. Рассмотрим подробнее работу стержневой системы при таком режиме нагружения.

С учетом соотношения (3) пластическое течение начинается при нагрузке $P_1 = P_{\max}/3$ и перемещении $\delta_1 = \sigma_y c/E$ (точка 1 на рис. 2). Увеличение нагрузки до $P_2 = P_{\max}$ (точка 2) не влияет на величину напряжения в среднем стержне, а его деформация возрастает до $\delta_2 = 4\sigma_y c/E$. При дальнейшей разгрузке до усилия $P_3 = P_{\max}/3$ (точка 3) напряжение достигает предела текучести при сжатии ($\sigma = -\sigma_y$), а деформация уменьшается: $\delta_3 = 2\sigma_y c/E$. Начинается обратное течение материала (участок между точками 3 и 4), при этом $P_4 = -P_{\max}/3$, $\delta_4 = \sigma_y c/(2E)$. Пластическое деформирование среднего элемента продолжается до достижения максимальной нагрузки сжатия $P_5 = -P_{\max}$ (точка 5), при этом $\delta_5 = -4\sigma_y c/E$. Последующая разгрузка происходит в два этапа: 1) упругое деформирование среднего стержня, которому на рис. 2 соответствует участок между точками 5 и 6 ($P_6 = -P_{\max}/3$, $\delta_6 = -2\sigma_y c/E$); 2) пластическое течение, которому соответствует участок между точками 6 и 7 ($P_7 = 0$, $\delta_7 = -\sigma_y c/(2E)$).

Начало второго цикла нагружения сопровождается пластической деформацией стержня, при этом максимальному усилию на диаграмме соответствует точка 8, которая совпадает с точкой 2 (рис. 2, б). Дальнейшее деформирование стержня продолжается по замкнутому циклу. При этом амплитуда пластических деформаций за один цикл нагружения равна $\Delta\epsilon_p = 6\sigma_y/E$.

На рис. 3 представлена диаграмма деформирования, соответствующая пульсирующему циклу. В этом случае $\Delta\epsilon_p = 3\sigma_y/(2E)$.

Таким образом, при симметричном цикле нагружения значение $\Delta\epsilon_p$ в четыре раза больше, чем при пульсирующем. В то же время с учетом фазы сжатия амплитуда изменения коэффициента интенсивности напряжений больше в два раза. Это позволяет использовать при расчете скорости роста усталостной трещины степенную зависимость, подобную формуле Пэриса:

$$\frac{dl}{dN} = C(K_I^t + K_I^c)^m \quad (4)$$

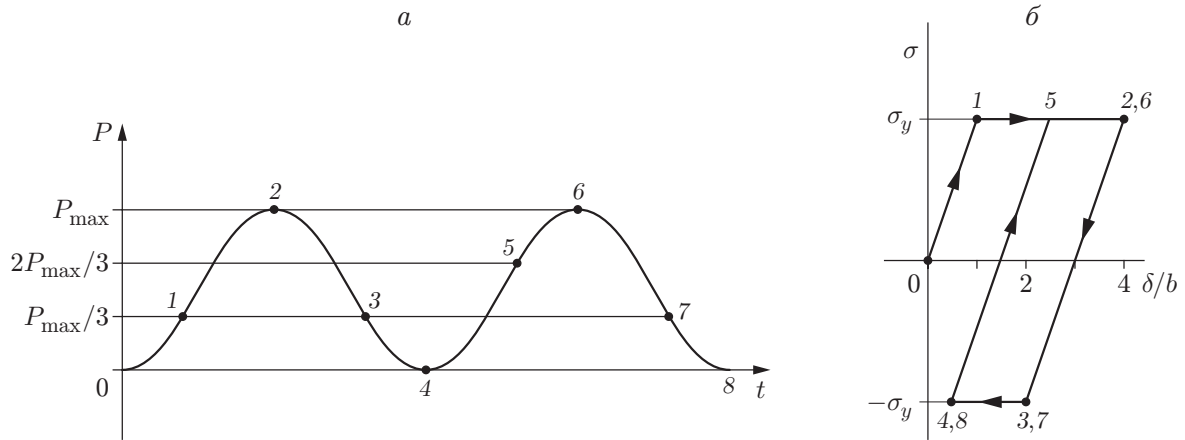


Рис. 3. Изменение нагрузки (а) и диаграмма деформирования идеально пластичного элемента (б) при пульсирующем цикле нагружения

(K_I^t, K_I^c — значения КИН при максимальном растяжении и сжатии соответственно). При расчете величины КИН K_I^c необходимо учитывать возможный контакт берегов трещины.

2. Коэффициент интенсивности напряжений при сжатии. Пусть в ненагруженном состоянии трещина имеет начальное малое раскрытие берегов Δ . Тогда величину КИН K_I^c при сжатии можно определить, используя выражения для относительного перемещения поверхностей разреза v . В случае краевой трещины используем асимптотическое решение [5]

$$v = \frac{4K_I^c}{E} \sqrt{\frac{2r}{\pi}}, \tag{5}$$

где r — координата точки на поверхности разреза, отсчитываемая от его вершины. Для внутренних трещин применимо приближенное выражение [5]

$$v = \frac{4K_I^c}{E} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left(1 - \frac{r}{4l}\right)$$

(l — полудлина внутренней трещины). При использовании этих соотношений возможны два случая.

1. Если $v_{\max} \leq \Delta$ и берега трещины не соприкасаются, то КИН определяется обычными аналитическими или численными методами, как в случае растяжения.

2. Если значение v_{\max} , вычисленное по формуле (5), окажется больше Δ , то берега трещины будут контактировать. Тогда КИН можно определить с учетом того, что при $r = l$ истинное перемещение берегов равно начальному раскрытию Δ .

Для краевых трещин из соотношения (5) получим

$$K_I^c = \frac{E\Delta}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2l}}, \tag{6}$$

для внутренних —

$$K_I^c = \frac{E\Delta}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2l}}. \tag{7}$$

Выражения (6) и (7) справедливы для плоского напряженного состояния. Соответственно при плоской деформации для краевой трещины получим

$$K_I^c = \frac{E\Delta}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2l}},$$

для внутренней —

$$K_I^c = \frac{E\Delta}{3(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2l}}$$

(ν — коэффициент Пуассона).

Таким образом, значение КИН при сжатии тела с трещиной, имеющей постоянное начальное раскрытие берегов в точке ее зарождения, уменьшается при увеличении длины дефекта. Эта зависимость отличается от зависимости КИН при растяжении, которая обычно представляется в виде

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi l},$$

где σ — напряжение на удалении от дефекта; Y — коэффициент формы тела.

3. Раскрытие усталостной трещины при знакопеременном цикле нагружения. Экспериментальные исследования развития усталостных трещин в металлах показывают, что при пульсирующем цикле нагружения наблюдается закрытие трещины [6], одной из основных причин которого является наличие остаточных пластических деформаций в окрестности вершины трещины.

Рассмотрим поведение малого объема материала в вершине трещины, когда совокупность усталостных повреждений, полученных в результате циклического нагружения, достигает критического значения и происходит его разрушение.

Если принять модель деформирования, представленную в п. 1, то при пульсирующем цикле нагружения разрушение будет соответствовать точке 2 на рис. 3, в которой деформация растяжения максимальна. При этом трещина прорастает через рассматриваемую область материала и происходит разгрузка среднего стержня, который моделирует эту область. Снижение внешней нагрузки до нуля приводит к смыканию разрушенных частей исследуемого элемента, его сжатию и пластическому деформированию, которому на рис. 3 соответствует участок между точками 3 и 4. Растяжение системы на следующем цикле нагружения приводит к упругой разгрузке частей разрушенного элемента, который в конечном счете имеет суммарную остаточную деформацию $\delta_r = 3\sigma_y c / (2E)$.

Таким образом, за вершиной растущей трещины находятся объемы материала с остаточными положительными деформациями. В процессе разгрузки образца на каждом цикле это может привести к контактному взаимодействию берегов трещины и соответственно к уменьшению амплитуды изменения КИН.

Аналогично происходит процесс деформирования объема материала при прорастании через него усталостной трещины при нагружении симметричным циклом. Однако в этом случае пластическое деформирование моделируемой области будет продолжаться до максимального значения усилия сжатия (точка 5 на рис. 2). Последующее уменьшение внешней нагрузки до нуля приводит к упругой разгрузке исследуемого объема. В конечном счете рассматриваемый элемент имеет отрицательную остаточную деформацию $\delta_r = -3\sigma_y c / E$. Следовательно, в этом случае при отсутствии внешней нагрузки берега трещины остаются раскрытыми. Наблюдается остаточное раскрытие берегов растущей усталостной трещины.

Очевидно, при некотором значении коэффициента асимметрии цикла R остаточное раскрытие в вершине трещины будет отсутствовать. В рассматриваемом случае $\delta_r = 0$ при $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = -0,41$ (σ_{\max} , σ_{\min} — максимальное и минимальное напряжения на удалении от трещины).

Если максимальное сжимающее усилие увеличить в два раза ($R = -2$), то значение δ_r возрастет в 3,5 раза. Поэтому, учитывая соотношение (2), можно считать, что при $R > -1$ раскрытие в вершине трещины зависит только от значения КИН K_I^c . В процессе

роста усталостной трещины КИН K_I^c возрастает, достигает максимума, а затем начинает уменьшаться (см. п. 2). По-видимому, значение δ_r будет изменяться таким же образом. Необходимо учитывать, что при постоянном коэффициенте асимметрии для внешней нагрузки соотношение K_I^c/K_I^t будет меняться.

Для того чтобы процесс развития усталостного дефекта можно было описать соотношениями (1) или (4), должны выполняться два основных условия:

— при заданных внешних нагрузках амплитуда изменения КИН (ΔK_I или $K_I^t + K_I^c$) должна быть больше порогового значения;

— длина трещины должна быть больше начального раскрытия берегов трещины Δ на несколько порядков.

Раскрытие берегов трещины начинает формироваться уже на этапе ее зарождения, когда микрповреждения сливаются в макротрещину. Предположим, что на этапе зарождения усталостной трещины значение Δ соответствует максимальному значению K_I^c и остается постоянным по мере дальнейшего роста трещины. Тогда можно предположить, что начальное раскрытие усталостной трещины при знакопеременном цикле нагружения с характеристикой $R < -1$ зависит только от значения минимального напряжения цикла:

$$\Delta = a(\sigma_{\min})^2 \quad (8)$$

(a — коэффициент, являющийся постоянным для исследуемого материала и зависящий от его механических характеристик).

4. Анализ экспериментальных результатов. Для проверки предложенной модели роста трещин проведен анализ экспериментальных данных [3].

На рис. 4 показана геометрия пластин, которые испытывались при двух режимах нагружения: 1) $\sigma_{\max} = 47,9$ МПа, $\sigma_{\min} = -95,8$ МПа (коэффициент асимметрии цикла $R = -2$); 2) $\sigma_{\max} = 47,9$ МПа, $\sigma_{\min} = -143,6$ МПа ($R = -3$). Образцы были изготовлены из рельсовой стали марки М76 со следующими механическими характеристиками: условный предел текучести $\sigma_{0,2} = 510$ МПа, временное сопротивление $\sigma_u = 950$ МПа, относительное удлинение при разрыве 6 %, критическое и пороговое значения КИН соответственно $K_{fc} = 35$ МПа \cdot м^{1/2} и $K_{th} = 6$ МПа \cdot м^{1/2}.

Инициатором усталостной трещины служил надрез, выполненный с одной стороны центрального отверстия (рис. 4). Для каждого режима нагружения поэтапно измерялась

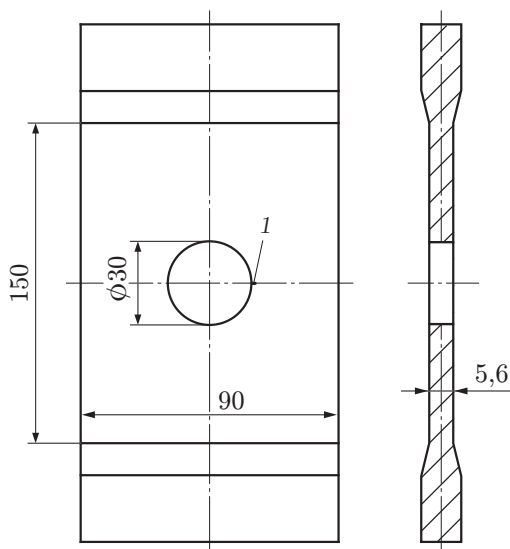


Рис. 4. Геометрия и размеры образца:
1 — надрез, инициирующий трещину

длина трещины при заданном числе циклов. Результаты измерений показаны на рис. 5 точками.

В работе [3] отмечалось, что в рассматриваемом случае скорость роста трещины нельзя определить по формуле Пэриса, считая КИН при сжатии равным нулю. Для проверки справедливости соотношений, предложенных выше, проведен расчет КИН при сжатии и растяжении и определена зависимость этих величин от длины трещины.

Значения K_I^t вычислялись с использованием метода конечных элементов [7]. При этом численное моделирование образца с трещиной и расчет соответствующего КИН проведены для девяти значений длины трещины: 2, 5, 7, 10, 12, 15, 17, 20, 22 мм. Наиболее удобным для представления зависимости K_I^t от длины трещины оказался полином следующего вида:

$$k = K_I^t / \sigma_{\max} = 0,671l^{0,9} - 0,702l^{1,1} + 0,192l^{1,3}, \quad (9)$$

коэффициенты которого вычислены методом наименьших квадратов. В данном выражении, для того чтобы получить значение КИН k , выраженное в метрах в степени $1/2$, необходимо брать длину трещины в миллиметрах.

По результатам численного расчета проведен анализ зависимости перемещения берега трещины v от координаты r . Максимальное отличие расчетных значений v (при $r = l$) от величины раскрытия, определенной по асимптотическому решению (5), составило 3 % при $l = 10$ мм и 6 % при $l = 20$ мм. Это позволило применить для определения значения КИН K_I^c выражение (6). Величина начального раскрытия усталостной трещины Δ , которая входит в это соотношение, рассчитывалась по формуле (8).

Далее по экспериментальным данным (рис. 5) была определена средняя скорость распространения трещины на каждом этапе измерений. Эти результаты были аппроксимированы зависимостью (4) с использованием метода наименьших квадратов. С учетом соотношений (6), (8) и (9) найдены значения постоянных C , m и a : $C = 1,18 \cdot 10^{-10}$, $m = 4,41$, $a = 1,22 \cdot 10^{-10}$ м/МПа².

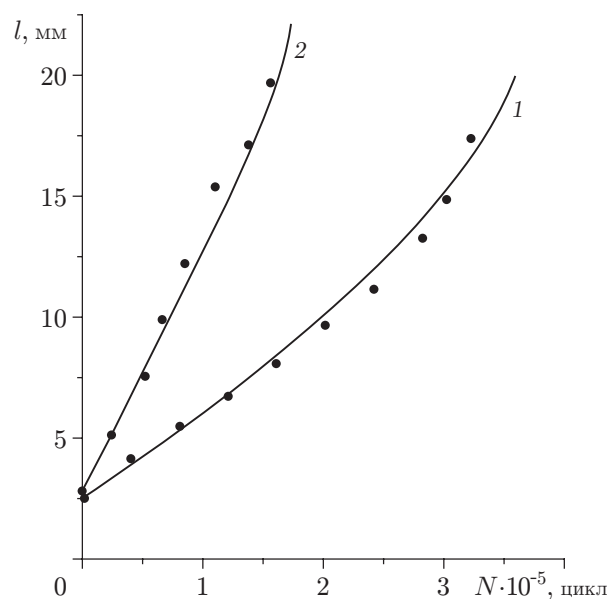


Рис. 5. Зависимость длины усталостной трещины от числа циклов нагружения: точки — экспериментальные данные [3]; линии — результаты расчетов; 1 — развитие трещины при первом режиме нагружения; 2 — то же при втором режиме

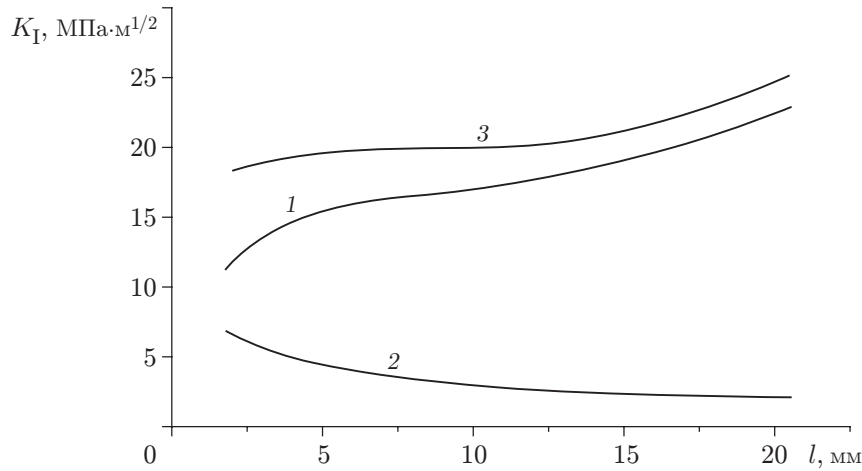


Рис. 6. Зависимости КИН K_I^t (1), K_I^c (2), $K_I^t + K_I^c$ (3) от длины усталостной трещины при первом режиме нагружения

Сравним экспериментальные зависимости N от l с результатами расчета. Интегрируя выражение (4), имеем

$$N(l) = C \int_{l_0}^l (K_I^t(l) + K_I^c(l))^m dl,$$

где l_0 — начальная длина трещины, для которой проводилось первое измерение.

На рис. 5 показаны зависимости $N(l)$ для двух режимов нагружения образца (линии 1, 2). Видно, что расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются.

Проверим условия (см. п. 3), при которых справедливы соотношения (4) и (6). Для этого сначала определим величину начального раскрытия усталостной трещины. В соответствии с уравнением (8) для первого режима нагружения $\Delta_1 = 1,12 \cdot 10^{-3}$ мм, для второго $\Delta_2 = 2,52 \cdot 10^{-3}$ мм. Длина наблюдаемых трещин более чем на три порядка превышает расчетное значение Δ , поэтому трещины можно считать острыми и для вычисления КИН применять асимптотическое решение.

Проведем более подробный анализ значений КИН для первого режима нагружения. На рис. 6 показаны зависимости K_I^t , K_I^c и их суммы от длины l . При длине усталостного дефекта $l > 1$ мм суммарное значение КИН в несколько раз больше K_{th} . При этом значения суммарного КИН $K_I^t + K_I^c$, который в соответствии с выражением (4) определяет скорость роста усталостной трещины, больше значений КИН K_I^t на протяжении всего периода существования усталостной трещины, особенно на начальной стадии ее роста. Достаточно большое различие этих значений свидетельствует о необходимости учета сжатия при знакопеременном цикле нагружения.

Для того чтобы оценить влияние фазы сжатия непосредственно на скорость роста усталостной трещины, сравним результаты испытаний двух подобных по геометрии образцов (см. рис. 4) при циклическом растяжении [3] с полученными данными. Параметры нагружения первого образца: $\sigma_{\max} = 100$ МПа, $\sigma_{\min} = 20$ МПа (коэффициент асимметрии $R = 0,2$); второго — $\sigma_{\max} = 102$ МПа, $\sigma_{\min} = 17$ МПа ($R = 0,17$).

В результате аппроксимации измеренных значений скорости роста усталостной трещины с учетом соотношений (9) получены следующие значения коэффициентов, входящих в формулу Пэриса (1): $C = 0,78 \cdot 10^{-10}$, $m = 4,22$.

Значения параметров C и m меньше значений, рассчитанных при знакопеременном цикле. Следовательно, если выполняется равенство амплитуды изменения КИН ΔK_I и суммы КИН $K_I^t + K_I^c$, то скорость роста усталостной трещины в условиях циклического растяжения будет меньше, чем при знакопеременном цикле. Очевидно, что на полупериоде сжатия появляются дополнительные усталостные повреждения, приводящие к увеличению скорости роста трещины по сравнению со скоростью роста при знакопостоянном цикле растяжения. Различие скоростей может быть вызвано также закрытием трещины (см. п. 3).

5. Выводы. В работе проведен анализ развития усталостной трещины при знакопеременном цикле нагружения. Результаты расчетов на основе предложенной модели упруго-пластического деформирования малой области вблизи вершины трещины позволяют сделать следующие выводы:

— при знакопеременном цикле нагружения характер роста усталостной трещины можно описать зависимостью, подобной формуле Пэриса, учитывая КИН при сжатии;

— наличие полупериода сжатия приводит к раскрытию берегов растущей усталостной трещины, величина которого зависит от параметров нагружения.

Для определения КИН при сжатии образца с трещиной получены зависимости, учитывающие возможный контакт берегов трещины. При этом в процессе роста трещины значение КИН уменьшается, и соответственно для достаточно протяженных усталостных трещин влияние фазы сжатия становится менее существенным.

Анализ экспериментальных результатов показал, что они хорошо согласуются с параметрами роста трещины, рассчитанными с помощью соотношений, предложенных в данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Glinka G.** A notch stress-strain analysis approach fatigue crack growth // *Engng Fracture Mech.* 1985. V. 21, N 2. P. 245–261.
2. **Нотт Дж. Ф.** Основы механики разрушения. М.: Металлургия, 1978.
3. **Крысанов Л. Г., Тырин В. П., Шабанов А. П.** Влияние сжимающих напряжений на развитие усталостных трещин в рельсах // *Повышение надежности верхнего строения пути в современных условиях эксплуатации: Сб. науч. тр. М.: Интекст, 2000. С. 55–59.*
4. **Тихомиров В. М., Суворин П. Г.** Развитие усталостных трещин смешанного типа в образцах из стали // *ПМТФ.* 2004. Т. 45, № 1. С. 135–142.
5. **Тихомиров В. М.** Аналитические зависимости для определения перемещений поверхности разреза в плоских и трехмерных телах // *Экспериментально-расчетные методы исследования задач прочности: Сб. науч. тр. Новосибирск: Сиб. гос. ун-т путей сообщ., 2003. С. 9–33.*
6. **Экспериментальная механика** / Под ред. А. Кобаяси. М.: Мир, 1990. Кн. 2.
7. **Ахметзянов М. Х., Тихомиров В. М., Суворин П. Г.** Определение коэффициентов интенсивности напряжений при смешанном типе нагружения трещин // *Изв. вузов. Стр-во.* 2003. № 1. С. 19–25.

*Поступила в редакцию 26/III 2007 г.,
в окончательном варианте — 10/VIII 2007 г.*