

ОБ ОДНОМ МЕХАНИЗМЕ ОГРАНИЧЕНИЯ РАЗВИТИЯ САМОФОКУСИРОВКИ

В. Н. Алексеенко

(Новосибирск)

Рассмотрим распространение электромагнитных волн в плазме. Будем считать, что

$$E = E(\mathbf{r}) \cos \omega t, \quad \omega \gg \nu_e \delta;$$

$$l / \text{grad } E \ll E,$$

где ν_e — частота столкновений электронов; δ — средняя доля энергии, теряемая электроном при одном ударе; l — длина свободного пробега электронов. Тогда нелинейные тепловые эффекты в неоднородном поле оказываются сильнее стрикционных и разложение диэлектрической проницаемости ε по полю имеет вид [1]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + i\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \int \frac{\exp\left\{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \sqrt{3\delta}}{l}\right\}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} |E(\mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}'.$$

Если $|E(\mathbf{r})|^2$ мало меняется в плазме на расстоянии $l_0 \sim l / \sqrt{3\delta}$ (размер, связанный с температуропроводностью), то

$$(1) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + i\varepsilon_1 + \varepsilon_2^1 |E(\mathbf{r})|^2,$$

что верно и для постоянного поля [1,2].

Отсюда стационарное распространение волн в плазме описывается уравнением для огибающей

$$(2) \quad i\nu_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} = \Delta_{\perp} \psi + in_1 \psi + n_2 \int |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 G(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \psi,$$

где

$$G(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left\{-\frac{\sqrt{z^2+(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \sqrt{3\delta}}{l}\right\}}{\sqrt{z^2+(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2}} dz.$$

На ранней стадии самовоздействия, когда радиальная неоднородность пучка слабая, уравнение (2), согласно (1), эквивалентно

$$i\nu_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} = \Delta_{\perp} \psi + in_1 \psi + n_2^1 |\psi|^2 \psi.$$

Член $in_1 \psi$ ответственный за ослабление волны, однако, как показывает численный эксперимент, если пучок интенсивный, начнется процесс самофокусировки волны. При развитой самофокусировке член, ответственный за затухание, становится мал по сравнению с нелинейным членом, при этом становится существенной неоднородность поля

$$(3) \quad i\nu_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} = \Delta_{\perp} \psi + n_2 \int |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 G(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \psi.$$

Уравнение (3) имеет следующие интегралы движения [3]:

$$(4) \quad I_1 = \int |\psi(\mathbf{r}, z)|^2 d\mathbf{r},$$

$$I_2 = - \int |\text{grad } \psi(\mathbf{r}, z)|^2 d\mathbf{r} + \frac{i}{2} \int \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\psi(\mathbf{r}, z)|^2 |\psi(\mathbf{r}', z)|^2.$$

Сделаем оценки, показывающие, что развитие самофокусировки приостановится вследствие температуропроводности.

Если A — амплитуда пучка, L — его характерный размер, из (4) следует

$$A^2 L^2 \sim \text{const.}$$

Член $\int |\text{grad } \psi|^2 d\mathbf{r} \geq L^2 A^2 / L^2 \sim 1/L^2.$

При самофокусировке $L \rightarrow 0$, и для ее существования необходимо, чтобы член

$$\int \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\psi(\mathbf{r}, z)|^2 |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 d\mathbf{r} d\mathbf{r}'$$

рос не медленнее $1/L^2$. Для $r \leq l_0$

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \approx 2 \ln(l_0 / \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2}),$$

т. е. видно, что

$$\int \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\psi(\mathbf{r}, z)|^2 |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \sim \ln \frac{1}{L}.$$

Тем самым показано, что развитие самофокусировки будет приостановлено на масштабах $L \sim l_0$, где l_0 — размер, связанный с температуропроводностью в плазме. Следует заметить, что для применимости изложенного необходимо выполнение ограничения на длину волны электромагнитных волн λ

$$l \ll \lambda \ll l_0, \text{ где } l_0 \sim 50l.$$

Поступила 23 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич А. В. К теории нелинейных эффектов при распространении радиоволн в ионосфере. — «Геомагнетизм и аэрономия», 1965, т. V, № 1, с. 70.
2. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. Нелинейные явления в плазме, находящейся в переменном электромагнитном поле. — «Усп. физ. наук», 1960, т. 70, № 201, с. 393.
3. Алексеенко В. Н. Об интегралах движения нелинейных уравнений типа Шредингера. — «Дифф. уравнения», 1976, т. 12, № 6, с. 1121.