

ЭЛЕКТРОПОРОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАПИЛЛЯРОВ ПО РАДИУСАМ

И. Г. Абдульманов, С. П. Глушко, В. В. Кадет, В. И. Селяков
(Москва)

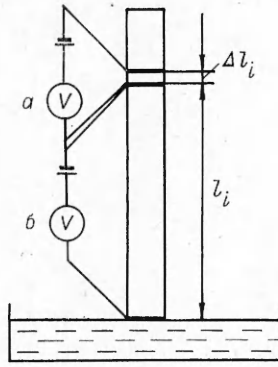
Во многих задачах, связанных с рассмотрением микроструктуры пористых материалов, требуется знать функцию плотности распределения (ФПР) пор и поровых каналов по размерам. В настоящее время в порометрической практике наибольшее распространение получил метод ртутной порометрии, главным достоинством которого является простота пересчета экспериментальных данных в искомую ФПР. Однако этот метод обладает и существенными недостатками, как чисто технологическими [1], так и принципиальными: зависимость результатов восстановления ФПР от размеров исследуемого образца [2]; неадекватность модели бесконечных цилиндрических пор (БЦП), положенной в основу метода ртутной порометрии (МРП), большому классу реальных поровых структур — кавернозным и зернистым средам [3]. Дело в том, что в МРП экспериментально находится объем закачанной в образец ртути в зависимости от приложенного внешнего давления, что в дальнейшем интерпретируется как проникновение ртути во все более мелкие капилляры связки БЦП. При этом не учитывается, что поровое пространство таких сред состоит из существенно разномасштабных подсистем пор-узлов и пор-связей, и, следовательно, проницаемость такого образца определяется для данного давления критическим размером пор-связей, но основная часть объема вдавненной ртути при этом сосредоточивается в порах-узлах, что приводит к неверной интерпретации экспериментальных данных.

Таким образом, при исследовании процессов, в которых основную роль играет система проводящих капилляров, возникает проблема разработки такого метода, в котором источником информации о ФПР является величина, слабо зависящая от размеров и даже наличия крупномасштабной подсистемы пор-узлов. Причем, учитывая структуру порового пространства кавернозных и зернистых сред, необходимо отказаться от модели БЦП как физической модели среды. Альтернативой в данном случае может служить решетчатая модель (РМ), более адекватно по сравнению с моделью БЦП описывающая топологию порового пространства. Что касается вопроса о выборе источника информации, то здесь вместо измерения объема несмачивающей ртути, закачиваемой в образец, может быть предложено измерение удельной электропроводности различных участков образца, насыщенного смачивающим электролитом в поле силы тяжести. Покажем, что это позволяет устранить влияние подсистемы пор-узлов.

Анализ чувствительности метода электропорометрии по отношению к подсистемам пор разного масштаба. Частный случай справедливости модели БЦП. Если первоначально не насыщенный образец одним из торцов погружен в емкость со смачивающим электролитом (рис. 1), в нем возникает убывающее с высотой распределение насыщенности. Это связано с тем, что смачивающая жидкость поднимается по вертикальному капилляру радиуса $r(l)$ в поле силы тяжести на высоту

$$(1) \quad l = (2\gamma \cos \theta) / (\rho g r(l)),$$

где γ — коэффициент поверхностного натяжения; θ — краевой угол смачивания; ρ — плотность жидкости; g — ускорение свободного падения. Вообще говоря, вертикальные капиллярные цепочки в РМ не изолированы, однако можно считать, что с точностью до некоторого коэффициента пропорциональности доля насыщенных пор на высоте l определяется критическим радиусом $r(l)$, связанным с l соотношением (1). Тогда удельная электропроводность в вертикальном направлении будет функ-



Р и с. 1

цией насыщенности и, следовательно, высоты и может служить источником информации о распределении пор по размерам.

Проведем измерения удельной электропроводности на высотах $\{l_i\}$ в достаточно узких слоях $\Delta l_i \ll l_i$ (рис. 1, а) так, чтобы в пределах измеряемого участка образец можно было считать насыщенным однородно. Оценим удельную электропроводность произвольного участка образца и вклад, вносимый в эту величину подсистемами пор-узлов и пор-связей. Пусть удельная электропроводность электролита σ_e , а скелета образца $\sigma_s = 0$. Очевидно, электропроводность материала в вертикальном направлении будет определяться вертикально ориентированными цепочками за-

полненных электролитом пор. Учет поперечных связей между ними в данном случае приведет к появлению в расчетах поправочного коэффициента порядка единицы, что для оценок несущественно. Рассмотрим единичный куб элемента образца. Если d — полуширина решетки, а κ — доля вертикальных цепочек в единичном объеме, заполненных электролитом, то концентрация таких цепочек на поверхности поперечного сечения единичной площади $N_s = \kappa/(4d^2)$ — в каждой цепочке звенья соединены последовательно, поэтому проводимость вертикальной цепочки $\sigma_i = \left(\sum_{j=1}^{N_l} R_j^i \right)^{-1}$ (R_j^i — сопротивление j -го звена в i -й цепочке, $N_l = 1/(2d)$ — число звеньев в цепочке).

Оценим вклад каждой из подсистем в значения σ_i , считая, что характерный радиус узлов $r_b = d/2$, а связи имеют форму цилиндров с характерными радиусами $r_s \ll d$ и длинами $l \sim d$. В таком случае для сопротивлений звеньев цепочек имеем $R_s \sim (1/\sigma_e)(d/r_s^2)$, $R_b \sim (1/\sigma_e)(d/d^2)$, отношение которых есть $\epsilon = R_b/R_s \sim (r_s/d)^2 \ll 1$. Это значит, что $\sigma_i \approx \left(\sum_{j=1}^{N_l/2} (R_s)_j^i \right)^{-1} \sim \sigma_e r_s^2$, откуда получаем оценку удельной электропроводности материала

$$(2) \quad \sigma_0 \sim \sum_{i=1}^{N_s} \sigma_i \sim \sigma_e (r_s/d)^2.$$

Соотношение (2) показывает, что удельная электропроводность образца, состоящего из разномасштабных подсистем пор-узлов и пор-связей, зависит лишь от сопротивления связей. Следовательно, в предлагаемом методе электропорометрии (МЭП) можно перейти от РМ с объемными узлами к РМ с точечными узлами, в которой объем, электрическое и фильтрационное сопротивление узлов равны нулю. Свойства такой решетки (с точки зрения МЭП) определяются ФПР пор-связей по радиусам. Значит, радиусы различных звеньев капиллярных цепочек любой ориентации одного порядка (в отличие от цепочек с узлами, где на каждом периоде решетки стыкуются разномасштабные капилляры $r_s \ll r_b \sim d$), что позволяет установить реальное соответствие между капиллярами переменного радиуса и цилиндрическими капиллярами с некоторыми эффективными радиусами.

Введем некоторые дополнительные упрощающие предположения: будем считать решетку простой кубической, а вектор напряженности приложенного электрического поля \mathbf{E} — коллинеарным вертикальным ребром решетки. При выбранных ориентации и типе решетки существенную роль играют лишь вертикальные цепочки капилляров (поперечные связи в силу перпендикулярности вектору \mathbf{E} слабо влияют на общую картину течения тока в среде). В такой модели среды можно вновь исполь-

зывать приближение БЦП, которое в рамках МЭП оказывается существенно более обоснованным и адекватным, чем в методе ртутной порометрии. При этом, основываясь на модели БЦП, удается аналитически в явном виде решить как прямую, так и обратную задачу электропорометрии.

Пусть поровое пространство образца состоит из системы вертикальных цилиндрических пор, распределенных по радиусам с ФПР $f(r)$. Установим в такой системе связь между интегральной электропроводностью участка образца σ как функцией высоты l и ФПР капилляров по радиусам (схема измерения представлена на рис. 1, б). Учитывая, что все поры соединены параллельно, получим

$$\sigma(l) = \sum_{i=1}^{n_l} \frac{1}{R_i} \Big|_{r_i < r(l)} = SN_s \pi \int_0^{r(l)} f(r) \sigma_e(r^2/d) dr,$$

где S — площадь поперечного сечения образца; n_l — общее количество насыщенных пор в образце на высоте l .

Введем среднеквадратичный радиус на высоте l согласно формулам $\langle r^2 \rangle_l = \frac{\sigma(l)l}{\sigma_e \pi S N_s} = \int_0^{r(l)} f(r) r^2 dr$. Переходя к пределу при $l \rightarrow 0$, имеем

$$\langle r^2 \rangle_{l=0} = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\sigma(l)l}{\sigma_e \pi S N_s} = \int_0^{\infty} f(r) r^2 dr.$$

Рассмотрим функцию $X = \langle r^2 \rangle_l / \langle r^2 \rangle_{l=0}$, которая может быть выражена как через $\sigma(l)$, так и через $f(r)$:

$$(3) \quad X = \frac{\sigma(l)l}{\lim_{l \rightarrow \infty} [\sigma(l)l]} = \int_0^{r(l)} f(r) r^2 dr / \langle r^2 \rangle_{l=0}.$$

Очевидно, $\lim_{l \rightarrow 0} [\sigma(l)l] = \sigma_0 S$ (σ_0 — удельная электропроводность полностью насыщенного образца). Поэтому $X = \sigma(l) / (\sigma_0 S)$ однозначно связана с $\sigma(l)$ и экспериментально измеряема. С другой стороны, продифференцировав равенство (3) по $r(l)$ и учтя условие нормировки $\int_0^{\infty} f(r) dr = 1$, находим

$$(4) \quad f(r(l)) = \frac{1}{r(l)^2} \frac{dX}{dr(l)} \Big|_{r(l)} = \frac{1}{r(l)^2} \frac{dX}{dr(l)} dr(l).$$

Учитывая связь между $r(l)$ и l , определяемую соотношением (1), а также X с $\sigma(l)$, можно в выражении (4) перейти к переменной l :

$$(5) \quad f\left(\frac{G}{l}\right) = \frac{1}{G} l^2 \frac{d(\sigma(l)l)}{dl} \Big|_0^{\infty} \int_0^{\infty} l^2 \frac{d(\sigma(l)l)}{dl} dl \quad (G = 2\gamma \cos \theta / \rho g).$$

Таким образом, измеряя экспериментально интегральную проводимость $\sigma(l)$ для соответствующей последовательности значений l , по формуле (5) можно однозначно восстанавливать ФПР капилляров по радиусам.

Если отказаться от жестких ограничений на тип решетки и ее ориентацию и считать их произвольными, приближение БЦП оказывается неприемлемым и необходимо использовать РМ. Однако надо подчеркнуть, что использование РМ сопряжено с большими трудностями, и в настоящее время в этом направлении делаются только первые шаги. Достаточно сказать, что даже решение прямой задачи (расчет макроскопических характеристик при заданной ФПР) чрезвычайно сложное и пока прово-

дится преимущественно численно на ЭВМ [4—6]. Решение обратной задачи для РМ, т. е. восстановление ФПР по заданным макрохарактеристикам как функциям переменных внешних условий, вообще в литературе не рассматривалось.

Прямая задача МЭП в случае произвольной структуры капиллярной сетки. Один из возможных подходов к решению этой проблемы состоит в приближенном рассмотрении РМ, допускающем аналитическое решение прямой задачи с тем, чтобы полученная при этом аналитическая связь ФПР с некоторыми макрохарактеристиками могла быть затем обращена, по крайней мере, каким-либо численным способом.

Реализуем вначале первую часть предложенной программы — найдем приближенное аналитическое решение прямой задачи МЭП. Будем считать, что экспериментальные измерения проводятся по схеме, приведенной на рис. 1, а. Предположим также, что, как и прежде, на высоте l насыщены лишь капилляры с радиусами меньше критического $r(l)$, определяемого формулой (1). Тогда, считая ФПР капилляров по радиусам известной, а систему бесконечной, поскольку размеры образца намного больше периода решетки, найдем проводимость такой среды.

Поставленная задача — одна из классических задач теории перколяции — задача расчета проводимости решетки по связям (проводимость отдельного капилляра связана с его радиусом соотношением $q = \sigma_e \pi r^2/d$). Решение такой задачи, за исключением случая классической решетки Бетэ, в принципе возможно только численными методами [7], в силу чего оно не может быть использовано в дальнейшем для решения обратной задачи. Необходимая аналитическая связь $\sigma(l)$ с ФПР капилляров по радиусам может быть, однако, получена приближенно в модели эффективной среды [7, 8], которая позволяет приближенно получать результаты, удовлетворительно согласующиеся с результатами точных расчетов перколяционных задач. Заметные расхождения ($\sim 20\%$) наблюдаются

лишь вблизи порога протекания $p_c = \int_0^{r_c} f(r) dr$ (r_c — радиус, соответствующий порогу протекания), который является структурной константой, определяемой типом решетки. Поэтому, если считать, что измерения $\sigma(l)$ проводятся не слишком высоко, так что $\int_0^{r(l)} f(r) dr \gg 1,2p_c$, использование МЭС оказывается вполне законным.

Основная идея модели эффективной среды состоит в том, что сетка случайных сопротивлений заменяется такой же сеткой одинаковых «эффективных сопротивлений» при условии неизменности проводимости всей среды в целом. Тогда, как показано в [8], проводимость одного звена эффективной среды q_m определяется из уравнения

$$(6) \quad \int_0^{\infty} f_0(q) \frac{q_m - q}{(z/2 - 1)q_m + q} dq = 0.$$

Здесь $f_0(q)$ — ФПР связей по проводимостям; z — число ближайших соседей для данного типа решетки. В дальнейших выкладках удобнее перейти от соотношения (6) для q_m к аналогичному выражению для r_m . Для этого учтем связь между проводимостью капилляра и его радиусом, а также равенство случайных величин при их функциональной зависимости [9]: $f_0(q) dq = f(r) dr$. В результате можно переписать (6) в виде

$$\frac{1}{(z/2 - 1)} \int_0^{\infty} f(r) dr + \int_0^{r(l)} f(r) \frac{r_m^2 - r^2}{(z/2 - 1)r_m^2 + r^2} dr = 0, \text{ откуда, учитывая условие нормировки } f(r), \text{ получаем окончательное уравнение для } r_m:$$

$$(7) \quad \int_0^{r(l)} \frac{zr^2}{(z/2 - 1)r_m^2 + r^2} f(r) dr = 2.$$

Для определенности в последующих расчетах положим $z = 6$, что отвечает простой кубической решетке. Тогда уравнение (7) примет вид

$$(8) \quad \int_0^{r(l)} \frac{r^2}{2r_m^2 + r^2} f(r) dr = \frac{1}{3},$$

из которого, например, видно, что для указанного типа решетки порог протекания p_c , определяемый в модели эффективной среды, равен $1/3$. Точное значение этой величины, установленное в теории перколяции, равно $1/4$. Для получения надежного критерия применимости МЭС возьмем $p_c = 1/3$. Тогда уравнение (8) применимо для описания проводимости рассмотренной РМ в диапазоне $r' < r < \infty$, где r' определяется из условия

$$(9) \quad \int_0^{r'} f(r) dr = 0,4.$$

Зная ФПР капилляров по радиусам из (8) с учетом (1), можно найти $r_m(l)$ и, следовательно, проводимость

$$(10) \quad \sigma(l) = \sigma_e \pi \left[\frac{r_m(l)}{d} \right]^2 \frac{S}{\Delta l}$$

(интервалы измерения Δl_i для простоты считаем одинаковыми и равными Δl), что и решает прямую задачу МЭП для выбранной РМ.

Обратная задача МЭП. Аналитический и численный подходы. Перейдем теперь к рассмотрению обратной задачи МЭП для данной РМ. Будем считать, что значения $\sigma(l)$ измерены в эксперименте на k различных высотах, удовлетворяющих условию (9), и восстановим по этим данным ФПР капилляров по радиусам. По формулам (1) и (10) $\sigma(l)$ может быть легко пересчитана в эффективные радиусы $r_m(r(l))$. В результате возникает математическая задача решения интегрального уравнения Вольтерра первого рода, которое представляет собой соотношение (8) относительно неизвестной функции $f(r)$. Сложность задачи заключается в том, что аналитическая зависимость ядра этого уравнения от верхнего предела, точнее $r_m(r(l))$, неизвестна. Кроме того, входящая в ядро функция $r_m(r(l))$ должна определяться из эксперимента и, следовательно, всегда будет содержать измерительную погрешность. В таких условиях задача отыскания решения интегрального уравнения (8) некорректна и классические методы для ее решения неприменимы. Для нахождения ФПР на основе (8) необходимо использовать какой-либо регуляризованный метод, устойчивый к малым погрешностям во входных данных.

Одна из возможностей состоит в сведении интегрального уравнения (8) к системе линейных алгебраических уравнений с последующим решением ее методом регуляризации. В данной работе для перехода к системе алгебраических уравнений был использован метод аппроксимирующих функций, основанный на разложении искомой ФПР по некоторой системе линейно-независимых функций. Поскольку априорная информация о поведении ФПР обычно очень ограничена, трудно предпочесть одну систему аппроксимирующих функций другой. В этом случае можно воспользоваться известной теоремой Вейерштрасса о разложении любой функции в степенной ряд [10]:

$$(11) \quad f(r) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i r^i.$$

Из общих соображений можно считать, что $f(r)$ отлична от нуля лишь на интервале $[r_1, r_2]$ (r_1 — минимальный, а r_2 — максимальный радиусы капилляров). Оставляя в разложении (11) конечное число членов, после

подстановки его в (8) получаем

$$(12) \quad \sum_{i=-n}^n a_i F_{ik} = \frac{1}{3} \quad (k = 1, \dots, m),$$

$$\text{где } \bar{F}_{ik} = \int_0^{(r(l))_k} \frac{r^{2+i}}{r^3 + 2(r_m)_k} dr.$$

Использование непосредственно системы (11) привело бы к системе уравнений с бесконечным числом неизвестных, которая не имеет однозначного решения.

При $m > 2n + 1$ соотношение (12) представляет собой переопределенную систему алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения $\{a_i\}$ с неточно заданной матрицей F_{ik} . Для нахождения нормального псевдорешения этой системы может быть использован метод регуляризации [11, 12], причем параметр регуляризации следует выбирать согласованным с погрешностями входных данных. Однако количественно оценить погрешность использования РМ для описания структуры порового пространства невозможно, поэтому фактически погрешность задания матрицы F_{ik} неизвестна и для выбора оптимального параметра регуляризации обычное условие невязки оказывается неприменимым. Вместо него могут быть использованы критерии квазиоптимальности или отношения [11], не требующие знания погрешностей входных данных.

Предложенный метод был апробирован на модельной задаче восстановления известной ФПР:

$$(13) \quad f(r) = \begin{cases} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \frac{1}{r^2}, & r_1 \leq r \leq r_2, \\ 0, & r > r_2, r < r_1 \end{cases} \quad (r_1 = 1, r_2 = 14).$$

При этом в прямой задаче для заданной выражением (13) $f(r)$ и выбранного множества верхних пределов $\{(r(l))_k\}$ методом Ньютона — Равсона решалось трансцендентное уравнение (8) и определялись $\{r_m((r(l))_k)\}$. Из условия (9) предварительно находился порог применимости модели эффективной среды r' , и все $(r(l))_k$ выбирались из отрезка $[r', r_2]$.

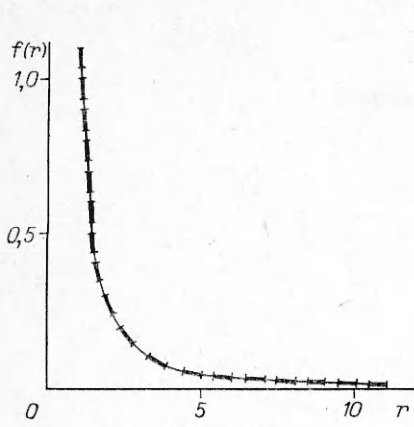
Найденная зависимость $r_m((r(l))_k)$ применялась в качестве исходных данных для решения обратной задачи МЭП путем решения системы (12) методом регуляризации с использованием критерия квазиоптимальности. В качестве аппроксимирующей была выбрана система функций, убывающих с увеличением радиуса:

$$f_{\text{app}}(r) = \begin{cases} \sum_{i=0}^n \frac{a_i}{r^{2+i}}, & r_1 \leq r \leq r_2, \\ 0, & r > r_2, r < r_1. \end{cases}$$

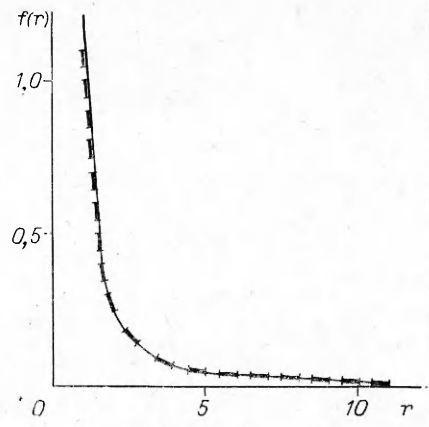
К системе (12) при этом добавлялось еще одно уравнение, отвечающее

$$\text{условию нормировки ФПР: } \sum_{i=0}^n a_i F_{i,m+1} = 1 \quad \left(F_{i,m+1} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^i} dr \right).$$

На рис. 2, 3 приведены результаты решения обратной задачи по восстановлению модельной ФПР (13) (штрихами показана истинная кривая $f(r)$). В первом случае (рис. 2) для решения исходной задачи использовались точные входные данные, а во втором (рис. 3) — в $\{(r_m)_k\}$ после решения прямой задачи вносились погрешности $\sim 1\%$. Видно, что при адекватном выборе системы аппроксимирующих функций и небольших погрешностях в исходных данных искомая ФПР восстанавливается с хорошей точностью.



Р и с. 2



Р и с. 3

Для изучения влияния погрешностей, вносимых неадекватным выбором системы аппроксимирующих функций, была восстановлена ФПР $f(r) = 6(r_2 - r)(r - r_1)/(r_2 - r_1)^3$, $r_1 = 1$, $r_2 = 4$ при прежнем выборе $f_{app}(r)$.

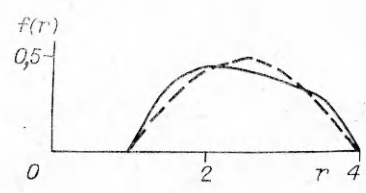
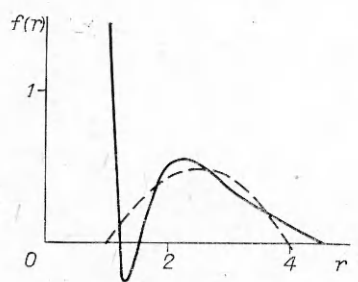
Результаты восстановления приведены на рис. 4 (штриховой линией для сравнения изображена точная ФПР). Видно, что хотя в целом исходная ФПР восстанавливается приблизительно верно, но из-за принципиальной невозможности достаточно близко аппроксимировать точную ФПР выбранной системой функций на концах интервала задания наблюдаются значительные погрешности. Отсюда ясно, что для адекватного выбора $f_{app}(r)$ необходима дополнительная априорная информация, касающаяся качественного поведения $f(r)$. В этом случае можно ожидать высокой степени точности при восстановлении $f(r)$, причем результат будет представлен в аналитическом виде. Если же условие получения восстанавливаемой $f(r)$ в виде аналитического выражения не обязательно и допустимо представление искомой $f(r)$ в виде графика, то может быть предложена следующая процедура.

Заменяем интеграл, стоящий в левой части уравнения (8), интегральной суммой согласно какой-либо квадратной формуле. Например, разбивая интервал $[r_1, r_2]$ сеткой $\{r_i = r_{i-1} + h, h = (r_2 - r_1)/(n + 1), i = 1, \dots, n\}$ и используя формулу трапеций, получим

$$(14) \quad \sum_{i=1}^{i_k} f_i A_{ik} = \frac{1}{3},$$

$$\text{где } f_i = f(r_i); A_{ik} = \begin{cases} \frac{r_i^2}{r_i^2 + 2(r_m)_{ii}^2}, & 1 < i < i_k, \\ \frac{1}{2} \frac{r_i^2}{r_i^2 + 2(r_m)_{ik}^2}, & i = 1, i = i_k \end{cases} \quad (r_{ik} = (r(l))_k).$$

Теперь система (14) может быть решена методом регуляризации, как это описано выше. В результате будут получены значения искомой



Р и с. 5

Р и с. 4

ФПР $\{f(r_i)\}$ в выбранном наборе точек $\{r_i\}$. На рис. 5 приведены результаты решения обратной задачи МЭП по восстановлению модельной ФПР (штриховая линия) на основе использования системы (14).

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольфович Ю. М., Богоцкий В. С. и др. Методы эталонной порометрии и возможные области их применения в электрохимии // Электрохимия.— 1980.— Т. 16, вып. 11.
2. Чирков Ю. Г., Ростокин В. И. О влиянии размеров исследуемого образца на характер ртутно-порометрических кривых // Электрохимия.— 1981.— Т. 17, вып. 6.
3. Чирков Ю. Г., Черненко А. А. К вопросу об интерпретации результатов ртутной порометрии // Электрохимия.— 1979.— Т. 15, вып. 5.
4. Ентов В. М., Фельдман А. Я., Чен-Син Э. П. Программное моделирование процесса капиллярного вытеснения в пористой среде // Программирование.— 1975.— № 3.
5. Ентов В. М., Фельдман А. Я., Юдин В. А., Чен-Син Э. П. Численное моделирование равновесия и движения несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ.— М., 1980.— Деп. в ВИНТИ 10.05.80, № 3608—80.
6. Манучарянц Э. О., Мишина А. Ю., Юдин В. А. Моделирование неравновесного вытеснения несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ // Всесоюз. семинар «Современные проблемы и математические методы теории фильтрации»: Тез. докл.— М., 1984.
7. Займан Дж. Модели беспорядка.— М.: Мир, 1982.
8. Киркпатрик С. Перколяция и проводимость // Теория и свойства неупорядоченных материалов.— М.: Мир, 1977.— Вып. 7.
9. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика.— М.: Наука, 1979.
10. Ахиезер П. И. Лекции по теории аппроксимации.— М.: Наука, 1965.
11. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1979.
12. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация.— М.: Наука, 1983.

Поступила 13/IV 1987 г.

УДК 533.95

ЭФФЕКТ «СКОЛЬЖЕНИЯ» РАЗРЯДА, СТАБИЛИЗИРОВАННОГО СТЕНКАМИ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО КАНАЛА

Е. Н. Васильев, В. С. Славин, П. П. Ткаченко
(Красноярск)

Взаимодействие дугового разряда, обжатого диэлектрическими стенками канала, с газовым потоком в магнитном поле достаточно подробно исследовано теоретически и экспериментально [1]. Такой разряд — своеобразный плазменный поршень в потоке, так как протекание газа возможно лишь вблизи стенок, в области пограничных слоев. Этот тип взаимодействия осуществляется в каналах МГД-генераторов и рельсотронов. В МГД-генераторе приложенная к плазменному поршню электродинамическая сила $I \times B_0$ тормозит поток [2, 3], а в рельсотронах, наоборот, ускоряет [4]. При этом следует ожидать, что скорость дрейфа разряда относительно газового потока v_D совпадает по направлению с действием силы $I \times B_0$, в случае же идеального непроницаемого поршня должно выполняться условие $v_D = 0$. Однако эксперименты [5, 6] показали, что при определенных условиях разряд движется относительно газового потока в сторону, противоположную действию электродинамической силы.

Цель настоящей работы — установить механизм возникновения дрейфа разряда и изучить динамику формирования его структуры при воздействии тормозящей электродинамической силы.

Рассмотрим дуговой разряд, являющийся непроницаемым поршнем в сверхзвуковом потоке газа. Ток в разрядной области поддерживается индуцированным электрическим полем, которое определяется выражением $E = (K - 1)uB_0$, где K — коэффициент нагрузки, характеризующий внешнюю электрическую цепь; u — скорость дуги относительно стенок канала; B_0 — индукция внешнего магнитного поля. Такой тип дуги