

## ПОЛЕ НАПРЯЖЕНИЙ НЕЗАВЕРШЕННОГО СДВИГА И КОМБИНАЦИИ НЕЗАВЕРШЕННЫХ СДВИГОВ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ УПРУГИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

В. В. Неверов

Новокузнецкий педагогический институт, 654027 Новокузнецк

Рассмотрено поле напряжений незавершенного сдвига и эффекты, обусловленные упругим взаимодействием незавершенных сдвигов.

**Определение незавершенного сдвига и связь его с дислокациями.** Незавершенный сдвиг (НС) представляет собой участок плоскости сдвига, на котором сдвиговые смещения больше, чем на остальной части плоскости, где состояние считается упругим. Представление о НС используется для описания пластической деформации упругих тел. Одномерные кристаллические модели НС для его края в направлении сдвига (модели краевой дислокации Френкеля — Конторовой, Косевича) [1] приводят к симметричному распределению сдвиговых смещений атомов относительно края НС. Это распределение принимается в качестве граничного условия при решении двумерной упругой задачи и предопределяет упругое поле, симметричное относительно линии, проходящей через атомную экстраплоскость (модель краевой дислокации Пайерлса — Набарро) [1]. В [2] поле НС найдено путем решения плоской упругой задачи непосредственно (без использования результатов одномерной модели). Это поле отличается от поля Пайерлса — Набарро и, в частности, не обладает указанной выше симметрией. В [2] рассмотрен перенос массы пластическими сдвигами и показано распределение в упругом поле НС только относительной дилатации (гидростатического давления).

По теореме Вейнгартена [3] дислокации Вольтерра, если не делать специальных предположений о форме разреза, могут быть созданы только в многосвязном теле и в том случае, если разрез, краям которого задаются жесткие смещения, уменьшает связность тела. НС строится в односвязном теле, поэтому приводит к образованию дислокации Сомилианы. Естественно считать, что в кристаллах, т. е. в телах, обладающих трансляционной симметрией, относительные смещения точек краев разреза равны вектору трансляции, а следовательно,  $u = \text{const}$ , если не на всей, то на значительной части длины разреза. Поэтому дислокации в кристаллах принято моделировать дислокациями Вольтерра. Однако во многих случаях нет оснований предполагать, что относительные смещения точек краев разреза есть величина постоянная (края разреза смещаются, как жесткое целое). К таким случаям относятся сдвиги по границам зерен, по границам фаз, в аморфных телах, по поверхностям контакта твердых тел, т. е. ситуации, в которых трансляционная симметрия на поверхностях разреза нарушена. Действительно, смещения на участке НС по принятому определению НС не связаны с вектором трансляции, поэтому атомное соответствие на участке НС не предполагается. Представление о НС можно использовать для описания сдвигов в кристаллах, если  $u \neq \text{const}$ , например, когда сдвиг связан с большим числом

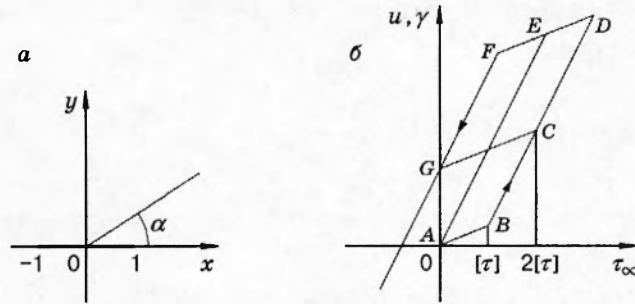


Рис. 1

трансляционных дислокаций либо с прослойками двойников или фаз мартенситных превращений, толщина которых не является постоянной.

Величина смещений на участке НС, а следовательно, и поле, связанное с НС, зависят от внешнего поля. В терминах дислокаций описываются остаточные поля. Пластическая деформация определяется полями, действующими в нагруженных телах. Выбор в качестве структурных элементов незавершенных сдвигов вместо дислокаций позволяет описывать поля как в ненагруженных, так и в нагруженных телах.

Таким образом, имеется две причины для изучения НС: новизна упругого поля и новые области приложения. В данной работе исследованы упругое поле НС для плоской модели во внешнем поле напряжений, переходящем на бесконечности в однородный сдвиг, и эффекты, обусловленные упругим взаимодействием незавершенных сдвигов.

**Образование НС и его вклад в макродеформацию.** Рассмотрим бесконечную плоскость во внешнем однородном сдвиговом поле напряжений с максимальными касательными напряжениями  $\tau_\infty$ , направленными под углами  $\alpha$  и  $\alpha + \pi/2$  к оси  $x$  (рис. 1, а, здесь и далее участки НС показаны утолщенными отрезками). Пусть  $[\tau]$  — критическое сопротивление сдвигу на участке  $-1 < x < 1$ ,  $y = 0$ , а  $\alpha = 0$ . Пока  $\tau_\infty \leq [\tau]$ , деформация упругая (отрезок  $AB$  на рис. 1, б, где показана зависимость проекции сдвигового смещения  $u \equiv u_x$  в начале координат и относительной деформации макросдвига  $\gamma$  от напряжения  $\tau_\infty$ ). Когда с увеличением  $\tau_\infty$  выполняется условие

$$\tau_\infty > [\tau], \quad (1)$$

сдвиговые смещения на участке растут и становятся большими (пластическими) по сравнению с упругими смещениями на остальной части плоскости. Создается НС. Макроскопическая пластическая деформация сдвига, обусловленная микросдвигом с одинаковым смещением на всем участке сдвига  $b$ ,

$$\gamma_{\text{пл}} = b\lambda/L^2, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — размер участка сдвига;  $L$  — размер образца. Распределение больших смещений точек, прилегающих к участку НС с одной стороны, относительно точек, прилегающих к участку НС с другой стороны [2],

$$u(x) = \frac{2(1-\nu)}{\mu} \sqrt{(l^2 - x^2)} (\tau_\infty - [\tau]). \quad (3)$$

Здесь  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\mu$  — модуль сдвига;  $2l$  — длина участка НС;  $\tau_\infty$  следует

считать касательным напряжением, которое действовало бы на участке НС без образования НС. Из (2) и (3) находим

$$\gamma_{\text{пл}} = \int_{-l}^l u(x)L^{-2}dx = \frac{\pi(1-\nu)}{\mu L^2} (\tau_{\infty} - [\tau])l^2. \quad (4)$$

Зависимости  $u(x)$  по (3) и  $\gamma_{\text{пл}}$  по (4) от  $\tau_{\infty}$  в пластической области линейны (отрезок  $BD$  на рис. 1, б).

Упругое поле НС, стремясь разрядиться, создает на участке НС фиктивные обратные напряжения  $\tau_{\text{фик}}$ . Условие равновесия имеет вид

$$\tau_{\infty} - [\tau] - \tau_{\text{фик}} = 0. \quad (5)$$

При разгрузке  $\tau_{\text{фик}}$  стремятся вызвать обратные смещения на участке НС. Меняется знак  $[\tau]$ , что приводит к сдерживанию обратных движений. Если  $|\tau_{\infty}| \leq 2[\tau]$ , то  $|\tau_{\text{фик}}|$  не превышает  $[\tau]$  и пластические смещения сохраняются (ломаная  $BCG$ ). Если  $\tau_{\infty} > 2[\tau]$ , то  $|\tau_{\text{фик}}| > [\tau]$  и пластические смещения уменьшаются (ломаная  $BDFG$ ), пока не будет достигнуто новое равновесие:  $[\tau] + \tau_{\text{фик}} = 0$ . Остающийся дефект является дислокацией Соммилианы, так как может быть получен образованием этих дислокаций: разрезанием по участку НС, сдвиговым смещением берегов разреза, склеиванием берегов, удалением внешних сил. Если  $[\tau] = 0$ , то НС при разгрузке исчезает, и тогда поле НС полностью представляет собой особенность внешнего поля.

По [2] результирующее поле

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij})_{\infty} + (\sigma_{ij})_{\text{раз}}, \quad (6)$$

где  $(\sigma_{ij})_{\infty}$  — внешнее однородное сдвиговое поле;  $(\sigma_{ij})_{\text{раз}}$  — поле разреза по участку НС, к краям которого приложены равномерные касательные напряжения  $\tau_{\text{раз}} = \tau_{\infty} - [\tau]$ . Эти напряжения направлены так, чтобы увеличить смещения, создаваемые внешней нагрузкой. Так как в действительности внешних нагрузок на краях разреза нет, то рост смещений по разрезу соответствует уменьшению взаимодействия берегов разреза, в результате которого касательные напряжения на участке НС по мере развития сдвига остаются равными  $[\tau]$ . Первое слагаемое в (6) для принятого здесь однородного сдвигового поля пропорционально  $\tau_{\infty}$ , второе —  $(\tau_{\infty} - [\tau])$ , следовательно, вклад второго слагаемого, описывающего особенности поля напряжений, связанные с НС, увеличивается с ростом  $\tau_{\infty}$ . Рассмотренная модель НС справедлива, если

$$\tau_{\infty} - [\tau] = \tau_{\text{раз}} = \text{const}. \quad (7)$$

В дальнейшем принято, что  $l = 1$ , а напряжения отнесены к  $[\tau]$ . Для самих напряжений обозначения сохранены так, как будто  $[\tau] = 1$ . Тогда, например,  $\tau_{\infty}/[\tau] = \tau_{\infty}$ .

**Упругое поле НС.** Распределение компонент тензора напряжений второго слагаемого в (6) при  $\tau_{\text{раз}} = 1$  показано на рис. 2 (области с  $\sigma_{xx} < -0,125$  (сжатие),  $\sigma_{yy} < -0,0625$ ,  $\tau_{xy} > 0,05$  помечены знаком +, а с  $\sigma_{xx} > 0,125$ ,  $\sigma_{yy} > 0,0625$ ,  $\tau_{xy} < -0,05$  — точками). Отметим, что поле рис. 2 дает качественное представление как об особенностях внешнего поля вблизи НС, так и об остаточном поле дислокации Соммилианы, образующейся на месте НС.

В данной работе рассматривается пластическая деформация, осуществляемая по сдвиговым механизмам. Поэтому определяющим является распределение  $\tau_{xy}$ . Влияние НС может проявиться в изменении касательных напряжений и направления линий максимальных касательных напряжений. Ход линий максимальных касательных напряжений при

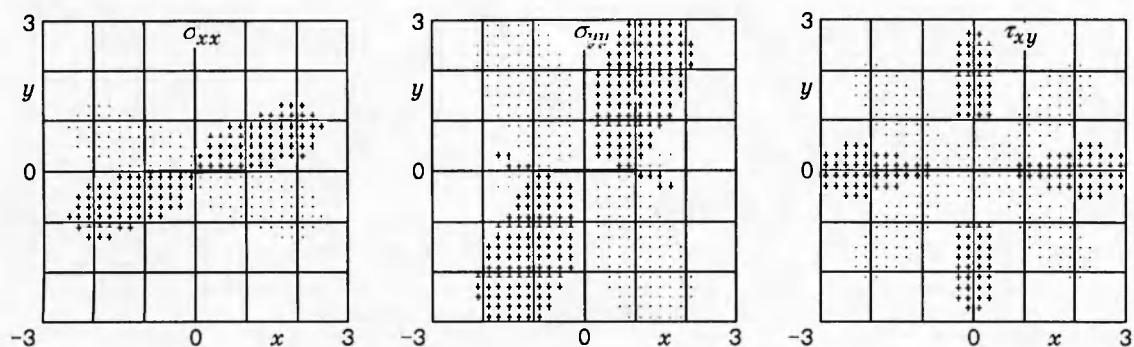


Рис. 2

$\tau_{\infty} = 20$ , т. е. при высоких перенапряжениях, при которых вклад особенностей НС в результирующее поле значителен, показан на рис. 3 для  $\alpha = 0$  и  $22,5^\circ$  (участки линий, на которых  $1 < \tau_{\max} < 1,05$ , помечены крестиками, а на которых  $\tau_{\max} > 1,05$ , — прямоугольниками). Направления линий максимальных касательных напряжений за пределами прилегающей к НС круговой области радиусом, несколько большим  $l$ , практически такие же, как и у поля до образования НС. Плоскость за пределами указанной области можно разделить на восемь примерно равных секторов с центром в начале координат. Секторы с повышенными и пониженными касательными напряжениями чередуются. Таким образом, особенности поля, обусловленные НС, не меняют направления участков последующих НС, а только задают места их расположения. Наиболее вероятны вторичные НС, участки которых параллельны тем же взаимно перпендикулярным направлениям, вдоль которых наиболее вероятны и первичные НС. Центры участков вторичных НС смещены от центра первичного сдвига вдоль линий максимальных касательных напряжений, т. е. вдоль тех же взаимно перпендикулярных направлений.

**Комбинации НС.** В последующих расчетах определяли наиболее вероятное расстояние между центрами НС и оценивали вероятности различных комбинаций НС. Подробно рассмотрен случай  $\alpha = 0$ . Для суждения о вероятностях использовали три метода: *силовой* метод — чем сильнее неравенство (1), тем вероятнее образование НС, однако образование НС определяется не только детерминированными, но и случайными факторами; для учета случайных факторов использовали *энергетический* метод — вероятны те НС, развитие

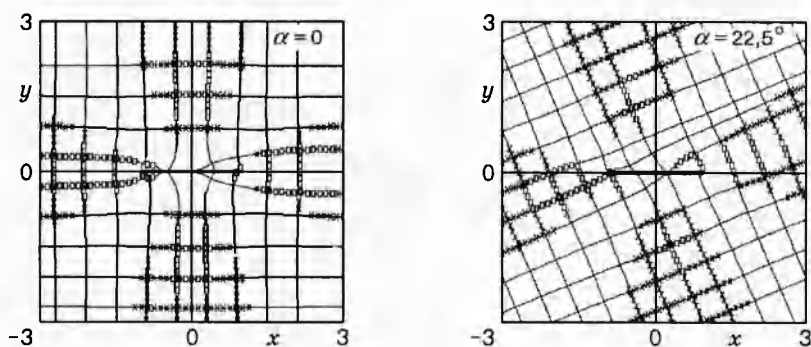


Рис. 3

№ п/п	Последующий НС	$k$	Формирующаяся комбинация
В поле НС $(x; 0; 0)$			
1	$(x; 2,4; 0)$	1,150	—
2	$(y; 0; 1,9)$	1,049	Цепочка вдоль $Oy$
3	$(y; 2,1; 0)$	1,037	Цепочка вдоль $Ox$
4	$(x; 0; 1,9)$	1,030	Пакет
В поле НС $(x; 0; 0)$ и $(y; 0; 2)$			
5	$(y; 0; -2)$	1,076	Цепочка вдоль $Oy$
6	$(x; 0; 4)$	1,056	То же
7	$(x; 0; -1,7)$	1,054	Пакет
8	$(x; 2; 2,2)$	1,023	Сетка
9	$(y; 3; 0)$	1,019	»
В поле цепочки из НС $(y; 0; 2)$ , $(x; 0; 0)$ , $(y; 0; -2)$			
10	$(x; 0; 4)$	1,065	Цепочка вдоль $Oy$
11	$(y; 4,7; 0)$	1,016	Сетка
В поле пакета из НС $(x; 0; 0,5)$ и $(x; 0; -0,5)$			
12	$(y; 0; 2,4)$	1,083	Цепочка вдоль $Oy$
13	$(x; 2,6; 0)$	1,060	—
14	$(y; 2,1; 0)$	1,054	Цепочка вдоль $Ox$
15	$(x; 0; 2,4)$	1,053	Пакет

Примечание. Максимум для п. 1 у  $k(x)$  нет,  $k$  снижается с ростом  $x$ .

которых оправдано энергетически, и *синергетический* — предпочтительными являются такие комбинации НС, в которых между НС действуют прямые и обратные положительные силовые связи.

Поле рис. 3 для  $\alpha = 0$  определяет две возможные схемы взаимодействия НС: схему взаимного усиления НС, если вторичные НС располагаются в областях с повышенными касательными напряжениями (секторы, содержащие оси координат), и схему взаимного ослабления НС для вторичных НС, расположенных в остальной части плоскости (круговая область и диагональные секторы). Первая схема вероятней второй по всем трем методам.

В расчетах принимали, что длина участков НС одинакова и равна 2. Использовали следующее обозначение НС: (ось, которой параллелен участок сдвига; координаты центра участка НС); например, для НС по рис. 1, а запишем  $(x; 0; 0)$ . В расчетах задавали ряд участков НС, параллельных линиям максимальных касательных напряжений, вычисляли коэффициент  $k = \langle \tau_{\max} \rangle / \tau_{\infty}$ , где  $\langle \tau_{\max} \rangle$  — среднее максимальное касательное напряжение на участках возможного расположения НС, и выбирали тот участок, для которого значение  $k$  максимально (на рис. 4 крестиками показана зависимость  $k$  в поле НС  $(x; 0; 0)$  для НС  $(x; 0; y)$  от  $y$  при  $\tau_{\infty} = 3$ ). Коэффициент  $k$  характеризует влияние первичного НС на вторичный. Затем вычисляли  $k$  обратного влияния вторичного НС на первичный. Результирующие поля находили с учетом тех и других коэффициентов. В областях взаимного усиления НС  $k > 1$ .

Максимальные касательные напряжения, действующие на участках последующих НС, отличаются от средней величины этого напряжения для соответствующего участка не более чем на 0,05. Пренебрегая этими отклонениями, считали, что условие (7) выполняется, и для расчета полей комбинаций НС использовали описанную выше модель НС.

В таблице приведены исходные комбинации НС, коэффициенты  $k$  для последующих НС и формирующиеся комбинации НС.

Результаты расчетов (см. таблицу) показывают, что наиболее вероятно развитие исходного НС (№ 1). Его участок прорастает через тело насквозь, после чего поле напряжений становится однородным, и процесс повторяется. Вторым по вероятности является сценарий, по которому формируется цепочка НС со взаимно перпендикулярными участками, центры которых смещены друг от друга вдоль одной из координатных осей на расстояние, равное примерно 2 (№ 2, 3, 5, 6, 10). С ростом числа НС в цепочке коэффициент  $k$  несколько увеличивается (№ 2 и 10). Кроме того, повышается вероятность образования пакета — комбинации НС, состоящей из нескольких близко расположенных НС с параллельными участками (№ 4 и 7). С образованием пакетов  $k$  увеличивается. Следовательно, усиливаются прямые и обратные связи между НС, и повышается вероятность закономерного расположения НС (ср. значения  $k$  № 2 и 12, 3 и 14, а также на рис. 4 зависимость, построенную крестиками, и зависимость, изображенную линией, которая характеризует  $k$  для НС  $(x; 0; y)$  в поле пакета, состоящего из трех НС  $((x; 0; -0,4), (x; 0; 0)$  и  $(x; 0; 0,4))$ , при  $\tau_\infty = 3$ ).

Следующей по вероятности образования является комбинация НС, в которой центры НС располагаются по узлам примерно квадратной сетки, а участки ближайших НС взаимно перпендикулярны. Наименее вероятно образование цепочек НС, вытянутых вдоль диагоналей, делящих пополам угол между координатными осями (№ 8, 9, 11). При этом участки цепочек НС располагаются с одной стороны от диагонали. По сравнению с такой цепочкой формирование квадратной сетки НС более вероятно, так как в сетке сильнее взаимные положительные связи между НС.

На рис. 4 показана зависимость  $\mu\Delta E(y)$ , где  $\Delta E$  — изменение упругой энергии квадрата с центром в начале координат и со стороной, равной 6, вследствие образования вторичного НС  $(x; 0; y)$  в поле исходного НС  $(x; 0; 0)$  при  $\tau_\infty = 3$ . Для упрощения трактовки результатов было принято, что система замкнута, значит, точки, к которым приложены внешние нагрузки, неподвижны, и полная деформация, равная сумме упругой и пластиче-

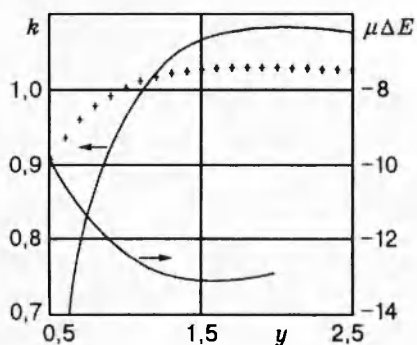


Рис. 4

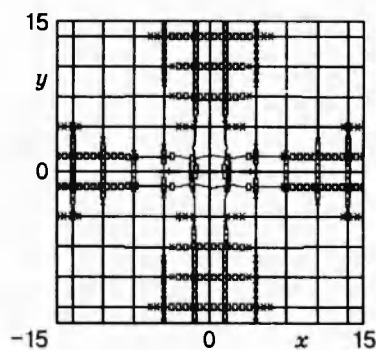


Рис. 5

ской, постоянна:

$$\gamma = \gamma_{\text{упр}} + \gamma_{\text{пл}} = \text{const} \quad (8)$$

( $\gamma_{\text{пл}}$  вычисляли по формуле (4)). Рассеянную энергию  $Q$  вычисляли как работу по преодолению  $[\tau]$ :

$$Q = \int_{-l}^l u(x)[\tau] dx = \frac{\pi(1-\nu)}{\mu} (\tau_{\infty} - [\tau])[l]^2. \quad (9)$$

Снижение упругой энергии на величину, большую  $Q$  ( $Q\mu = 4,4$ ), показывает на возможность образования НС в области, где  $k < 1$ .

Комбинации, подобные описанным, были получены при моделировании НС дислокациями Вольтерра [2], у которых  $u \simeq \text{const}$  на 0,9 длины участка НС. Отличие состоит лишь в том, что цепочки вдоль оси  $x$  становятся более вероятными, чем цепочки вдоль оси  $y$ .

**Комбинации из цепочек НС.** На рис. 5 показаны линии максимальных касательных напряжений и распределение этих напряжений в поле наиболее вероятной комбинации НС — цепочки, состоящей из пяти НС  $((x; -4; 0), (y; -2; 0), (x; 0; 0), (y; 2; 0), (x; 4; 0))$  при  $\tau_{\infty} = 3$  ( $3 < \tau_{\text{max}} < 3,015$  — крестики,  $\tau_{\text{max}} > 3,015$  — прямоугольники). Подобие распределений на рис. 3 и 5 для  $\alpha = 0$  за пределами областей, прилегающих к НС, дает основание считать, что если в качестве элемента принять цепочку НС, то вероятные комбинации из этих элементов будут такими же, как и для отдельных НС. Отмеченная близость конфигураций полей и комбинаций сдвигов при условии развития сдвигов вначале на меньшем, а потом на больших масштабных уровнях дает основание для описания пластической деформации в терминах фрактальных структур.

В ходе пластической деформации кроме рассмотренных образуются НС на участках, имеющих меньшие размеры, и развивается диффузионный перенос массы. Эти процессы изменяют принятое по (6) упругое поле и в проведенном анализе не учтены.

**Сравнение с экспериментом.** Значение левой части неравенства (1) зависит от поля напряжений, на значение правой его части влияет анизотропия кристалла. В кристаллах имеются кристаллографические плоскости и направления в них (системы двойникования, легкого скольжения, мартенситных превращений), для которых  $[\tau]$  ниже, чем в других плоскостях и направлениях. Анизотропия выражена сильно — малые отклонения от ориентации элементов систем вызывают резкий рост  $[\tau]$ . Поэтому подтверждение результатов искали не в совпадении наблюдаемых в опытах участков НС с линиями максимальных касательных напряжений, а в проявлении в опытах установленных закономерностей взаимного расположения НС.

Ряд таких закономерностей наблюдали в [4] при деформации монокристаллов цинка в сильных ударных волнах. В этих условиях реализуется плоская схема деформации. В плоскости деформации, которая параллельна фронту волны, действует (без учета полей НС) однородное сдвиговое поле напряжений. Уровень напряжений по мере наступления ударной волны увеличивается. Проекция смещений по плоскостям двойникования на плоскость деформации отличны от нуля. Следовательно, принятая в анализе двумерная схема описывает ситуацию, которая имеет место в плоскости деформации. Кратковременность нагружения исключает протекание релаксационных процессов, механизмами которых являются диффузия и дислокационные НС малого масштабного уровня, так что справедливо уравнение (6). Вследствие импульсного характера нагружения действующие напряжения

значительно превышают  $[\tau]$ , поэтому влияние особенностей полей, порождаемых НС, на развитие процесса деформации повышено. Таким образом, в [4] воспроизводились условия, близкие к тем, которые приняты в анализе.

Преимущественным механизмом деформации в [4] было двойникование. Двойники в деформированных образцах считались участками НС.

В [4] описан случай «паркетного» двойникования. Следовательно, из шести возможных действуют две системы двойникования, угол между плоскостями этих систем близок к  $90^\circ$  (угол между кристаллографическими плоскостями «паркетных» двойников  $93,8^\circ$ ), линейные размеры двойников различных систем примерно одинаковы, двойники каждой системы образуют пачки, пачки различных систем располагаются в шахматном порядке, центры их формируют квадратную сетку. Эти закономерности согласуются с результатами анализа.

В [4] наблюдалось двойникование по плоскостям, в которых касательные напряжения, вычисленные без учета полей НС, отсутствуют; этот эффект объяснялся в [4] полями напряжений, порождаемых сдвиговыми смещениями по двойниковым прослойкам, что также согласуется с развиваемыми представлениями.

Автор выражает глубокую признательность М. А. Могилевскому за обсуждение результатов экспериментов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Косевич А. М. Основы механики кристаллической решетки. М.: Наука, 1972.
2. Неверов В. В. Массоперенос дилатационным полем незавершенного сдвига // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 143–151.
3. Теодосиу К. Упругие модели дефектов в кристаллах. М.: Мир, 1985.
4. Могилевский М. А. Исследование особенностей деформирования при ударном нагружении на монокристаллах цинка // Физика металлов и металловедение. 1969. Т. 28, № 3. С. 508–517.

*Поступила в редакцию 26/VII 1996 г.*

---