

4. Герцберг Г. Колебательные и вращательные спектры многоатомных молекул. М.: ИЛ, 1949.
5. Kung R. T. V., Center R. E. High temperature vibrational relaxation of H₂O by H₂O, He, Ar and N₂.—J. Chem. Phys., 1975, vol. 62, p. 2487.
6. Finzi J., Novis F. E. et al. Vibrational relaxation of water vapor.— J. Chem. Phys., 1977, vol. 67, N 9.
7. Shin H. K. Vibrational relaxation of water at high temperature.— J. Phys. Chem., 1977, vol. 81, N 11.
8. Shin H. K. Vibrational relaxation of water molecules near room temperature.— J. Chem. Phys., 1978, vol. 69, N 3.
9. Blauer J. A., Nickerson G. R. A survey of vibrational relaxation data for processes important to CO₂—N₂—H₂O infrared plume radiation. AIAA Pap., 1974, N 74-536.
10. Левин В. А., Старик А. М. Колебательный энергообмен в смесях H₂O—H₂ в ударных волнах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1.
11. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Пятаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 1. М.: Наука, 1968.
12. Simons G. A. Rarefaction effect in high-altitude rocket plumes.— AIAA J., 1972, vol. 10, N 3.
13. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980.

УДК 532,54 : 541,13

ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ В ТРУБЕ ОРГАНИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ С ПРИМЕСЬЮ СИЛЬНОГО ЭЛЕКТРОЛИТА

В. Н. Прибылов, Л. Т. Черный
(Москва)

В рамках механики сплошной среды [1] исследуется электризация слабопроводящих органических жидкостей. При течении по трубам такие жидкости (например, углеводороды) приобретают некоторый электрический заряд [2—5]. В результате появляется опасность возникновения электрических разрядов и взрывов [4]. Проводимость рассматриваемых жидкостей обусловлена наличием в них незначительного количества примесного электролита, молекулы которого диссоциируют на положительные и отрицательные ионы. Согласно современным представлениям [2—5], электризация органических жидкостей вызывается протекающими на стенках трубы электрохимическими реакциями, в результате которых положительные или отрицательные ионы примесного электролита превращаются в нейтральные молекулы. Задача об электризации жидкости в случае полностью диссоциированного электролита без учета влияния электрического поля рассмотрена в [5]. Электризация слабопроводящей жидкости в случае, когда примесный электролит слабо диссоциирует, причем реакцию диссоциации можно считать равновесной, изучена в [6].

В данной работе рассматривается задача об электризации первоначально незагрязненной слабопроводящей органической жидкости при ламинарном течении в металлической трубе, когда молекулы примесного электролита полностью диссоциированы, а возникающее электрическое поле оказывает существенное влияние на процесс электризации. Коэффициенты диффузии и зарядовые числа положительных и отрицательных ионов предполагаются равными. Кроме того, для определенности считается, что в электрохимических реакциях на стенках трубы участвуют только отрицательные ионы, причем образующиеся нейтральные молекулы присутствуют в избытке по сравнению с ионами. Найденное решение легко обобщается на случай производных зарядовых чисел ионов и электрохимических реакций на стенках трубы с участием ионов обоих сортов.

1. Система дифференциальных уравнений и граничных условий на входе в трубу B и на стенке S , описывающая процесс электризации органической жидкости, имеет вид

$$(1.1) \quad \operatorname{div} \left(n_{\pm} \mathbf{u} \pm \frac{ezD}{kT} n_{\pm} \mathbf{E} - D \nabla n_{\pm} \right) = 0,$$

$$\varepsilon \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi ez (n_{+} - n_{-}), \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, n_{\pm}|_B = n^0,$$

$$\left(\left[\frac{ezD}{kT} n_{+} \mathbf{E} - D \nabla n_{+} \right] \cdot \mathbf{v} \right) \Big|_S = 0, \left(\left[-\frac{ezD}{kT} n_{-} \mathbf{E} - D \nabla n_{-} \right] \cdot \mathbf{v} \right) \Big|_S = K (n_{-} - n_w) \Big|_S,$$

где n_{\pm} — концентрации положительных и отрицательных ионов; u — скорость жидкости; e — заряд протона; z, D — зарядовое число и коэффициент диффузии ионов; k — постоянная Больцмана; T — температура жидкости, считающаяся постоянной; E — напряженность электрического поля; ϵ — диэлектрическая проницаемость жидкости; n^0 — концентрация положительных или отрицательных ионов на входе в трубу; n_w — равновесная концентрация отрицательных ионов у стенки трубы, достигающаяся на конце бесконечно длинной трубы; K — константа электрохимической реакции разрядки отрицательных ионов; ν — нормаль к внутренней поверхности трубы.

Последнее граничное условие (1.1) выполняется в случае, когда нейтральные молекулы, образующиеся в результате разрядки на стенках трубы отрицательных ионов, уже присутствуют в растворе с концентрацией n_s , много большей концентрации ионов. Тогда справедливо соотношение

$$\left(\left[-\frac{ezD}{kT} n_- E - D \nabla n_- \right] \cdot \nu \right)_s = K n_- - K_s n_s \equiv K (n_- - n_w),$$

в котором K_s — константа реакции, обратной по отношению к реакции разрядки ионов. Так как, согласно условию, $n_s \gg n_-$, то даже при полной разрядке всех отрицательных ионов относительное изменение концентрации n_s будет мало, и им можно пренебречь. Поэтому величина $n_w \equiv \equiv K_s n_s / K$ в соотношениях (1.1) считается постоянной. Очевидно, она равна концентрации отрицательных ионов у стенок трубы в равновесном случае, когда $K n_- = K_s n_s$. Таким образом, согласно последнему соотношению (1.1), к стенке трубы существует уменьшающийся с удалением от начала трубы поток отрицательных ионов, которые разряжаются на стенке. Образовавшиеся нейтральные молекулы переходят в раствор и уносятся потоком жидкости, что обеспечивает стационарность процесса электризации жидкости в трубе, которая наблюдается в действительности [2—4]. Механизмы электризации, при которых образовавшиеся нейтральные молекулы адсорбируются стенками трубы, как известно [2—3], не позволяют объяснить стационарность процесса электризации. В неподвижной жидкости, налитой в металлическую емкость, на ее стенках, конечно, также протекает указанная электрохимическая реакция с участием отрицательных ионов. Однако в этом случае с течением времени устанавливается равновесное распределение ионов, для которого их поток на стенку равен нулю. При этом непосредственно у стенок $n_- = K_s n_s / K$, а на расстоянии от стенок, много большем дебаевского радиуса жидкости ρ_d , имеем $n_- = n^0$. Напряженность электрического поля и плотность заряда будут отличны от нуля практически только у стенок емкости в слое толщиной $\sim \rho_d$. Если $K \gg K_s$, то $n_s \gg n_-$. Когда жидкость из емкости с характерным размером, много большим ρ_d , прокачивается через узкую трубу, то концентрацию ионов в начале трубы можно считать равной концентрации ионов в основной массе жидкости в емкости (n^0). В результате на стенках трубы будет происходить разрядка отрицательных ионов. С увеличением расстояния от начала трубы их концентрация у стенок будет стремиться к равновесной, т. е. к $K_s n_s / K \equiv n_w$, и процесс электризации жидкости будет затухать.

На основании экспериментальных данных [2—4] по электризации и проводимости органических жидкостей можно оценить максимальное относительное изменение концентрации ионов, участвующих в реакции на стенке. Во многих случаях оно оказывается много меньше единицы. При этом величина n_w , входящая в граничное условие на стенке трубы, должна мало отличаться от значения n^0

$$\left| \frac{n_w - n^0}{n^0} \right| \gg 1$$

и в рассматриваемой задаче возникает малый параметр

$$\gamma \equiv -\frac{n_{\infty} - n^0}{n^0} = -\frac{K_s n_s}{K n^0} + 1, \quad |\gamma| \ll 1,$$

определяющийся постоянными K_s, n_s, \bar{K}, n^0 , характеризующими физико-химические свойства электризующейся жидкости.

Обычно влиянием электризации органических жидкостей на их течение можно пренебречь, а характерная длина установления пуазейлевского распределения скорости жидкости в трубе много меньше характерной длины L_0 начального участка трубы, на котором в основном происходит электризация жидкости. Поэтому для скорости жидкости u можно использовать формулу Пуазейля.

Введем цилиндрическую систему координат (x, r, θ) , ось x которой совпадает с осью трубы. Переходя в (1.1) к безразмерным переменным

$$x^* = \frac{x}{R}, \quad r^* = \frac{r}{R}, \quad u^* = \frac{u}{u^0}, \quad E^* = \frac{ezR}{kT} E, \quad n_{\pm}^* = \frac{n_{\pm}}{n^0},$$

раскладывая величины n_{\pm}^*, E^* по малому параметру γ ($n_{\pm}^* = 1 + \gamma n_{\pm}^1, E^* = \gamma E^1$) и линеаризуя уравнения (1.1), найдем

$$\text{Pe}(1 - r^{*2}) \frac{\partial n_{\pm}^1}{\partial x^*} + \text{div}^*(\pm E^1 - \nabla^* n_{\pm}^1) = 0,$$

$$\text{div}^* E^1 = \frac{1}{2 \text{De}^2} (n_+^1 - n_-^1), \quad \text{rot}^* E^1 = 0, \quad n_{\pm}^1|_B = 0,$$

$$[E_r^1 - (n_+^1)']|_S = 0, \quad [-E_r^1 - (n_-^1)']|_S = K^* (n_-^1 + 1)|_S,$$

$$\text{Pe} = \frac{u^0 R}{D}, \quad K^* = \frac{KR}{D}, \quad \text{De} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{\varepsilon k T}{8 \pi e^2 n^0}},$$

где u^0 — скорость жидкости на оси трубы; Pe — число Пекле; De — безразмерный радиус Дебая жидкости; штрих означает производную по r^* .

Вводя затем новые переменные $q^* = n_+^1 - n_-^1, n^* = n_+^1 + n_-^1$, получим окончательно следующую систему уравнений и граничных условий:

$$(1.2) \quad \text{Pe}(1 - r^{*2}) \frac{\partial q^*}{\partial x^*} - \Delta^* q^* + \frac{q^*}{\text{De}^2} = 0,$$

$$\text{Pe}(1 - r^{*2}) \frac{\partial n^*}{\partial x^*} - \Delta^* n^* = 0, \quad \text{div}^* E^1 = \frac{q^*}{2 \text{De}^2},$$

$$q^*|_{x^*=0} = 0, \quad n^*|_{x^*=0} = 0, \quad \left[E_r^1 - \frac{1}{2} (n^{*'} + q^{*'}) \right] \Big|_{r^*=1} = 0,$$

$$\left[-E_r^1 - \frac{1}{2} (n^{*'} - q^{*'}) \right] \Big|_{r^*=1} = K^* \left[\frac{1}{2} (n^* - q^*) + 1 \right] \Big|_{r^*=1}.$$

Плотность электрического заряда q связана с ее безразмерным значением q^* равенством $q = ez\gamma q^* n^0$. Введенная выше величина L_0 , очевидно, совпадает с характерной длиной установления равновесных концентраций ионов в трубе (при $x \gg L_0$ концентрации ионов можно считать не зависящими от x). Так как обычно $L_0^* \gg \min(1, \text{De})$, то в операторах Δ^*, div^* производные по x^* малы по сравнению с производными по r^* , и ими можно пренебречь. При этом электрический ток J , текущий через поперечное сечение трубы, и его безразмерное значение J^* вычисляются по формулам

$$(1.3) \quad J = 2\pi \int_0^R q u_x r dr, \quad J^* = J / (ez\gamma u^0 R^2 n^0) = 2\pi \int_0^1 q^* (1 - r^{*2}) r^* dr^*.$$

2. Для решения задачи (1.2) используем преобразование Лапласа. Переходя от функций $q^*(x^*, r^*), n^*(x^*, r^*), E_r^1(x_1^*, r^*)$ к их изображениям

$Q(p, r^*)$, $N(p, r^*)$, $Y(p, r^*)$ (p — комплексное переменное), найдем, что последние удовлетворяют следующей системе уравнений и граничных условий:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} Q'' + Q'/r^* - [p \operatorname{Pe} (1 - r^{*2}) + \operatorname{De}^{-2}] Q &= 0, \\ N'' + N'/r^* + p \operatorname{Pe} (1 - r^{*2}) N &= 0, \quad (r^* Y)'/r^* = Q/2 \operatorname{De}^2; \end{aligned}$$

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \left[Y - \frac{1}{2} (N' + Q') \right] \Big|_{r^*=1} &= 0, \quad \left[Y + \frac{1}{2} (N' - Q') + \right. \\ &\left. + \frac{K^*}{2} (N - Q) \right] \Big|_{r^*=1} = -\frac{K^*}{p}. \end{aligned}$$

Заменой $Z = \alpha r^{*2}$, $\alpha = \sqrt{-p \operatorname{Pe}}$, $Q(r^*) = V(Z) \exp(-Z/2)$ первое уравнение (2.1) приводится к виду

$$(2.3) \quad ZV'' + (1 - Z)V' - aV = 0, \quad a = 1/2 - (1/4)(\alpha - \alpha^{-1} \operatorname{De}^{-2}).$$

Уравнение является вырожденным гипергеометрическим уравнением [7]. Регулярным в нуле решением этого уравнения является функция Куммера [7]

$$\Phi(a, 1, Z) = 1 + \frac{a}{1} \frac{Z}{1!} + \frac{a(a+1)}{1 \cdot (1+1)} \frac{Z^2}{2!} + \dots$$

Таким образом, для величины Q имеем

$$Q = A(p)G_a(p, r^*), \quad G_a \equiv \Phi(a, 1, \alpha r^{*2}) \exp(-\alpha r^{*2}/2),$$

аналогичным образом находятся функции $N(p, r^*)$, $Y(p, r^*)$

$$N = B(p)G_b(p, r^*), \quad G_b \equiv \Phi(b, 1, \alpha r^{*2}) \exp(-\alpha r^{*2}/2),$$

$$Y = \frac{1}{2 \operatorname{De}^2} A(p)H(p, r^*), \quad H \equiv \frac{1}{r^{*2}} \int_0^{r^*} G_a(p, r^*) r^* dr^*, \quad b \equiv \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{4}.$$

Коэффициенты A и B находятся из граничных условий (2.2):

$$\begin{aligned} A &= 2p^{-1} [G_b'/F] \Big|_{r^*=1}, \quad B = -2p^{-1} [(G_a' - H/\operatorname{De}^2)/F] \Big|_{r^*=1}, \\ F &= [(G_a G_b)' + 2G_a' G_b'/K^* - (H/\operatorname{De}^2)(G_b + 2G_b'/K^*)] \Big|_{r^*=1}. \end{aligned}$$

Функция $Q(p)$ имеет полюсы в точке $p = 0$ и точках $p_k \neq 0$ ($k = 1, 2, 3, \dots$), которые являются нулями функции $F(p)$, причем $0 > \operatorname{Re}(p_1) > \operatorname{Re}(p_2) > \dots$. Используя теорему разложения [8] и вычисляя вычеты функции $Q(p) \exp(px^*)$, для плотности электрического заряда q получим выражение

$$(2.4) \quad \begin{aligned} q &= \gamma e z n^0 q^* = \gamma e z n^0 \left\{ \frac{2I_0(r^*/\operatorname{De})}{I_0(1/\operatorname{De}) + 8\operatorname{De}^2 I_2(1/\operatorname{De})} + \right. \\ &\left. + \sum_k \frac{1}{(n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{d^{n_k-1}}{dp^{n_k-1}} [(p - p_k)^{-n_k} Q(p, r^*) \exp(px^*)] \right\}, \end{aligned}$$

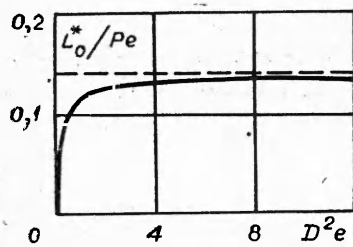
где I_0, I_2 — модифицированные функции Бесселя нулевого и второго порядка; n_k — порядок полюса p_k .

Аналогичные выражения имеют место для функций $n^*(x^*, r^*)$, $E_r^1(x^*, r^*)$.

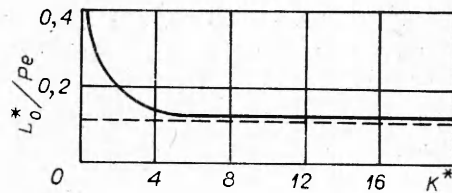
3. Введем функцию

$$\lambda(\operatorname{De}, K^*) \equiv [\operatorname{Pe} \min_k \operatorname{Re}(-p_k)]^{-1} \equiv \left[\min_k \operatorname{Re}(a_k^2) \right]^{-1}.$$

Если $x^* \gg \lambda \operatorname{Re}$, то все члены суммы в соотношении (2.4) малы. Следовательно, при $x^* \gg \lambda \operatorname{Re}$ плотность электрического заряда в трубе слабо зависит от x^* и электризация почти прекращается. Поэтому введенную



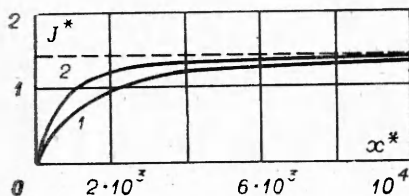
Ф и г. 1



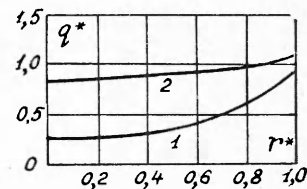
Ф и г. 2

выше характерную длину электризации можно определить равенством $L_0 = \lambda Pe R$.

На фиг. 1 дана зависимость безразмерной длины электризации (деленной на диффузионное число Пекле) от параметра De^2 . Видно, что вначале увеличение дебаевского радиуса приводит к сильному увеличению характерной длины электризации. При дальнейшем увеличении дебаевского радиуса характерная длина электризации изменяется на небольшую величину. Зависимость величины L_0^*/Pe от безразмерной скорости электрохимической реакции на стенке представлена на фиг. 2 (на фиг. 2—4 $De = 1$). Скорость реакции на стенке сильно влияет на характерную длину электризации жидкости. Уменьшение скорости электрохимической реакции на стенке ведет к увеличению характерной длины электризации жидкости. На фиг. 3 изображена зависимость безразмерного электрического



Ф и г. 3



Ф и г. 4

тока J^* , рассчитанного по формуле (1.3), от безразмерной длины канала x^* (при расчетах принималось $Pe = 10^4$). Вначале увеличение длины трубы приводит к сильному возрастанию электрического тока, затем оно становится незначительным (после того, как длина трубы становится много больше длины релаксации электрического заряда). Для кривых 1, 2 соответственно имеем $K^* = 1, \infty$. При $x^* \rightarrow \infty$ электрический ток стремится к максимальному значению

$$J_{\max} = \frac{8\pi\gamma e z n^0 R^2 De^2 I_2(1/De)}{I_0(1/De) + 8De^2 I_2(1/De)}$$

Зависимость безразмерной плотности электрического заряда q^* от безразмерного радиуса трубы r^* при различных значениях безразмерной длины x^* представлена на фиг. 4. Для кривых 1, 2 соответственно имеем $x^* = 1000, \infty$ ($K^* = \infty$). Плотность электрического заряда принимает минимальное значение на оси трубы и максимальное значение на стенке трубы. Вблизи оси трубы изменение плотности электрического заряда происходит медленнее, чем вблизи стенки трубы. С увеличением расстояния от входа в трубу до рассматриваемого поперечного сечения профиль распределения плотности электрического заряда изменяется и стремится к профилю для бесконечно длинной трубы, изображенному на фиг. 4 кривой 2. Последний определяется первым членом в правой части выражения (2.4) для q .

Авторы благодарят В. В. Гогосова и В. В. Толмачева за полезное обсуждение работы.

Поступила 3 IV 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1970.
2. Koszman I., Gavis J. Development of charge in low-conductivity liquids flowings past surfaces. Engineering predictions from the theory developed for tube flow.— J. Chem. Engng Sci., 1962, vol. 17, N 12.
3. Koszman I., Gavis J. Development of charge in low-conductivity liquids flowings past surfaces. Experimental verification and application of the theory developed for tube flow.— J. Chem. Engng Sci., 1962, vol. 17, N 12.
4. Захарченко В. В., Крячко Н. И., Мажара Е. Ф., Севриков В. В., Гавриленко Н. Д. Электризация жидкостей и ее предотвращение. М.: Химия, 1975.
5. Гогосов В. В., Никифорович Е. И., Толмачев В. В. Электризация слабо проводящей жидкости, текущей по металлической трубе.— Магнитн. гидродинамика, 1979, № 2.
6. Прибылов В. Н., Черный Л. Т. Электризация диэлектрических жидкостей при течении в трубе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 6.
7. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. 2-е изд. стереотип. М.: Наука, 1973.
8. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. Изд. 4-е, испр. М.: Наука, 1973.

УДК 532.5 : 537

ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ТЕЛА В АЭРОЗОЛЬНОМ ПОТОКЕ С ТВЕРДОЙ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗОЙ ПРИ НАЛИЧИИ КОРОННОГО РАЗРЯДА С ТЕЛА

В. Л. Холопов, Л. Т. Черный

(Москва)

В рамках механики сплошной среды [1] исследуется электризация металлического тела, обтекаемого незаряженным монодисперсным аэрозольным потоком с твердой дисперсной фазой. Учитывается коронный разряд с тела. Рассматриваются случаи хорошо проводящих аэрозольных частиц, для которых время релаксации электрического заряда много меньше времени соударения с телом, и плохо проводящих аэрозольных частиц, для которых время релаксации электрического заряда много больше времени соударения с телом. Получена замкнутая система уравнений и граничных условий, описывающих электризацию тела. Установлены основные безразмерные параметры, определяющие процесс электризации тела. Найдены выражения для тока электризации, максимального тока коронного разряда, плавающего заряда и потенциала тела, максимального перенапряжения коронного разряда и характерного времени установления плавающего заряда на теле. Проведен расчет основных безразмерных характеристик процесса электризации сферы с разрядником.

1. Рассмотрим металлическое тело с разрядником, обтекаемое стационарным незаряженным монодисперсным аэрозольным потоком с твердой дисперсной фазой. Как известно [2], при соударениях с телом аэрозольные частицы заряжаются. В результате обтекаемое тело также приобретает электрический заряд, противоположный по знаку заряду частиц. Это явление наблюдается при движении тел в облаках, осадках и запыленной атмосфере [3]. Оно может быть использовано в электрических зондах, предназначенных для измерения параметров аэрозольных потоков [4].

Используя методы механики сплошной среды [1, 5], будем рассматривать осредненное движение монодисперсного аэрозольного потока, обтекающего тело, как взаимопроникающее движение двух сплошных сред: газа и аэрозольных частиц. Предположим, что концентрация последних достаточно мала и их влиянием на движение газа можно пренебречь. Тогда при изучении электризации тел движение газа может считаться заданным. Осредненное же движение аэрозольных частиц до соударения с телом описывается следующими уравнениями: