

ОСТЫВАНИЕ НАГРЕТОЙ ОБЛАСТИ, ОБРАЗОВАННОЙ
ПРИ ПРОБОЕ ВОЗДУХА ИЗЛУЧЕНИЕМ ОКГ

Л. П. Маркелова, И. В. Немчинов, Л. П. Шубадеева

(Москва)

Решена задача об остывании нагретой сферической области («огненного шара»), образованной при сосредоточенном лазерном взрыве в воздухе с энергией 5.3 дж. Учитывался истинный спектральный состав излучения и его диаграмма направленности. Использовались табличные значения коэффициентов поглощения. Найдены распределения температуры, плотности в огненном шаре при заданном законе изменения давления внутри него (взято из решения соответствующей газодинамической задачи без излучения). Отмечено появление резких областей изменения температуры — температурных уступов, связанных с изменением степени ионизации и соответствующим изменением спектральных коэффициентов поглощения воздуха. Определены спектральные и полные потоки излучения. Подсчитана доля высвеченной энергии (от полной) в зависимости от времени.

При сильной фокусировке излучения ОКГ в газах возникает явление пробоя. Обзор соответствующих работ и описание явления даны в [1,2].

Вследствие высокой концентрации энергии газ в области пробоя нагрет до весьма высоких температур. Значительными являются давления. Так, согласно расчету, проведенному по обычным соотношениям, аналогичным [1,2], но с реальным уравнением состояния воздуха [3], при плотности потока излучения $F = 0.5 \cdot 10^4 \text{ Mвт}/\text{см}^2$ скорость детонации $D = 35 \text{ км}/\text{сек}$, давление за детонационной волной $p_d = 6530 \text{ кг}/\text{см}^2$, температура $T_d = 10^5 \text{ К}$. Таким образом, при указанной плотности потока излучения температура и давление оказываются того же порядка, что и в огненном шаре ядерного взрыва в момент образования ударной волны из тепловой [2, 4, 5].

Огненный шар лазерного взрыва в стадии подвода энергии, вообще говоря, не обладает сферической симметрией [6], за исключением случаев специально создаваемого сферически симметричного облучения [7].

Область взрыва обычно вытянута вдоль направления распространения излучения. Однако несимметрия невелика. За время действия ОКГ порядка 10^{-8} сек детонационная волна при скорости фронта $\sim 10^7 \text{ см}/\text{сек}$ проходит 10^{-1} см , в то время как типичное значение радиуса луча в области максимальной фокусировки составляет лишь 10^{-2} см . Кроме того, благодаря высоким давлениям в области энерговыделения по газу распространяется ударная волна в направлении, перпендикулярном лучу, что уменьшает асимметрию.

В наблюдениях [8] ударная волна лазерного взрыва регистрировалась в период 35—430 $\mu\text{сек}$ после взрыва в виде эллипса с отношением полуосей 2:1.5.

Авторы провели контрольные расчеты остывания цилиндра с отношением высоты к радиусу 3:1 по двумерной разностной схеме, аналогичной описываемой ниже одномерной. Сопоставление этого расчета со сферически-симметричным при одинаковой полной начальной энергии взрыва показало, что расхождение значений температуры в центре, доли высвеченной энергии и других интегральных характеристик в одни и те же моменты времени не превышало 5%. Кроме того, асимметрия наблюдается в начальные моменты времени, когда высвечивание еще мало (как показы-

вают расчеты, характерное время высвечивания порядка десятков и сотен микросекунд).

В этой стадии после окончания действия излучения картина движения вещества близка к картине сильного взрыва. Звуковые возмущения выравнивают давление внутри горячего ядра и скорость ударной волны во всех направлениях становится одинаковой, а огненный шар — сферически-симметричным.

Если считать показатель адиабаты постоянным, то распространение огненного шара в сильной стадии описывается в первом приближении автомодельным решением задачи о точечном взрыве [9].

Для получения более точного решения необходимо учитывать противодавление и переменность показателя адиабаты. Распределение параметров может быть найдено численными методами [10, 11] с учетом реального уравнения состояния воздуха [2, 3].

Измерение параметров ударной волны на больших расстояниях от центра «взрыва» позволяет определить выделившуюся энергию. Однако возникает вопрос о том, какую долю энергии лазерного взрыва уносит излучение. Для взрывов больших масштабов, порядка 10^{12} — 10^{16} дж, картина световых явлений описана в [2, 4, 5]. В этих случаях высвечивается $\sim 30\%$ полной энергии, главным образом в стадии, когда огненный шар расширился почти до своих максимальных размеров, определяемых практически газодинамическими процессами, а температура газа за фронтом ударной волны упала настолько, что газ стал прозрачным — произошел «отрыв» фронта ударной волны от огненного шара. Энергия лазерного взрыва значительно меньше ядерного — всего лишь порядка нескольких джоулей или нескольких десятков джоулей. Характерные размеры огненного шара также соответственно меньше — на 4—5 порядков. В то же время величины спектральных пробегов излучения при той же температуре и плотности, т. е. в соответствующие моменты времени, остаются неизменными.

Представляет интерес вопрос о том, не приводит ли изменение оптической толщины огненного шара к резкому изменению оптических явлений и изменению доли высеченной энергии.

В данной работе этот вопрос решается численными методами. Одновременно удается определить величины интенсивности и потока излучения, выходящего из огненного шара, т. е. определить характеристики лазерного взрыва как источника излучения оптического и ультрафиолетового диапазона, что представляет самостоятельный интерес.

1. Решение полной задачи о движении вещества с учетом переноса излучения сплошного спектра даже в случае сферической симметрии представляет значительные трудности, в том числе «технического» порядка, так как помимо рассмотрения уравнений газодинамики на каждом шаге по времени требуется многократный расчет уравнений переноса для всех выбранных направлений и частот излучения.

Существенным облегчением, по-видимому, может быть использование методов точного осреднения уравнения переноса в некоторые моменты времени [12]. Так как характер распределения температуры и плотности при взрыве меняется слабо, то и осреднение уравнения переноса, вероятно, можно проводить относительно редко.

На первом этапе решения задачи можно учесть и то обстоятельство, что процессы высвечивания могут сравнительно слабо влиять на величину давления в огненном шаре, даже при достаточно сильном влиянии излучения на другие физические параметры (внутреннюю энергию, температуру, плотность). Действительно, в начале процесса развития огненного шара, когда имеет место большой перепад давления вблизи фронта удар-

ной волны, потери энергии на излучение пренебрежимо малы. Ко времени, когда потери энергии на излучение становятся существенными, давление внутри огненного шара выравнивается, приближаясь к атмосферному, так что излучение не может оказать заметного влияния на величину давления. Эти качественные рассуждения подтверждаются результатами работы [13], в которой приводятся расчеты взрыва с учетом и без учета излучения. В обоих случаях получены близкие значения для величины давления.

Предположение о слабом влиянии излучения на величину давления сильно упрощает задачу, так как позволяет считать давление уже известной функцией, полученной из решения уравнения газодинамики без учета излучения или с приближенным учетом излучения.

Для расчета охлаждения огненного шара при заданном законе изменения давления и известных термодинамических и оптических свойствах газа требуется совместно рассмотреть только уравнение сохранения энергии и переноса излучения [14].

Уравнение сохранения энергии можно записать в виде

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} = - \operatorname{div} F \quad (1.1)$$

где ρ — плотность среды, H — тепловая энергия единицы массы, p — давление, F — плотность потока лучистой энергии.

Уравнение переноса для спектральной интенсивности излучения I_ν , распространяющегося в направлении S , в случае достаточно медленных процессов (когда членом $c^{-1} (\partial I_\nu / \partial t)$ можно пренебречь, где c — скорость света) имеет вид

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial S} = k_\nu (B_\nu - I_\nu) \quad \left(B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \right) \quad (1.2)$$

Здесь k_ν — линейный коэффициент поглощения вещества для квантов с частотой излучения ν , B_ν — равновесная функция Планка, T — температура, k — постоянная Больцмана.

Плотность лучистого потока F имеет вид

$$F = 2\pi \int_0^\infty \int_0^\pi I_\nu d\nu \cos \theta d\cos \theta \quad (1.3)$$

где θ — угол, образованный направлением распространения излучения S и радиус-вектором r .

Система уравнений (1.1) — (1.3) вместе с известным уравнением состояния газа

$$H = H(p, T), \rho = \rho(p, T) \quad (1.4)$$

и заданной таблицей спектральных коэффициентов поглощения $k_\nu = k_\nu(p, T)$ представляет собой замкнутую интегро-дифференциальную систему уравнений. В данной работе эта система уравнений решалась численно без каких-либо упрощающих предположений о характере спектра и диаграммы направленности излучения.

Для интегрирования этой системы уравнений использовался способ разбиения области на слои, благодаря чему задача сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для каждого слоя. Такой способ для решения газодинамических задач был использован в [15].

Изложим коротко схему счета системы уравнений (1.1) — (1.4).

2. Сферическая область нагретого газа разбивается на сферические слои (фиг. 1). Состояние каждого слоя j , ограниченного радиусами r_j и r_{j+1} , в

каждый момент времени t определяют следующие средние по слою величины: H_j — энталпия, p_j — давление, ρ_j — плотность, T_j — температура, $k_{v,j}$ — набор спектральных коэффициентов поглощения для данных значений T_j и p_j (v — индекс частоты).

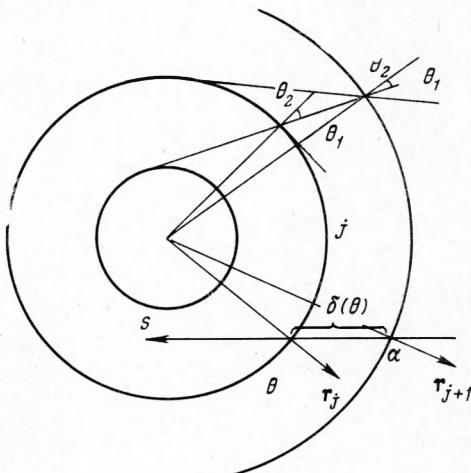
Предполагается, что внутри каждого слоя спектральные коэффициенты постоянны по радиусу, а температура меняется по параболе. Функция Планка в слое задается в виде

$$B_v(r) = a_{v,j} + b_{v,j}r^2 \quad (2.1)$$

где $a_{v,j}$ и $b_{v,j}$ — константы, определяемые через планковские функции $B_{v,j}$ и $B_{v,j+1}$, которые соответствуют температурам на границах слоя

$$b_{v,j} = (B_{v,j+1} - B_{v,j})/(r_{j+1}^2 - r_j^2) \quad (2.2)$$

В этих предположениях уравнение переноса излучения (1.2) интегрируется. Спектральная интенсивность излучения в точке r_j в направлении, образующем угол θ с радиус-вектором в этой точке, записывается в виде (индекс частоты v опускаем)



Фиг. 1

$$I_j(\theta) = I_s(\alpha) e^{-k_i \delta(\theta)} + B_j - B_s e^{-k_i \delta(\theta)} - \frac{2b_i}{k_i} \left\{ \left(r_j \cos \theta - \frac{1}{k_i} \right) (1 - e^{-k_i \delta(\theta)}) + \delta(\theta) e^{-k_i \delta(\theta)} \right\} \quad (2.3)$$

Здесь α — угол, под которым должно выйти излучение из точки r_s , чтобы в точку r_j прийти под углом θ ; $\delta(\theta)$ — путь, пройденный излучением в слое i вдоль луча, образующего угол θ с радиус-вектором в точке r_j .

$$|\cos \alpha| = \sqrt{1 - (r_j/r_s)^2 \sin^2 \theta}, \quad \delta(\theta) = r_j \cos \theta - r_s \cos \alpha \quad (2.4)$$

В зависимости от величины угла θ индексы S и i принимают следующие значения:

$$S = \begin{cases} j-1 & \text{при } 0 \leq \theta < \theta_2, \quad (\theta_2 = \arcsin(r_{j-1}/r_j)) \\ j & \text{при } \theta_2 \leq \theta < \pi/2 \\ j+1 & \text{при } \pi/2 \leq \theta \leq \pi \end{cases}$$

$$i = \begin{cases} j-1 & \text{при } 0 \leq \theta < \pi/2 \\ j & \text{при } \pi/2 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (2.5)$$

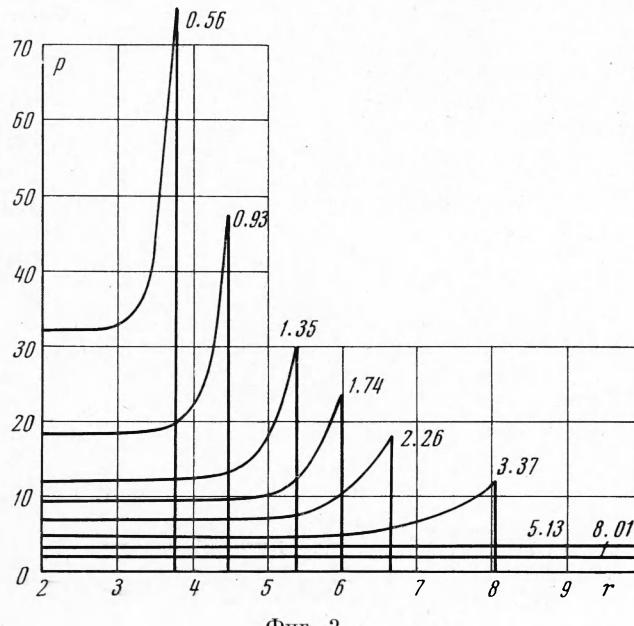
Направление, образующее угол θ_2 с радиус-вектором в точке r_j , является касательным к граничной поверхности соседнего (внутреннего) слоя.

При расчете поля излучения требуется определить спектральные интенсивности в каждой точке заданного набора радиусов для всех фиксированных углов θ ($0 \leq \theta \leq \pi$), образованных направлением излучения с радиус-вектором в каждой точке.

Если известна интенсивность падающего излучения на границе области, определяемой радиусом R (в рассматриваемом случае она равна нулю, $I_v(R, t, \theta) = 0$ при $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$), то согласно (2.3) — (2.5) можно по-

следовательно, переходя от внешних слоев к внутренним, определить интенсивность излучения во всех точках r_j для углов $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$.

Полученные значения спектральной интенсивности в какой-либо точке r_j для углов $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ являются одновременно исходными величинами для нахождения интенсивностей излучения в той же точке r_j в обратном направлении в интервале углов $\theta_2 \leq \theta < \pi/2$ (случай $S = j$), которые, в свою очередь, являются исходными для последовательного определения



Фиг. 2

интенсивностей излучения во всех точках с радиусами $r_p \geq r_j$ ($j \leq p \leq jm + 1$, где jm — полное число слоев) в угловом диапазоне $\theta_2 \leq \theta < \theta_1$, где

$$\cos \theta_1 = \sqrt{1 - (r_j/r_p)^2}, \quad \cos \theta_2 = \sqrt{1 - (r_{j-1}/r_p)^2} \quad (2.6)$$

При $p = j$ угол $\theta_1 = \pi/2$, что находится в согласии с (2.5). Интенсивность излучения в радиальном направлении (угол $\theta = 0$) в любой точке может быть получена, если рассчитаны интенсивности излучения на внешней границе центрального слоя с радиусами $r_1 = 0$ и r_2 . В этом случае $\theta_2 = 0$ для всех радиусов $r_2 \leq r_j \leq R$.

Предложенная схема счета уравнения переноса позволяет резко сократить необходимый для точного расчета поля излучения объем машинной памяти, поскольку в данном случае полный по спектру и углам набор спектральных интенсивностей запоминается только для одной точки радиуса, для всех же остальных точек по радиусу запоминаются интегральные по спектру и углу величины — потоки излучения.

Рассчитанные по (1.3) плотности потоков излучения в каждой точке подставляются в уравнение энергии (1.1).

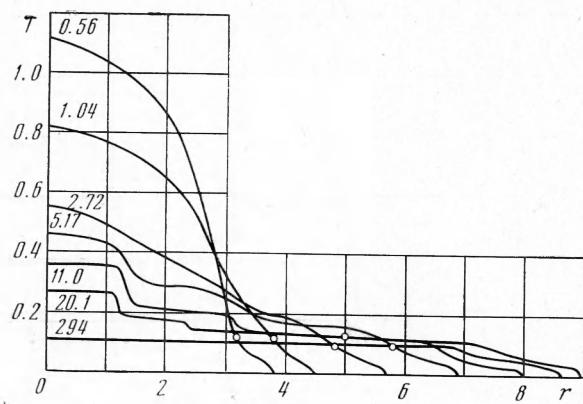
При решении уравнения энергии использовался метод Эйлера с пересчетом.

3. В данной работе приводятся результаты расчета лазерного взрыва с полной энергией 5.3 дж при нормальной начальной плотности воздуха ($\rho_0 = 1.29 \cdot 10^{-3}$ г/см³).

В качестве начального времени для расчета был взят момент времени $t_0 = 0.56 \text{ мксек}$, близкий к моменту отрыва ударного фронта от огненного шара.

Распределение физических параметров (температуры — для этого момента времени — и давления — для различных моментов времени (фиг. 2)) получены по методу, описанному в работе [11], но с учетом реального уравнения состояния воздуха.

В расчете использовались табличные значения уравнения состояния [3] и спектральных коэффициентов поглощения воздуха в широком частотном диапазоне ($0.06 \text{ эв} \leq h\nu \leq 250 \text{ эв}$) [16]. Для температур $T > 20000^\circ \text{ К}$ коэффициенты поглощения были рассчитаны Ю. П. Высоцким и В. А. Нужным по методике [16], но без учета линий поглощения.



Фиг. 3

В начале расчета нагретый объем разбивался на 20—30 сферических слоев с перепадом температур между соседними слоями не более 10%. Схема счета предусматривала включение дополнительных расчетных точек по радиусу, если перепад температур превышал 5—10%. Число точек по углам в интервале $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ достигало 40—50 значений.

Увеличение количества точек по радиусу и углам вдвое изменяло такие параметры, как доля высвечиваемой энергии и температура в центре, не более чем на 1%.

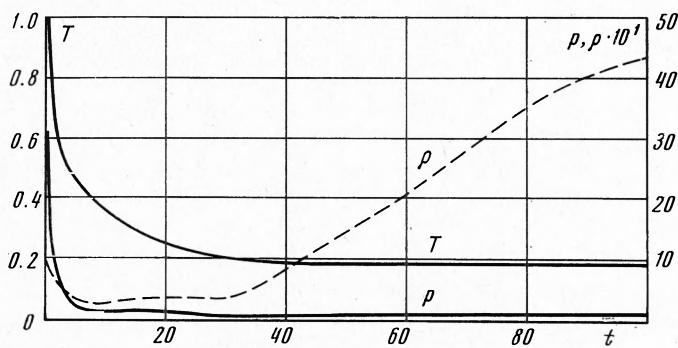
Число спектральных интервалов бралось равным 60—80, причем примерно половина из них приходилась на спектральный диапазон до $6—7 \text{ эв}$, в котором происходит высвет энергии наружу. Границы их выбирались с учетом характера изменения коэффициента поглощения с частотой. Сравнения с расчетами спектра излучения для отдельных моментов времени, проведенные с разбиением на 655 спектральных интервалов (600 таких же, как в таблицах [16] и 55 для энергий квантов $\epsilon > 19 \text{ эв}$), показали, что погрешность в интегральных характеристиках, таких как потоки излучения, не превышает 10—20%.

Таблицы [16] не учитывают тонкой структуры спектра, так как в них коэффициент поглощения усреднен по интервалам $\Delta\nu = 250 \text{ см}^{-1}$ (в предположении постоянства спектра внутри интервала). Заметим, что проведение расчетов для нестационарной газодинамической задачи без осреднения по спектральным интервалам представляется весьма затруднительным в силу ограниченной мощности современных ЭВМ.

В дальнейшем предполагается проведение расчетов с использованием предлагаемого в [12] осреднения по истинному виду спектра.

Однако сравнение результатов расчетов при различном числе точек, анализ вида спектра (при достаточно высоких давлениях линии сильно уширены и число тех, которые необходимо учитывать индивидуально, невелико) дают основание предполагать, что в данном случае это не приведет к заметному отличию в результатах расчетов.

Типичное значение параметров в данных расчетах: $T \approx 20\ 000^\circ\text{K}$ и $p \approx 3\text{ атм}$, т. е. плотность электронов $N_e = 3 \cdot 10^{16}\text{ см}^{-3}$ (степень ионизации $\alpha_e \approx 2$). Оценки времен установления локального термодинамического равновесия (ЛТР) [2, 17] показывают, что использование гипотезы ЛТР в качестве первого приближения в этом диапазоне термодинамических параметров при характерных временах задачи порядка 10—100 мксек является достаточно обоснованным.



Фиг. 4

В используемых таблицах [3] не учитывалось снижение потенциала ионизации ΔI . Оценки [2, 17] показывают, что в данном диапазоне параметров $\Delta I \sim 2 \cdot 10^{-3}\text{ эв}$, т. е. пренебрежимо мало.

Величины, представленные на графиках, выражаются в следующих единицах измерения: давление p в атм, радиус r в мм, температура T в $10^5\text{ }^\circ\text{K}$, плотность ρ в 10^{-5} г/см^3 , время t в мксек, плотность лучистого потока F в квт/см^2 , энергия кванта $h\nu$ в эв, плотность спектрального потока F_ν в $\text{квт/см}^2\text{-эв}$, высвечивание W в %.

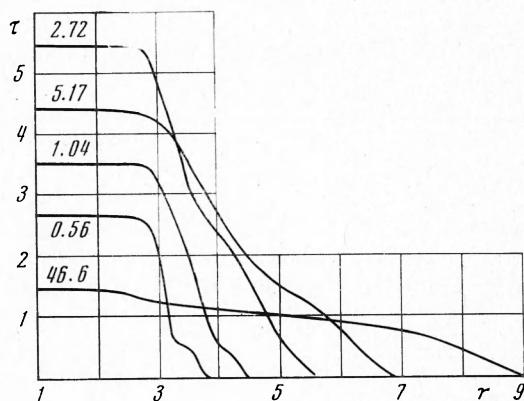
На фиг. 3 показаны распределения температур по радиусу для нескольких моментов времени, а фиг. 4 демонстрирует поведение температуры, давления и плотности от времени в центре огненного шара. В первые моменты времени наблюдается достаточно быстрое охлаждение горячего ядра огненного шара вплоть до температур порядка $50\ 000^\circ\text{K}$. Затем процесс охлаждения становится более медленным, изменяется и характер температурных профилей — появляются температурные уступы. Появление этих уступов, по-видимому, связано с процессом рекомбинации ионов азота и кислорода, что подтверждается концентрациями основных компонент воздуха для характерных значений $T = 45\ 000$ и $30\ 000^\circ\text{K}$ на температурном профиле в момент времени $t = 5.17\text{ мксек}$.

$T \cdot 10^{-5}$	ρ	N^0	N^1	N^2	N^3
0.45	0.408	—	0.0368	1.3139	0.2116
0.30	0.725	0.0047	1.1026	0.4550	—
$T \cdot 10^{-5}$	O^0	O^1	O^2	O^3	
0.45	—	0.0200	0.3793	0.0197	
0.30	0.0020	0.3677	0.0493	—	

Здесь N^i , O^i — концентрации i -кратно ионизованных атомов азота и кислорода (концентрации нормированы к недиссоциированному состоянию воздуха при $T = 293^\circ\text{K}$ и $\rho = \rho_0$).

При повышении температуры от $30\,000$ до $50\,000^\circ\text{K}$ и плотностях порядка $\rho = 0.3 \cdot 10^{-5} \text{ г}/\text{см}^3$ происходит процесс второй ионизации атомов азота и кислорода.

Уступы при более низких температурах соответствуют резкому изменению коэффициентов поглощения воздуха при температуре порядка $20\,000^\circ\text{K}$. Отметим, что схема счета предусматривает введение дополнительных счетных точек по радиусу в местах резкого изменения градиента температуры.



Фиг. 5

Кружки на температурных кривых соответствуют слоям газа, отстоящим от края огненного шара на оптическом расстоянии

$$\tau = \int_r^R k(r) dr$$

порядка единицы. Здесь $k(r)$ — усредненный (по истинному спектру в данной точке r) коэффициент поглощения для «выходящего» излучения

$$k(r) = \int_0^\infty k_\nu(r) J_\nu d\nu / \int_0^\infty J_\nu d\nu \quad \left(J_\nu = \int_0^{\pi/2} I_\nu(\theta) \sin \theta d\theta \right)$$

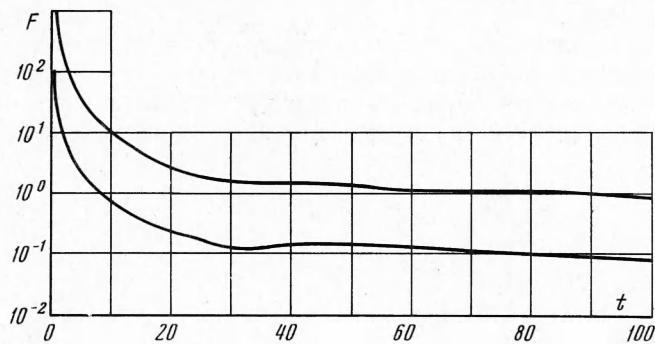
где J_ν — интегральная (по углу) интенсивность выходящего излучения.

Видно, что даже при значительном охлаждении огненного шара, его нельзя считать полностью прозрачным.

Фиг. 5 демонстрирует зависимость оптической толщины τ от радиуса для выходящего излучения в некоторые выбранные моменты времени. Оптическая толщина огненного шара вначале несколько растет со временем, а затем снова падает и становится величиной порядка единицы. В течение всего времени охлаждения огненный шар рассматриваемого взрыва является оптически полупрозрачным. Сопоставление с фиг. 3 показывает, что резкое возрастание оптической толщины по радиусу соответствует слоям воздуха, нагретым до температуры порядка $30\,000^\circ\text{K}$, горячее ядро огненного шара является фактически прозрачным для излучения. Для более поздних моментов времени профиль оптической толщины становится более пологим, уменьшается и ее значение, наступает объемное высвечивание огненного шара.

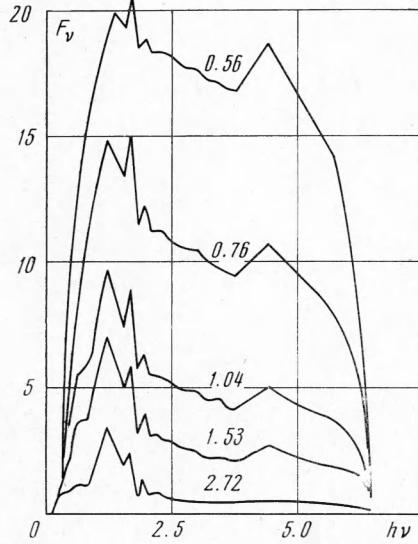
На фиг. 6 изображены зависимости от времени односторонних потоков излучения в центре (верхняя кривая) и на краю огненного шара.

Наличие больших потоков в центре (особенно в первые моменты времени), возможно, является одной из причин отсутствия волны охлаждения. Теория волны охлаждения [2] эти потоки не учитывает.

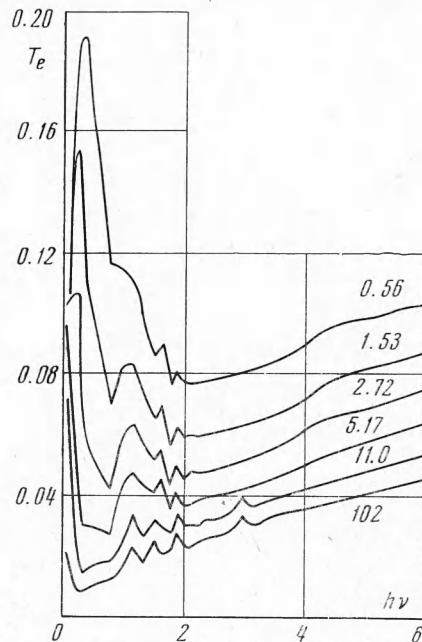


Фиг. 6

Спектральные потоки F_ν излучения, выходящего с поверхности огненного шара, для некоторых выбранных моментов времени представлены на фиг. 7, а на фиг. 8 — соответствующие им яркостные температуры T_e ,



Фиг. 7

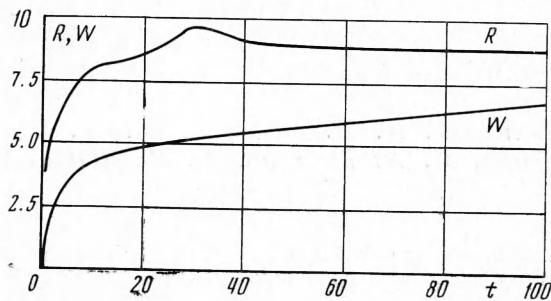


Фиг. 8

найденные из соотношения $F_\nu = \pi B(T_e)$. Следует отметить сравнительно узкий частотный диапазон выходящего излучения. Практически отсутствуют кванты с $h\nu > 6.6$ эв.

Фиг. 9 демонстрирует зависимость радиуса границы огненного шара R и высвета W от времени. За радиус границы огненного шара R принимается радиус сферы, ограничивающей область с $T > 2000^\circ$ К. Характер зависимости радиуса границы связан с изменением давления внутри огнен-

ного шара. К моменту времени $t \sim 30$ мксек давление падает до минимального значения порядка 0.8 атм, а радиус достигает максимальной величины. В дальнейшем устанавливается атмосферное давление и радиус границы становится почти постоянным. Доля полной энергии взрыва, высветившейся с поверхности огненного шара (высвет), сравнительно быстро



Фиг. 9

нарастает в первые моменты времени, пока температура в центре области достаточно высока ($T_0 \sim 50000^\circ$ К). Затем рост высвета заметно уменьшается, что соответствует началу медленного процесса объемного высвечивания огненного шара. За время охлаждения огненного шара $t \sim 50$ мксек величина высвета составляет всего 6% полной энергии взрыва.

Авторы признательны Ю. П. Высоцкому и В. А. Нужному за содействие в данной работе.

Поступила 17 IV 1972

ЛИТЕРАТУРА

- Райзер Ю. П. Пробой и нагревание газов под действием лазерного луча. Усп. физ. н., 1965, т. 87, вып. 1, стр. 29—63.
- Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, Изд. 2. М., «Наука», 1966.
- Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М., «Машиностроение», 1965.
- Действие ядерного оружия. М., Воениздат, 1960.
- Действие ядерного взрыва. Сб. перев. М., «Мир», 1971.
- Daiber J. W., Thomson H. M. Laser driven detonation waves in gases. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 6, pp. 1162—1169.
- Mead S. H. Plasma production with a multibeam laser system, Phys. Fluids, 1970, vol. 13, No. 6, pp. 1510—1518.
- Alcock A. J., Panarella E., Ramsden S. A. Proc. VII Internat. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Beograd, 1966. pp. 224—227.
- Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, Изд. 5. М., «Наука», 1965.
- Brode H. L. Numerical solutions of spherical blast waves, J. Appl. Phys., 1955, vol. 26, No. 6, pp. 766—775.
- Охочимский Д. Е., Кондратева И. Л., Власова З. П., Казакова О. К. Расчет точечного взрыва с учетом противодавления. Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, т. 50, М., «Наука», 1957.
- Немчинов И. В. Об осредненных уравнениях переноса излучения и их использовании при решении газодинамических задач. ПММ, 1970, т. 34, вып. 4, стр. 706—721.
- Brode H. Review of nuclear weapons effects. Annual Rev. Nuclear Sci., 1968, vol. 18 pp. 153—202.
- Немчинов И. В. Некоторые нестационарные задачи переноса тепла излучением. ПМТФ, 1960, № 1, стр. 36—57.
- Кондратьев В. Н., Немчинов И. В., Хазин В. М. Численный расчет задачи о разлете нагреваемого поверхностного слоя вещества с учетом расслоения его фазы. ПМТФ, 1970, № 4, стр. 70—90.
- Авилов И. В., Биберман Л. М., Воробьев В. С., Замалин, В. М., Кобзев Г. А., Лагариков А. Н., Мнацаканян А. Х., Норма Г. Э. Оптические свойства горячего воздуха. М., «Наука», 1970.
- Грим Г. Спектроскопия плазмы. М., Атомиздат, 1969.