

личными частями решетки, не взаимодействуют друг с другом и являются изотропными. Здесь одномерные законы распределения вероятностей оказываются гауссовыми.

Кривая 2 на фиг. 6 получена при  $y/M_1 = 3,64$  внутри зоны смешения. Она сильно отличается от гауссова распределения. Для нее коэффициент асимметрии равен  $-0,66$ , а эксцесс равен  $2,03$ , тогда как для гауссова закона эти параметры равны нулю. Такой характер  $\varphi$  в зоне смешения связан со своеобразной перемежаемостью течения, когда крупные и более интенсивные вихри, генерируемые нижней частью решетки, чередуются с мелкими и менее интенсивными вихрями, порождаемыми верхней половиной решетки. То, что чередование вихрей разной природы приводит к отличию законов распределения от гауссова, продемонстрировано в [8]. Это сильно осложняет математическое моделирование турбулентных течений. Для их описания следует применять не только арифметическое, но и логическое суммирование флуктуаций различного происхождения. Перемежаемость флуктуаций, проявляющаяся в законах распределения вероятностей на столь больших расстояниях от решетки, свидетельствует о том, что турбулентные вихреобразования очень долго сохраняют свою индивидуальность, чем и обусловлена память турбулентности об условиях ее образования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Champagne F. И., Harris V. G., Corrsin S. Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flows.— J. Fluid Mech., 1970, vol. 41, pt 1.
2. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: ИЛ, 1959.
3. Naudascher E. Flow in the wake of self-propelled bodies and related sources of turbulence.— J. Fluid Mech., 1965, vol. 22, pt 4.
4. Thompson S. M., Turner J. S. Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 67, pt 2.
5. Хинце И. О. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963.
6. Алексенко Н. В., Костомаха В. А. Динамика тройных корреляций в изотропной турбулентности. — В кн.: Динамика жидкости со свободными границами (Динамика сплошной среды), 1983, вып. 60.
7. Букреев В. И., Васильев О. Ф., Лыткин Ю. М. О влиянии формы тела на характеристики автомоделльного осесимметричного следа.— ДАН СССР, 1972, т. 207, № 4.
8. Букреев В. И., Костомаха В. А. Распределение вероятностей флуктуаций скорости в осесимметричных турбулентных спутных струях. — ПМТФ, 1983, № 5.

Поступила 23/1 1984 г.

УДК 536.25

### О КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОГО ЭФФЕКТА

А. А. Непомнящий, И. Б. Симаковский

(Пермь)

Известно, что в однородной жидкости конвективная неустойчивость равновесия имеет монотонный характер [1]. Для системы двух слоев бесконечной толщины в [2] была установлена возможность термокапиллярной колебательной неустойчивости. Для слоев конечной толщины колебательная неустойчивость равновесия обнаружена как в случае термокапиллярной [3, 4], так и в случае термогравитационной конвекции [5]. В данной работе исследуется возникновение колебаний при совместном действии обоих механизмов неустойчивости. Установлено, что конечная толщина слоев существенно изменяет критерии возникновения колебательной конвекции, причем отношение толщин слоев является определяющим параметром. Показано, что при совместном воздействии термокапиллярного и термогравитационного механизмов конвекции колебательная неустойчивость может оказаться наиболее опасной даже для тех систем, для которых при наличии только одного из механизмов неустойчивость является монотонной.

1. Пусть пространство между двумя горизонтальными твердыми пластинами, на которых поддерживается постоянная и различная температура (разность температур равна  $\theta$ ), заполнено двумя слоями несмешивающихся вязких жидкостей. Ось  $x$  направлена горизонтально, ось  $y$  — вертикально вверх. Уравнения твердых границ:  $y = a_1$  и  $y = -a_2$ . Коэффициенты динамической и кинематической вязкости, теплопроводности, температуропроводности и объемного расширения соответственно равны  $\eta_m, \nu_m, \kappa_m, \chi_m, \beta_m$  ( $m = 1$  для верхней жидкости,  $m = 2$  для нижней жидкости). Коэффициент поверхностного натяжения линейно зависит от температуры:  $\sigma = \sigma_0 - \alpha T$ .

Известно, что искривление границы раздела существенно только для длинноволновых возмущений [6]. В данной работе такие возмущения не рассматриваются и граница раздела предполагается плоской ( $y = 0$ ).

Введем обозначения:  $\eta = \eta_1/\eta_2$ ,  $\nu = \nu_1/\nu_2$ ,  $\kappa = \kappa_1/\kappa_2$ ,  $\beta = \beta_1/\beta_2$ ,  $\chi = \chi_1/\chi_2$ ,  $a = a_2/a_1$ . В качестве единиц длины, времени, функции тока и температуры выберем соответственно  $a_1, a_1^2/\nu_1, \nu_1$  и  $\theta$ . Безразмерный градиент температуры  $dT_0/dy$  в равновесии равен  $A_1 = -s/(1 + \kappa a)$  в верхней жидкости и  $A_2 = -s\kappa/(1 + \kappa a)$  — в нижней, где  $s = -1$  при подогреве сверху,  $s = 1$  при подогреве снизу. Для нормальных возмущений функции тока  $\psi_m$  и температуры  $T_m$  ( $m = 1, 2$ ) с волновым числом  $k$  и комплексным инкрементом  $\lambda + i\omega$  линеаризованные уравнения конвекции имеют вид

$$(1.1) \quad (\lambda + i\omega)D\psi_m = -d_m D^2\psi_m + ikGrb_m T_m, \\ -(\lambda + i\omega)T_m - ik\psi_m A_m - \frac{c_m}{Pr} DT_m,$$

где  $D = d^2/dy^2 - k^2$ ,  $d_1 = b_1 = c_1 = 1$ ,  $d_2 = 1/\nu$ ,  $b_2 = 1/\beta$ ,  $c_2 = 1/\chi$ ,  $Pr = \nu_1/\chi_1$  — число Прандтля,  $Gr = g\beta_1\theta a_1^3/\nu_1^2$  — число Грасгофа.

Условия на твердых границах:

$$(1.2) \quad y = 1: \psi_1 = \psi_1' = T_1 = 0, \quad y = -a: \psi_2 = \psi_2' = T_2 = 0;$$

на границе раздела:

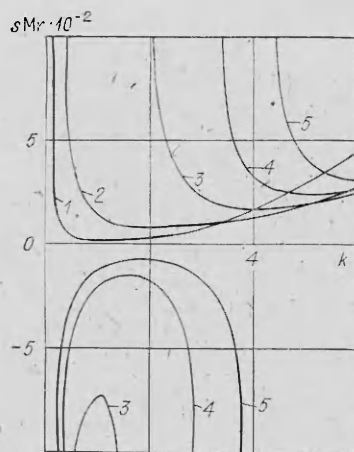
$$(1.3) \quad y = 0: \psi_1 = \psi_2 = 0, \quad \psi_1' = \psi_2', \quad T_1 = T_2, \quad \kappa T_1' = T_2', \\ \eta\psi_1'' - ikMrT_1 = \psi_2'',$$

$Mr = \eta M/Pr$  ( $M = \alpha\theta a_1/\eta_1\chi_1$ ) — число Марангони. Граница устойчивости равновесия определяется условием  $\lambda = 0$ .

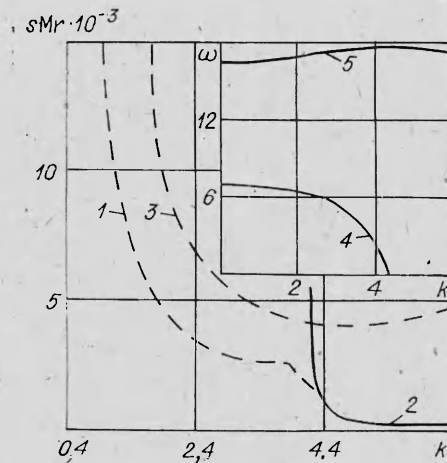
Решение краевой задачи (1.1)–(1.3) в простом аналитическом виде удается получить только в случае монотонной неустойчивости ( $\omega = 0$ ) при  $Gr = 0$  [7]. В данной работе для получения границ устойчивости решение краевой задачи строилось методом Рунге — Кутты.

2. Конвективная устойчивость двухслойных систем при наличии термокапиллярного эффекта исследовалась в [2, 6–9]. В [6–9] изучалась монотонная неустойчивость равновесия. В [2] была рассмотрена также возможность появления колебательной неустойчивости для слоев бесконечной толщины, что физически соответствует случаю, когда толщина слоя существенно превышает длину волны возмущений. Однако в реальной ситуации (для слоев конечной толщины) наиболее опасными являются возмущения с длинами волн порядка толщин слоев; результаты [2] описывают лишь коротковолновую асимптотику нейтральных кривых. Отношение толщин слоев является одним из определяющих параметров.

В качестве примера приведем результаты расчета нейтральных кривых, выполненного для системы муравьиная кислота — трансформаторное масло со следующим набором параметров:  $Pr = 14,2, \nu = 0,065, \eta = 0,09, \chi = 1,40, \kappa = 2,44$  (сила тяжести отсутствует,  $Gr = 0$ ). Согласно критериям, приведенным в [2], в случае слоев бесконечной толщины для данной системы возможна только монотонная неустойчивость, причем лишь при одном направлении градиента температуры; в случае противоположного направления градиента температуры равновесие абсолютно



Фиг. 1



Фиг. 2

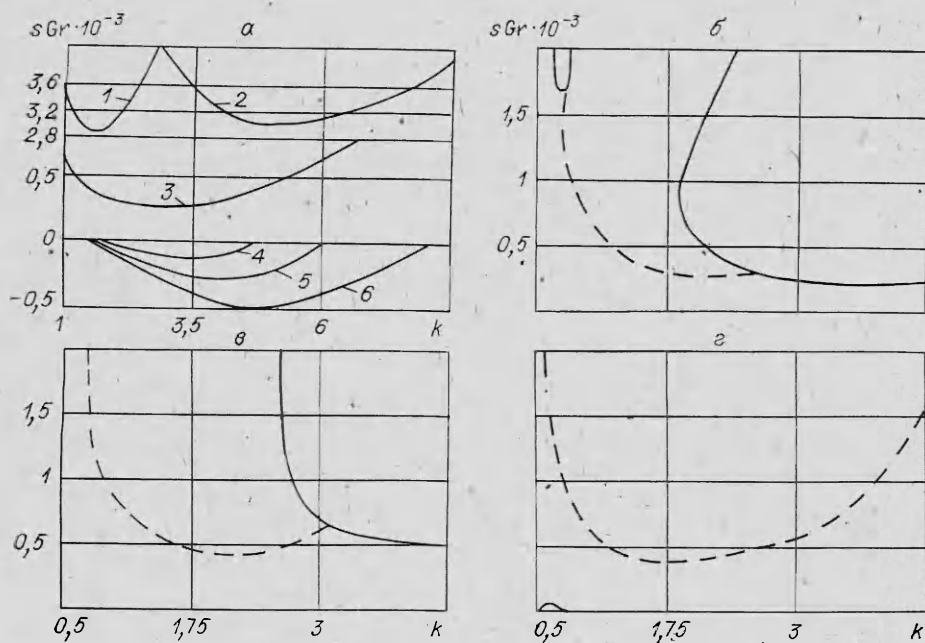
устойчиво. Как показывают расчеты, для слоев конечной толщины результаты существенно иные. Лишь при  $a > a_*$  (как можно показать,  $a_* = 1/\sqrt{\chi} = 0,85$  [7]) монотонная неустойчивость реализуется только при подогреве со стороны трансформаторного масла. При  $a < a_*$  в длинноволновой области появляется интервал волновых чисел, в котором монотонная неустойчивость возникает при противоположном способе подогрева. Нейтральные кривые изображены на фиг. 1, линии 1—5 соответствуют  $a = 2; 1; 0,8; 0,7; 0,6$ . Кроме того, в длинноволновой области возникает колебательная неустойчивость. На фиг. 2 приведены результаты расчета нейтральных кривых  $sMr$  (линии 1, 3) и частоты (линии 4, 5) для колебательной неустойчивости при  $a = 0,6; 0,34$ . Линия 2 соответствует монотонной неустойчивости для  $a = 0,6$ .

3. Новые возможности для появления колебательной неустойчивости открывает одновременное воздействие термокапиллярного и термогравитационного механизмов. Рассмотрим систему вода — силиконовое масло № 200 с параметрами:  $Pr = 6,28$ ,  $\nu = 1,116$ ,  $\eta = 0,915$ ,  $\chi = 0,472$ ,  $\kappa = 0,169$ ,  $\beta = 7,16$ . Результаты расчета нейтральных кривых для случая чисто термокапиллярной конвекции показаны на фиг. 3, линии 1—5 соответствуют  $a = 0,2; 0,4; 1; 1,6; 2,4$ . Колебательная неустойчивость для данной системы не обнаружена.



Фиг. 3

Зафиксируем значение  $a = 1,6$  и рассмотрим совместное влияние термокапиллярного и термогравитационного механизмов конвекции. В случае отсутствия термокапиллярного механизма ( $Mg = 0$ ) при подогреве снизу возникает монотонная термогравитационная неустойчивость; несколько нейтральных кривых, соответствующих различным модам, изображены на фиг. 4, а (линии 1—3). Включение термокапиллярного механизма приводит к появлению участков колебательной неустойчивости в окрестностях точек пересечения нейтральных кривых (фиг. 4, б — г, соответственно  $sMr = 250; 500; 3500$ , участки колебательной неустойчивости показаны штриховой линией, а монотонной неустойчивости — сплошной). Аналогичным образом колебательная неустойчивость возникала при изменении параметра  $a$  в случае чисто термогравитационной конвекции [5]. В отличие от случая, рассмотренного в [5], колебательные возмущения с ростом  $sMr$  становятся наиболее опасными (фиг. 4, в).



Ф и г. 4

Отметим, что при появлении силы тяжести термокапиллярная неустойчивость (соответствующая линия 4 фиг. 3) стабилизируется как в случае подогрева снизу ( $sMg = 3500$ , фиг. 4, в), так и в случае подогрева сверху (линии 4–6 фиг. 4, а соответствуют  $sMg = -1000, -1500, -2000$ ); с ростом Gr интервал волновых чисел, в котором имеет место неустойчивость, сужается и исчезает.

Таким образом, в реальной ситуации можно ожидать появления колебательных режимов конвекции даже в тех случаях, когда критерии, полученные в [2], предсказывают абсолютную устойчивость или монотонную неустойчивость равновесия.

Авторы благодарят Е. М. Жуховицкого за внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
2. Sternling C. V., Scriven L. E. Interfacial turbulence: hydrodynamic instability and the Marangoni effect.— *AIChE J.*, 1959, vol. 5, N 4.
3. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Термокапиллярная конвекция в двухслойной системе.— *ДАН СССР*, 1983, т. 272, № 4.
4. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Термокапиллярная конвекция в двухслойной системе.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1983, № 4.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О монотонной и колебательной неустойчивости двухслойной системы несмешивающихся жидкостей, подогреваемой снизу.— *ДАН СССР*, 1982, т. 265, № 2.
6. Scriven L. E., Sternling C. V. On cellular convection driven by surface tension gradients: effect of mean surface tension and surface viscosity.— *J. Fluid Mech.*, 1964, vol. 19, N 3.
7. Smith K. A. On convective instability induced by surface-tension gradients.— *J. Fluid Mech.*, 1966, vol. 24, N 2.
8. Zeren R. W., Reynolds W. C. Thermal instability in two-fluid layers.— *J. Fluid Mech.*, 1972, vol. 53, N 2.
9. Ferm E. N., Wollkind D. J. Onset of Rayleigh — Benard — Marangoni instability: comparison between theory and experiment.— *J. Non-Equilib. Thermodyn.*, 1982, vol. 7.

Поступила 9/XI 1983 г.