

УДК 532.5+519.63

## Численное моделирование переходных процессов в гидротурбинах\*

А.Ю. Авдюшенко<sup>1</sup>, С.Г. Черный<sup>1</sup>, Д.В. Чирков<sup>1</sup>, В.А. Скорospelов<sup>2</sup>,  
П.А. Турук<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

E-mail: cher@ict.nsc.ru

Предлагается метод расчета нестационарных трехмерных турбулентных течений в гидротурбинах электростанций, разработанный для моделирования переходных процессов. Метод основан на совместном решении уравнений Рейнольдса течения несжимаемой жидкости на подвижных сетках, уравнения вращения рабочего колеса и системы одномерных уравнений, описывающих распространение упругого гидроудара в водоводе. Рассматриваются особенности взаимодействия параметрами течения между областями водовода и гидротурбины. Приводятся результаты расчетов переходных процессов: пуска в турбинный режим, уменьшения мощности, мгновенного сброса нагрузки. Проводится сравнение с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** численное моделирование, переходные процессы, гидротурбины.

### Введение

Течения в проточном тракте (ПТ) гидротурбины (ГТ) подразделяются на установившиеся и переходные. К установившимся относятся течения при неизменных значениях расхода воды  $Q$  через ПТ, частоты вращения рабочего колеса (РК), нагрузки на вал РК. Эти течения являются стационарными или периодически нестационарными и достаточно адекватно моделируются многими исследователями в самой полной трехмерной постановке [1–3].

Переходные режимы течений возникают при переводе работы ГТ из одного состояния в другое путем регулировки открытия направляющего аппарата (НА) или при увеличении (уменьшении) нагрузки на вал РК. Такие течения являются существенно нестационарными и характеризуются резкими колебаниями расхода воды во времени. Это приводит к динамическому изменению давления в ПТ, проявляющемуся в форме гидравлического удара  $\Delta H(\xi, t)$  [4], где  $\xi$  — координата вдоль водовода,  $t$  — время. Гидравлический удар  $\Delta H(\xi, t)$  может как повышать общий напор на турбине

$$H(\xi, t) = H_0 + \Delta H(\xi, t) \quad (1)$$

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-01-00475-а).

в случае, если он положительный, так и понижать, когда он отрицательный. Здесь  $H_0$  — разность полных энергий потоков между уровнями верхнего и нижнего бьефов гидроэлектростанции. Следовательно, при расчете трехмерных течений в переходных режимах возникают новые проблемы при создании для них численных моделей, не существующие в случае моделирования установившихся течений. Первая проблема — описание величины гидравлического удара  $\Delta H(\xi, t)$ . Явление гидравлического удара можно было бы непосредственно моделировать при наличии возможности учета упругих деформаций азрированной воды и стенок ПТ. Однако при этом необходимо рассчитывать течение во всем ПТ ГТ, включая напорный водовод. Это ведет к колоссальным вычислительным затратам и поэтому в настоящее время недостижимо. Если отказаться от учета деформации стенок ПТ, а моделирование течения воды проводить в приближении несжимаемой жидкости, то, рассчитав поток во всем ПТ, получим картину “жесткого” гидравлического удара. Найденное в такой постановке решение в случае длинного водовода и короткого времени изменения режима будет сильно отличаться от реального переходного процесса в силу неограниченного возрастания величины гидравлического удара  $\Delta H(\xi, t)$ .

Вторая проблема — использование на входной и выходной границах ПТ краевых условий, не фиксирующих расход воды  $Q$  через них. Численное моделирование течений в ГТ осуществляется, как правило, не во всем ПТ, а в основных его элементах — НА, РК и отсасывающей трубе (ОТ) [1]. Одной из наиболее распространенных постановок условий во входном и выходном сечениях ПТ указанной цепочки элементов является задание распределения вектора скорости на входе и давления на выходе. Однако из-за изменения во времени расхода воды эта постановка при моделировании переходных процессов становится неприемлемой. Предложенная в работе [5] альтернативная постановка позволяет находить расход в процессе расчета течения. В этой постановке в обоих сечениях задаются полные энергии, кроме того, во входном сечении требуется информация о направлении потока, а в выходном — о профиле давления. Задаваемые в сечениях энергии могут меняться во времени. Такая постановка больше отвечает задачам о переходных процессах и будет использована при их решении.

При моделировании переходных течений в каналах НА с открывающимися или закрывающимися лопатками форма ячеек сетки не является фиксированной и подстраивается под положение поверхностей лопаток, являющихся границами расчетной области. Это приводит к необходимости использования подвижных, меняющихся со временем сеток. Распределение узлов сетки внутри расчетной области определяется распределением узлов на поверхностях лопаток. Движение поверхностей контролируется законом изменения регулирующего органа ГТ. Таким образом, третьей проблемой является обобщение разработанного ранее авторами численного метода решения трехмерных уравнений несжимаемой жидкости на фиксированных сетках на подвижные сетки. Особо важным требованием, которому должен удовлетворять численный метод решения уравнений движения жидкости на подвижной сетке, является выполнение условия геометрической консервативности. Суть его состоит в том, что если решением рассматриваемой задачи является однородный поток, то метод с двигающейся сеткой должен выдавать этот же поток без какого-либо возмущения.

Наконец, в качестве четвертой проблемы, возникающей при обращении от моделирования установившихся течений к переходным, становится определение скорости вращения РК, которая в процессе переходного течения изменяется, подчиняясь закону вращения твердого тела под действием вращающего и тормозящего его моментов.

Работы, в которых бы в совокупности решались перечисленные проблемы моделирования переходных трехмерных течений в ГТ, авторам не известны.

В настоящее время для исследования переходных процессов в гидроэлектростанциях используется одномерная гидроакустическая теория. Она основана на гиперболической системе уравнений сохранения массы и импульса для сжимаемой жидкости [6, 7]. Существенным недостатком такого подхода является необходимость априори знать универсальную характеристику ГТ. Эти модели в качестве входных данных принимают длины и площади поперечного сечения водовода и отсасывающей трубы, диаметр и частоту вращения РК, концентрацию воздуха, коэффициент кавитации станции, расход воды  $Q$  и напор  $H_0$ , но не учитывают форму НА и РК, а также профиль скорости за ними. Все указанные входные параметры будут одинаковыми для различных форм РК, которые не будут влиять на характеристики переходного течения.

В настоящей работе для решения задачи моделирования переходного режима реалистичного трехмерного течения предлагается оригинальный комбинированный подход, в котором прохождение гидроудара в длинном водоводе описывается одномерной моделью упругого гидроудара, а в области турбины — в “жестком” приближении, но в аккуратной пространственной геометрической и гидродинамической постановке (рис. 1).

Предложенный подход включает в себя модель переходного процесса, состоящую из нестационарных осредненных по Рейнольдсу трехмерных уравнений Навье–Стокса, замкнутых  $k-\varepsilon$  моделью турбулентности Кима–Чена, решаемых в областях с меняющимися во времени границами [8]; уравнения вращения РК как твердого целого и одномерных уравнений распространения упругого гидроудара в водоводе. Уравнения модели переходного процесса замыкаются новой постановкой краевых условий во входном и выходном сечениях ПТ ГТ, предложенной в работе [5], и условиями сопряжения на границе водовод–гидротурбина.

Представлены результаты моделирования ряда переходных процессов в ГТ: пуска в турбинный режим, уменьшения мощности, мгновенного сброса нагрузки. Проводится сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

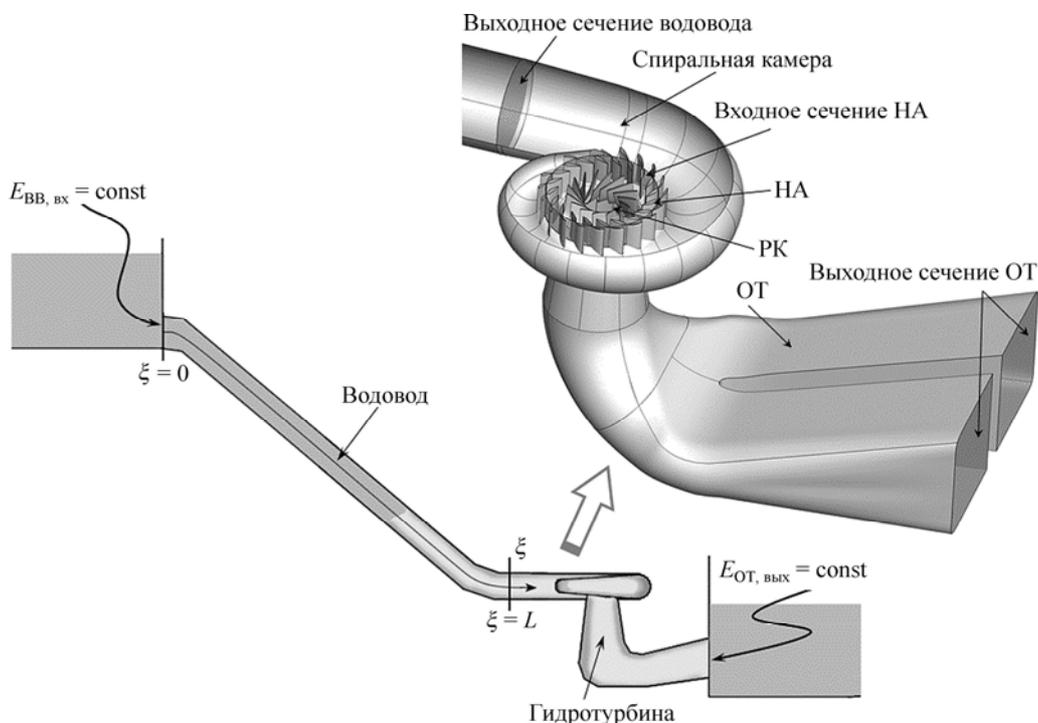


Рис. 1. Схема проточной части ГЭС и конфигурация турбины.

## 1. Основные уравнения

### 1.1. Уравнения Рейнольдса в форме интегральных законов сохранения для движущегося объема

Поскольку переходные процессы сопряжены с изменением границ расчетной области — поворотом лопаток направляющего аппарата — для моделирования пространственного течения несжимаемой жидкости используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, записанные в виде интегральных законов сохранения для движущегося объема  $V(t)$  в декартовой системе координат  $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$  [8]:

$$\mathbf{R}^t \frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \mathbf{Q} dV + \oint_{\partial V(t)} \mathbf{K}^t d\mathbf{S} = \int_{V(t)} \mathbf{F} dV, \quad (2)$$

где  $d\mathbf{S} = n dS$ ,  $n$  — внешняя нормаль к поверхности  $\partial V(t)$ ,  $\mathbf{R}^t \equiv \text{diag}(0, 1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{Q} = (\hat{p}, w_1, w_2, w_3)^T$  — вектор-столбец переменных. Величина  $\hat{p} = \frac{p}{\rho} + \frac{2}{3}k$ , где  $p$  — статическое давление,  $\rho$  — плотность жидкости,  $k$  — кинетическая энергия турбулентности,  $(w_1, w_2, w_3)$  — декартовы компоненты вектора скорости. Матрица потоков

$$\mathbf{K}^t = \begin{pmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ w_1^2 + \hat{p} - \tau_{11} - w_1 x_t & w_1 w_2 - \tau_{12} - w_1 y_t & w_1 w_3 - \tau_{13} - w_1 z_t \\ w_1 w_2 - \tau_{21} - w_2 x_t & w_2^2 + \hat{p} - \tau_{22} - w_2 y_t & w_2 w_3 - \tau_{23} - w_2 z_t \\ w_1 w_3 - \tau_{31} - w_3 x_t & w_2 w_3 - \tau_{32} - w_3 y_t & w_3^2 + \hat{p} - \tau_{33} - w_3 z_t \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \nu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right). \quad (4)$$

В матрице (3)  $(x_t, y_t, z_t)$  — компоненты вектора скорости  $\mathbf{x}_t$  движения точки на  $\partial V(t)$ . Величина  $\nu_{\text{eff}}$  в выражении (4) есть сумма молекулярной  $\nu$  и турбулентной  $\nu_t$  вязкостей  $\nu_{\text{eff}} = \nu + \nu_t$ . Вектор массовых сил  $\mathbf{F} = (x_1 \omega^2 + 2w_2 \omega, x_2 \omega^2 - 2w_1 \omega, g)^T$ ,  $g$  — ускорение свободного падения (ось  $z$  направлена вниз),  $\omega$  — скорость вращения РК вокруг оси  $z$ ,  $\omega = 0$  в остальных элементах гидротурбины.

Величины  $\nu_t$  и  $k$  определяются по  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности Кима–Чена [9] с логарифмической пристеночной функцией вблизи твердых стенок.

### 1.2 Уравнения $k$ - $\varepsilon$ модели турбулентности Кима–Чена в интегральной форме для движущегося объема

Каждое из уравнений  $k$ - $\varepsilon$  модели Кима–Чена [9] также может быть записано в виде интегрального закона сохранения для движущегося объема  $V(t)$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \varphi dV = - \oint_{\partial V(t)} \varphi (\mathbf{w} - \mathbf{x}_t) \cdot d\mathbf{S} + \oint_{\partial V(t)} \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varphi} \right) \nabla \varphi \cdot d\mathbf{S} + \int_{V(t)} H_\varphi dV, \quad (5)$$

где  $\varphi$  и  $H_\varphi$  приведены в табл. 1,  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$ ,  $\nu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon$ .

Таблица 1

Значения  $\varphi$  и  $H_\varphi$  в уравнении (5)

Уравнение	$\varphi$	$H_\varphi$
Для турбулентной кинетической энергии	$k$	$G - \varepsilon$
Для скорости диссипации турб. кин. энергии	$\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1} \varepsilon G / k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon^2 / k + C_{\varepsilon 3} G^2 / k$

Примечание.  $G = \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_j}$ ;  $C_\mu = 0,09$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1,15$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1,9$ ,  $C_{\varepsilon 3} = 0,25$ ,  $\sigma_k = 0,75$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,15$ .

### 1.3. Уравнение вращения РК

Большинство переходных процессов сопровождается изменением частоты вращения РК. Заранее эта зависимость не известна, поэтому одновременно с решением уравнений (2), (5) решается уравнение вращения РК как твердого целого

$$I_z \frac{d\omega}{dt} = M_R(t) - M_{\text{gen}}(t) - \text{sgn}(\omega) M_{\text{тр}}, \quad (6)$$

где  $I_z$  — суммарный момент инерции РК и генератора,  $M_R$  — крутящий момент, обусловленный действием потока на РК,  $M_{\text{gen}}$  — момент полезной нагрузки, приложенный к валу электрогенератора,  $M_{\text{тр}}$  — результирующий момент трения в электромеханической системе агрегата. Зависимость  $M_{\text{gen}}(t)$ , как правило, известна, в то время как  $M_R(t)$  определяется гидродинамикой потока, т. е. находится из решения уравнений (2), (5).

### 1.4. Модель гидравлического удара

Для моделирования гидроакустических колебаний в напорном водоводе используется хорошо зарекомендовавшая себя одномерная модель упругого гидроудара [4, 6]. В случае, если трением жидкости о стенки пренебрегается, эта модель может быть записана в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{c^2}{gS} \frac{\partial Q}{\partial \xi} = 0, \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gS \frac{\partial m}{\partial \xi} = 0, \end{cases} \quad \xi \in [0, L], \quad (7)$$

где  $m(\xi, t) = p(\xi, t) / \rho g - z(\xi)$  — потенциальный напор,  $Q(\xi, t)$  — расход жидкости,  $S(\xi)$  — площадь сечения водовода,  $c(\xi)$  — скорость распространения упругой волны удара,  $L$  — длина водовода. Скорость  $c$  определяется концентрацией нерастворимого газа в воде и упругостью стенок водовода [6]. Для реальных водоводов  $c = 1000 \div 1450$  м/с.

## 2. Краевые условия при совместном расчете в области водовод–гидротурбина

### 2.1. Входная и выходная границы

При расчете течений в гидротурбинах общепринятой постановкой краевых условий на входе и выходе области является постановка «расход–давление», в которой во входном сечении задается расход жидкости и угол входа потока или распределение вектора скорости, а в выходном сечении — распределение давления и касательные к выходному

сечению составляющие скорости  $\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\tau}_i|_{\text{вых}}, i=1,2$  ( $\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2$  — линейно независимые векторы, касательные к выходному сечению) [10].

Однако в задачах моделирования переходных процессов расход жидкости меняется во времени и эта зависимость заранее не известна. В то же время полный напор, равный разности энергий на входе в водовод и выходе из ОТ, остается неизменным даже в ходе переходного процесса. Поэтому в настоящей работе предлагается использовать краевые условия, которые позволяют по заданному напору  $H_0$  определять расход жидкости одновременно с нахождением поля течения. Во входном сечении водовода ( $\xi=0$ , см. рис. 1) задается полная энергия потока

$$E_{\text{ВВ, вх}} \equiv m(0,t) + \frac{Q^2(0,t)}{2gS^2} = H_0. \quad (8)$$

В выходном сечении ОТ (рис. 1) задаются значение усредненной по расходу полной энергии

$$E_{\text{ОТ, вых}} \equiv \frac{1}{Q} \int_{S_{\text{ОТ, вых}}} \left( \frac{p}{\rho g} - z + \frac{w_{\text{ср}}^2}{2g} \right) (\mathbf{w} d\mathbf{S}) = 0, \quad (9)$$

где  $w_{\text{ср}} = Q/S_{\text{ОТ, вых}}$ ,  $S_{\text{ОТ, вых}}$  — площадь выходного сечения ОТ, и условие на профиль статического давления

$$p = p_0 + \rho g(z - z_0). \quad (10)$$

Отметим, что значение  $p_0$  не фиксируется априори, а определяется в процессе решения уравнений движения жидкости так, чтобы выполнялось равенство (9).

Такая постановка входных и выходных условий отвечает физике переходного процесса. Фактически условия (8)–(9) означают, что уровни верхнего и нижнего бьефов не меняются.

## 2.2. Граница обмена между водоводом и направляющим аппаратом

При совместном расчете течения в области водовод–гидротурбина необходимо обеспечить корректную передачу параметров из одной области в другую. Трудность состоит в том, что в рассматриваемой постановке спиральная камера (СК) и статор (СТ) не входят в расчетную область. Обмен параметрами течения нужно произвести между выходной границей водовода  $\xi=L$  и входным сечением НА (рис. 1). Расход воды в этих сечениях одинаков, поэтому на входе в НА задаются значение расхода  $Q_{\text{ВВ, вых}}$ , полученное в ходе решения системы уравнений (7) в водоводе, и угол входа потока  $\delta_{\text{сп}} = \text{const}$ . Давление на входе в НА экстраполируется изнутри расчетной области.

Опишем более подробно передачу давления из области НА на выходную границу водовода. Выведем соотношение между давлением  $p_{\text{ВВ, вых}}$  на выходе из водовода и давлением  $p_{\text{НА, вх}}$  на входе в НА при условии, что суммарные потери энергии в СК и СТ оцениваются по формуле

$$\Delta h_{\text{СК}} + \Delta h_{\text{СТ}} = \zeta_s H_0, \quad (11)$$

где  $\zeta_s$  — коэффициент потерь в спиральной камере и статоре. Вообще,  $\zeta_s \sim Q^2$ , но на практике для простоты можно принять, что  $\zeta_s = \text{const} \sim 0,01$ . Полная энергия на выходе из водовода

$$E_{\text{ВВ, вых}} = \left( \frac{p}{\rho g} - z \right)_{\text{ВВ, вых}} + \frac{|\mathbf{w}|_{\text{ВВ, вых}}^2}{2g}, \quad (12)$$

где  $|\mathbf{w}|_{\text{ВВ,ВЫХ}} = Q/S_{\text{ВВ,ВЫХ}}$ , так как в модели предполагается, что скорость потока на выходе из водовода перпендикулярна сечению. На входе в НА

$$E_{\text{НА,ВХ}} = \left(\frac{p}{\rho g} - z\right)_{\text{НА,ВХ}} + \frac{|\mathbf{w}|_{\text{НА,ВХ}}^2}{2g}. \quad (13)$$

В цилиндрической системе координат вектор скорости на входе в НА  $\mathbf{w}_{\text{НА,ВХ}}$  имеет компоненты  $(c_r, c_z, c_u)$ , при этом осевая компонента скорости  $c_z = 0$ . Радиальная и окружная компоненты связаны соотношением  $c_r/c_u = \text{tg } \delta_{sp}$ . Отсюда

$$|\mathbf{w}|_{\text{НА,ВХ}} = \sqrt{c_r^2 + c_u^2} = \frac{c_r}{\sin \delta_{sp}} = \frac{Q}{S_{\text{НА,ВХ}} \sin \delta_{sp}}. \quad (14)$$

Таким образом, учитывая равенство

$$E_{\text{ВВ,ВЫХ}} = E_{\text{НА,ВХ}} + \zeta_s H_0 \quad (15)$$

и равенство уровней  $z_{\text{ВВ,ВЫХ}} = z_{\text{НА,ВХ}}$ , получаем соотношение для статических давлений

$$\frac{p_{\text{ВВ,ВЫХ}}}{\rho g} = \frac{p_{\text{НА,ВХ}}}{\rho g} + \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{S_{\text{НА,ВХ}}^2 \sin^2 \delta_{sp}} - \frac{1}{S_{\text{ВВ,ВЫХ}}^2} \right) + \zeta_s H_0. \quad (16)$$

### 2.3. Остальные границы

Расчет трехмерного течения в НА и РК проводится в циклической постановке — в одном межлопаточном канале НА, одном межлопастном канале РК и всей ОТ. На границах протекания жидкости из одного канала в другой ставится условие периодичности, на твердых стенках — условие прилипания потока. При передаче параметров на границах обмена между НА и РК, РК и ОТ производится осреднение потока в окружном направлении.

## 3. Численный метод

### 3.1. Решение уравнений Рейнольдса

Численный метод решения нестационарных уравнений (2) основан на введении искусственной сжимаемости в модель путем добавления производной по псевдовремени  $\tau$  от давления в уравнение неразрывности и производных по псевдовремени от соответствующих компонент скорости в уравнения количества движения. Модифицированное уравнение (2) принимает вид

$$\left( \mathbf{R}^\tau \frac{\partial}{\partial \tau} + \mathbf{R}^t \frac{\partial}{\partial t} \right) \int_{V(t)} \mathbf{Q} dV + \oint_{\partial V(t)} \mathbf{K}_\beta^t dS = \int_{V(t)} \mathbf{F} dV, \quad (17)$$

где  $\mathbf{R}^\tau = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{K}_\beta^t = \text{diag}(\beta, 1, 1, 1) \cdot \mathbf{K}^t$ ,  $\beta$  — коэффициент искусственной сжимаемости,  $\mathbf{K}^t$  определена в (3). Уравнение (17) дискретизируется неявным методом конечных объемов с использованием MUSCL схемы 3-го порядка аппроксимации для конвективных членов и центрально-разностной схемы 2-го порядка для вязких членов. Производные по времени  $t$  аппроксимируются направленными разностями 2-го порядка,

а введенные производные по псевдовремени  $\tau$  — направленными разностями 1-го порядка. При этом на каждом шаге по физическому времени  $t$  проводится установление решения по псевдовремени  $\tau$ . Скорости движения граней ячеек сетки аппроксимируются так, чтобы выполнялось условие геометрической консервативности [8]. Линеаризованная система дискретизированных уравнений решается с помощью приближенной LU-факторизации неявного оператора. Детали алгоритма изложены в работе [8].

### 3.2. Решение уравнений упругого гидроудара

Система (7) — одномерная гиперболическая система с постоянными коэффициентами. В векторном виде система записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \xi} = 0, \quad (18)$$

где  $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} m \\ Q \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & c^2/gS \\ gS & 0 \end{pmatrix}$ . Введем на отрезке  $[0, L]$  равномерную сетку с шагом  $\Delta \xi$ :  $\xi_1 = 0$ ,  $\xi_2 = \Delta \xi$ ,  $\xi_3 = 2\Delta \xi$ , ...,  $\xi_J = L$ . Уравнение (18) решается численно по неявной разностной схеме с использованием аппроксимаций против потока 1-го порядка по пространству и времени:

$$\frac{\mathbf{f}_j^{s+1} - \mathbf{f}_j^s}{\Delta t} + \mathbf{A}^+ \frac{\mathbf{f}_j^{s+1} - \mathbf{f}_{j-1}^{s+1}}{\Delta \xi} + \mathbf{A}^- \frac{\mathbf{f}_{j+1}^{s+1} - \mathbf{f}_j^{s+1}}{\Delta \xi} = 0, \quad j = 2, \dots, J-1, \quad (19)$$

где  $\mathbf{A}^+ + \mathbf{A}^- = \mathbf{A}$ , матрицы  $\mathbf{A}^+ = \begin{pmatrix} c/2 & c^2/2gS \\ gS/2 & c/2 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{A}^- = \begin{pmatrix} -c/2 & c^2/2gS \\ gS/2 & -c/2 \end{pmatrix}$  имеют только неотрицательные ( $\lambda_1^+ = c, \lambda_2^+ = 0$ ) и неположительные ( $\lambda_1^- = -c, \lambda_2^- = 0$ ) собственные значения, соответственно. Уравнение (19) итерируется по  $s$ , при этом  $\mathbf{f}^{n+1} = \lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{f}^s$ .

Итерации по  $s$  нужны из-за нелинейных краевых условий на входе в водовод (8), а также для обмена параметрами с областью НА. Одна итерация по  $s$  в области водовода соответствует одному шагу по псевдовремени в гидротурбине.

### 3.3. Численная реализация краевых условий

Граничное условие (8) во входном сечении водовода ( $j = 1$ ) реализуется следующим образом. Пусть  $\mathbf{f}_2^s = (m_2^s, Q_2^s)$ , тогда полагается  $\mathbf{f}_1^{s+1} = (H_0 - (Q_2^s)^2/2gS^2, Q_2^s)$ . Таким образом, во входном сечении значение расхода  $Q$  экстраполируется изнутри области с предыдущей итерации, а величина потенциального напора  $m$  рассчитывается так, чтобы полная энергия, вычисленная в узле  $j = 1$ , была равна  $H_0$ .

На границе обмена водовод-НА ( $j = J$ ) полагается

$$\mathbf{f}_J^{s+1} = \begin{pmatrix} m_{\text{НА}} \\ Q_{J-1}^s \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где  $m_{\text{НА}} = p_{\text{ВВ,ВЫХ}}/\rho g - z_{\text{НА}}$ , давление  $p_{\text{ВВ,ВЫХ}}$  определяется соотношением (16), в котором  $p_{\text{НА,ВХ}}$  — среднее по сечению статическое давление на входе в НА.

На выходе из ОТ гидростатическое распределение давления  $p$  подбирается так, чтобы полная энергия потока на выходе из ОТ была равна нулю

$$E_{\text{ОТ,ВЫХ}} = 0, \quad (21)$$

а значения скоростей экстраполируются изнутри расчетной области. Необходимо отметить, что при решении уравнений (2) давление определяется с точностью до константы, поэтому в проведенных расчетах энергия на выходе полагалась равной нулю. В реальности для рассматриваемой турбины энергия потока на выходе есть

$$E_{\text{ОТ,вых}} = 13,532 \text{ м вод. ст.} \quad (22)$$

Соответственно, для получения абсолютных значений давления в проточном тракте ГТ нужно увеличить приводимые рассчитанные величины на 13,532 м вод. ст.

#### 4. Результаты расчетов

Изучение переходных процессов и правильный их учет при проектировании силового узла ГЭС представляют большой практический интерес. Задача анализа переходных процессов при изменении мощности состоит в том, чтобы найти оптимальные режимы регулирования, при которых изменение момента турбины будет происходить с наибольшей скоростью при соблюдении ограничений на возникающие динамические воздействия, в том числе от гидравлического удара.

Разработанный метод применен для расчета основных переходных процессов в натурной турбине Френсиса с напором  $H_0 = 73,5$  м, диаметром РК  $D_1 = 3,15$  м и номинальной частотой вращения  $n_{\text{ном}} = 200$  об/мин. Момент трения в уравнении (6) принят равным  $M_{\text{тр}} = 2$  тс·м. Расчеты проведены в циклической постановке в области, состоящей из водовода, одного межлопаточного канала НА, одного межлопастного канала РК и всей ОТ (рис. 2). Структурированная сетка в подвижной области НА строится автоматически на каждом шаге по времени. Расчетная сетка для всей области содержит суммарно около 100 000 ячеек. Для области водовода используется равномерная сетка с шагом по пространству  $\Delta\xi = L/1000$ . Во всех расчетах шаг по времени  $\Delta t = 0,01$  с,

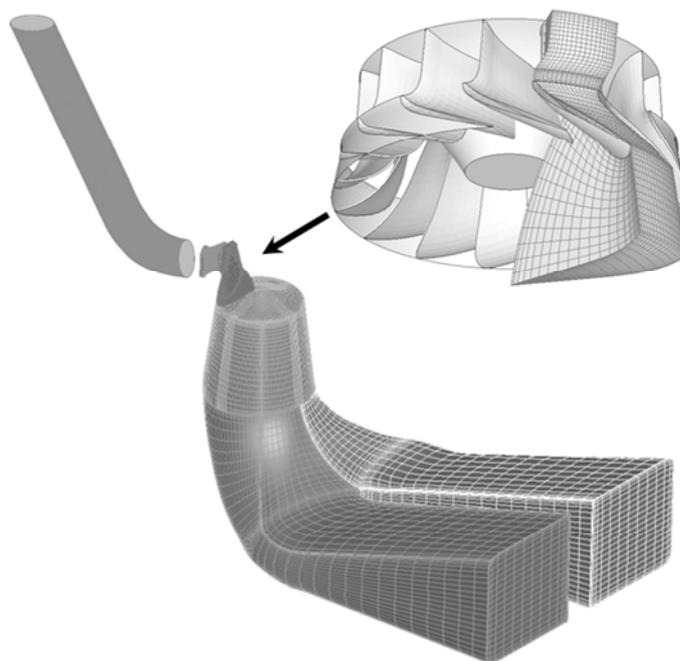


Рис. 2. Расчетная область в циклической постановке: водовод-НА-РК-ОТ.

что соответствует повороту РК на  $12^\circ$ . На каждом шаге по времени  $t$  проводилось 1500 итераций для установления по псевдовремени  $\tau$ . Характерное время проведения одного нестационарного расчета с использованием трех процессоров составляет шесть суток.

Все расчеты проведены в натуральных параметрах, однако далее в тексте значения открытия НА  $a_0$  (минимальное расстояние между соседними лопатками НА) указаны для модели с диаметром РК  $D_1 = 0,46$  м.

#### 4.1. Пуск в турбинный режим

Пуск агрегата — процесс, при котором РК из состояния покоя переводится в режим холостого хода с частотой  $n_{\text{ном}}$  с последующей синхронизацией и включением генератора в сеть. При этом открытие НА меняется по закону, показанному на рис. 3, *a*. Процесс пуска обычно имеет два пусковых открытия НА. Для рассмотренной турбины первое пусковое открытие НА  $a_{0,\text{но1}} = 0,25a_{0,\text{max}}$ , где  $a_{0,\text{max}}$  — максимальное открытие НА. При достижении РК частоты вращения, равной 90–95 % от номинальной  $n_{\text{ном}}$ , НА прикрывается на второе пусковое открытие  $a_{0,\text{но2}} = 0,15a_{0,\text{max}}$ . Далее НА выходит на открытие холостого хода  $a_{0,\text{хх}} = 0,10a_{0,\text{max}}$ . Весь процесс пуска для рассматриваемой турбины в реальности занимает тридцать секунд.

Отметим, что требование невырожденности ячеек сетки не позволяет полностью закрыть лопатки НА, поэтому в начальный момент времени  $t = 0$  задается поле течения, полученное в стационарной постановке при открытии  $a_0 = 1$  мм и нулевой частоте вращения РК. Далее открытие лопаток НА за 2,6 секунды линейно растет до  $a_{0,\text{но1}}$ , при этом в первые 2,1 с частота вращения РК  $n = 0$  об/мин фиксирована (как в эксперименте). Начиная с момента времени  $t = 2,1$  с частота  $n$  находится в результате решения уравнения (6).

На рис. 3, *b* приведено сравнение рассчитанной и экспериментальной скоростей вращения РК. Получено хорошее качественное и количественное совпадение. При этом в первые 30 с наблюдается небольшое ( $< 7\%$ ) отставание рассчитанной скорости

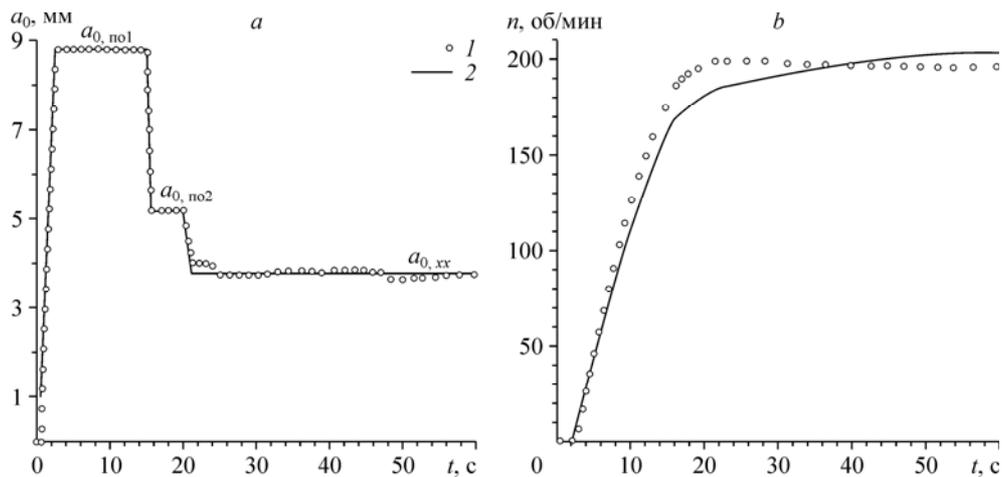


Рис. 3. Пуск в турбинный режим.

*a* — закон изменения открытия НА  $a_0(t)$  в эксперименте (1) и принятый в расчете (2), *b* — экспериментальная (1) и рассчитанная (2) зависимости скорости вращения РК от времени.

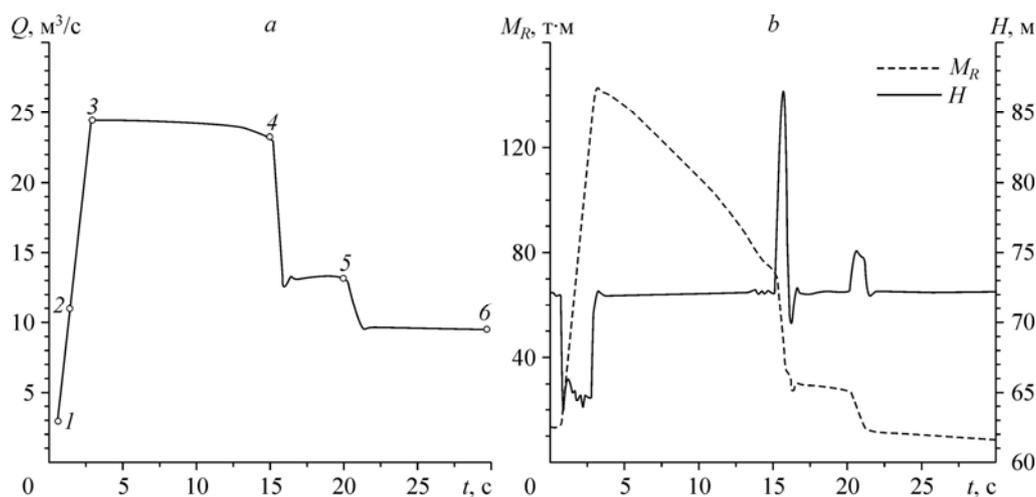


Рис. 4. Рассчитанные зависимости расхода  $Q$  (а), момента  $M_R$  и напора  $H$  (b) от времени (пуск в турбинный режим).

вращения РК от экспериментальной. Возможно, это связано с неизбежным при использовании циклической постановки усреднением по окружности параметров течения при обмене на границе НА–РК.

На рис. 4, а изображена зависимость расхода воды  $Q$  во входном сечении НА турбины от времени. Ее форма практически повторяет форму зависимости открытия НА от времени (рис. 3, а). Параметры точек рассмотрения давления на лопасти РК приведены в табл. 2. На рис. 4, б представлены зависимости момента РК  $M_R$  и напора ГТ  $H = E_{\text{НА,вх}} - E_{\text{ОТ,вых}}$  от времени. В первые 5 с гидравлический момент, действующий на лопасть РК, быстро возрастает и достигает 55 % от величины момента, действующего на лопасть в режиме оптимального КПД. После достижения максимума величина момента плавно снижается, при этом скорость вращения рабочего колеса продолжает возрастать. При достижении режима холостого хода значение момента  $M_R \sim M_{\text{тр}}$ , что соответствует постоянному значению  $n$ . Также на рис. 4, б хорошо видно влияние на напор  $H$  гидроудара, возникающего при быстрых изменениях открытия НА.

Распределения давления на лопасти РК в выбранные моменты времени представлены на рис. 5. В первые три секунды давление на рабочей стороне вблизи входной кромки лопасти резко возрастает, т. к. жидкость разгоняет РК. После этого распределение давления становится более равномерным — на рабочей стороне лопасти оно становится меньше и компенсируется повышающимся давлением на тыльной стороне лопасти. Это приводит к уменьшению момента РК  $M_R$  до величины момента трения  $M_{\text{тр}}$ .

Таблица 2

Параметры точек рассмотрения давления на лопасти РК в процессе пуска

№ п/п	время $t$ , с	расход, $\text{м}^3/\text{с}$	частота $n$ , $\text{мин}^{-1}$	момент сил $M_R$ , $\text{тс}\cdot\text{м}$
1	0,5	3,02	0	13,34
2	1,5	11,18	0	59,74
3	3	24,53	12,23	142,41
4	15	23,35	162,78	73,19
5	20	13,28	181,36	27,57
6	30	9,58	192,08	8,49

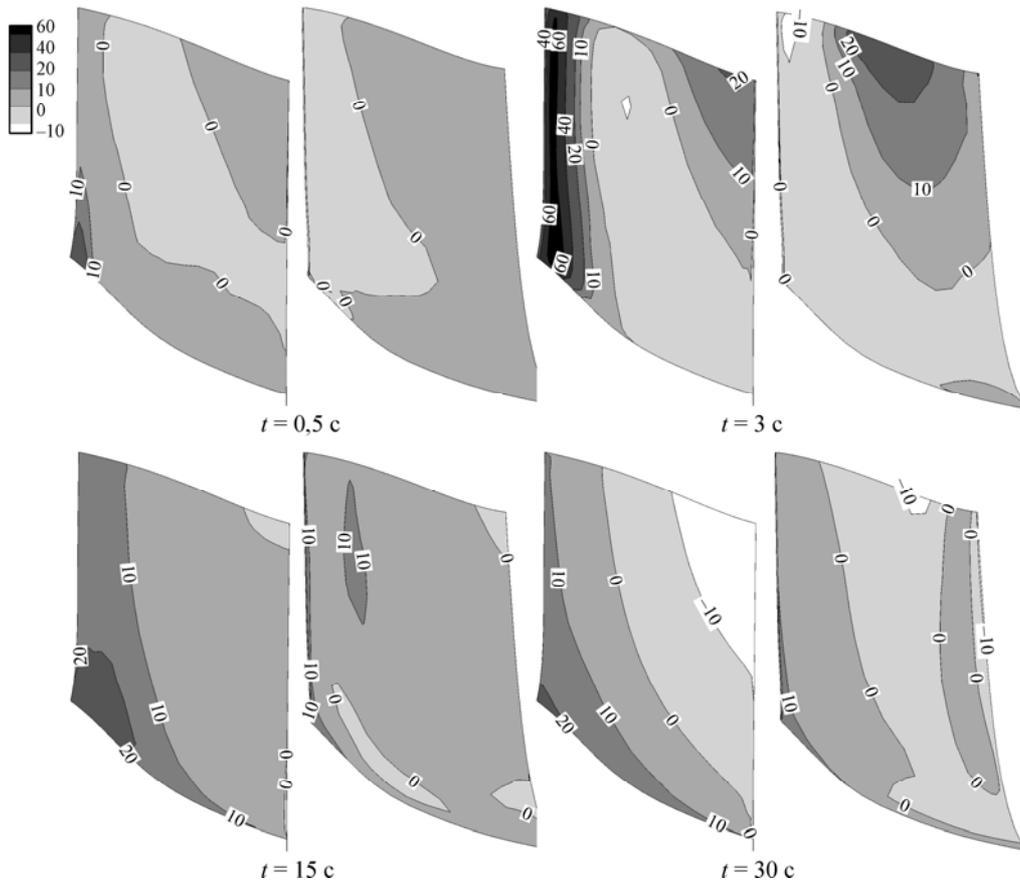
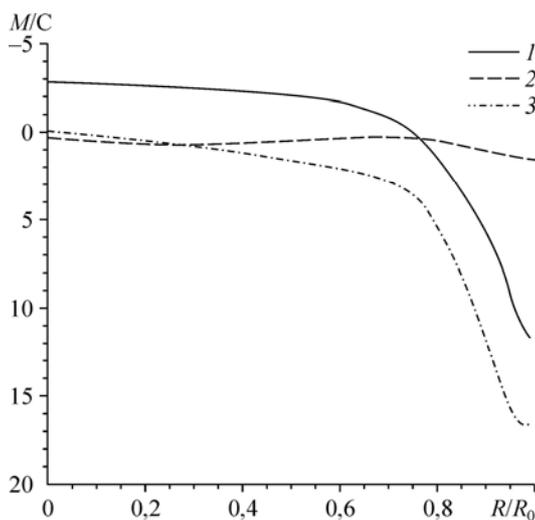


Рис. 5. Изменение давления на лопасти рабочего колеса при пуске в турбинный режим (для каждого момента времени рабочая сторона — слева, тыльная — справа).

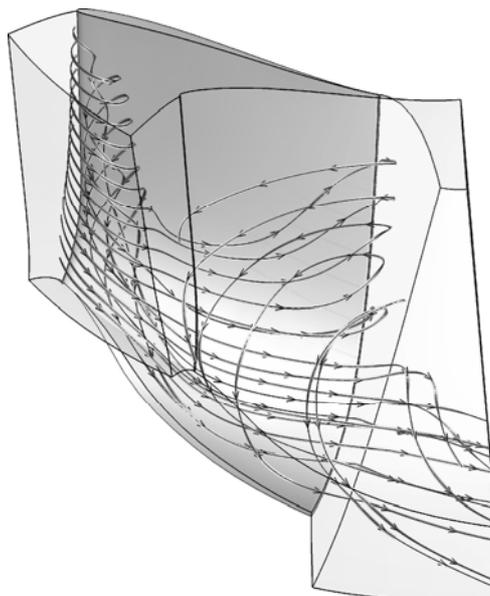
На рис. 6 изображены зависимости осевой  $C_z$  (1) радиальной  $C_r$  (2) и окружной  $C_u$  (3) компонент скорости от радиуса  $R$  в сечении  $z = 2$  м отсасывающей трубы сразу за РК. При достижении режима холостого хода поток собирается и закручивается вблизи



стенок ОТ, а в центре наблюдается обширная зона возвратного течения. Срыв вихря с входной кромки лопасти РК в режиме холостого хода, представленный на рис. 7 посредством линий тока, помогает понять структуру потока в канале РК. На рабочей стороне лопасти в ее нижней части формируется сильно закрученное течение, уходящее к стенкам ОТ. Вблизи обода РК наблюдается насосный вихрь (рис. 8), поток в котором идет вверх.

Рис. 6. Профили скорости на выходе из РК в режиме холостого хода.

Рис. 7. Срыв вихря с входной кромки лопасти РК в режиме холостого хода.



#### 4.2. Сброс нагрузки с последующим выходом на холостой ход

Сброс нагрузки (отключение нагруженного генератора) — процесс аварийный. Расчетный процесс сброса нагрузки с выходом на холостой ход определяется приведенным на рис. 9, *a* законом закрытия лопаток. В начальный момент времени  $t = 0$  задается стационарное поле течения, полученное при расчете режима максимальной мощности:  $a_0 = 35$  мм,  $n = 200$  об/мин. Момент полезной нагрузки (см. ур. (6)) становится нулевым при  $t = 2,5$  с, и тогда же начинают закрываться лопатки НА. В расчете процесса невозможно закрыть НА до  $a_0 = 0$  мм, поэтому в расчете на интервале  $t \in (13,5; 24,5)$  задавалось минимальное открытие  $a_0 = 1$  мм. На рис. 10 приведены сетки при максимальном и минимальном открытии НА, используемые в расчете процесса сброса нагрузки. На рис. 9, *b* и 11

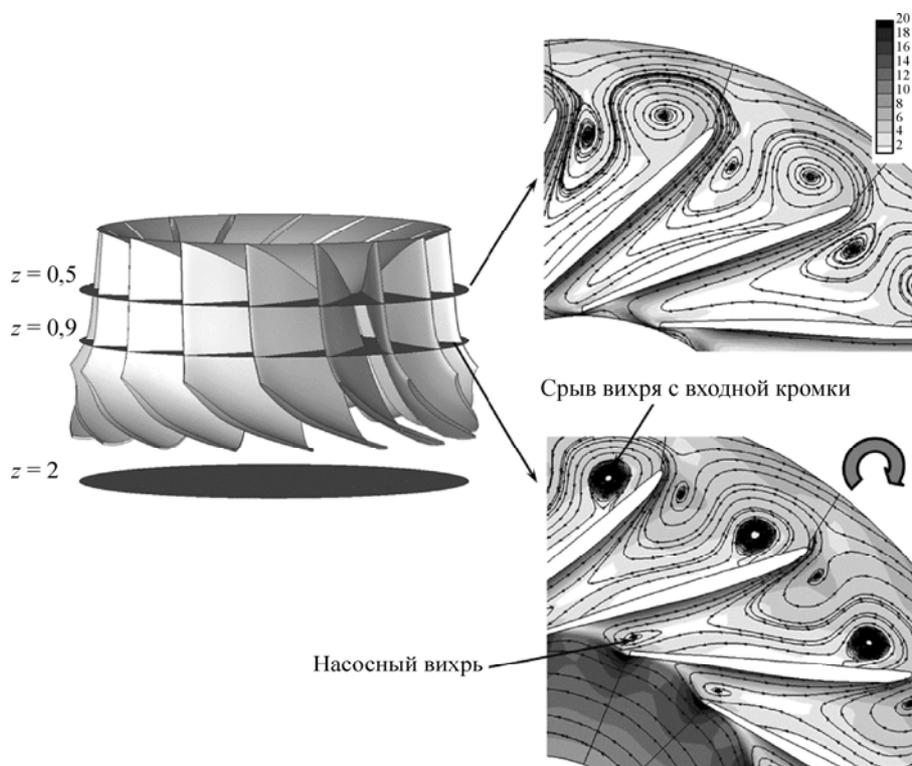


Рис. 8. Линии тока и изолинии модуля скорости в двух сечениях РК.

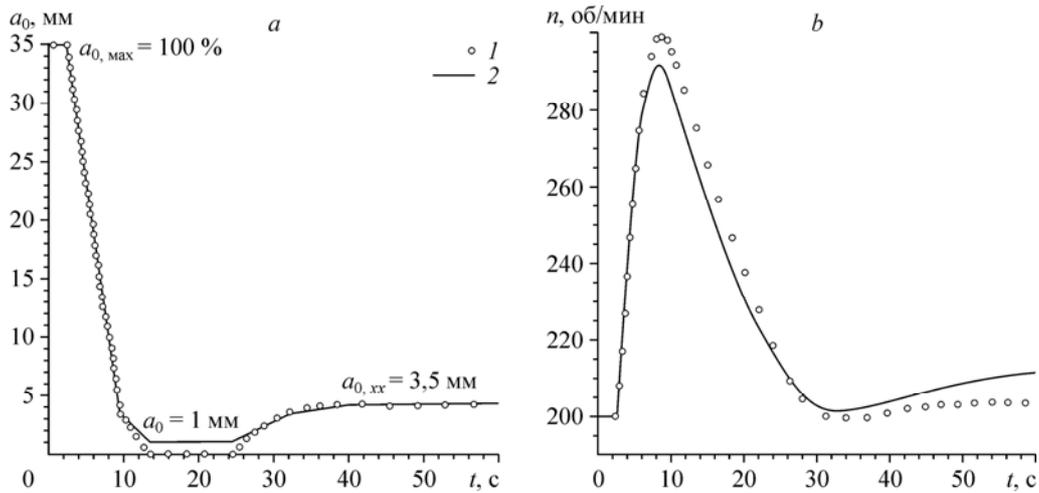


Рис. 9. Сброс нагрузки с выходом на холостой ход.

$a$  — закон изменения открытия НА  $a_0(t)$  в эксперименте (1) и принятый в расчете (2);  
 $b$  — экспериментальная (1) и рассчитанная (2) зависимости скорости вращения РК от времени.

приведены зависимости в процессе сброса нагрузки частоты вращения РК  $n$ , расхода  $Q$ , гидродинамического момента РК  $M_R$  и напора на турбине  $H$ . После отключения генератора частота вращения РК быстро увеличивается. Уменьшение открытия НА приводит к уменьшению расхода воды. Момент РК падает до нуля и при  $a_0 < a_{0, \text{xx}}$  становится отрицательным. Частота вращения при этом проходит максимум и постепенно снижается, но пока она выше номинальной  $n_{\text{ном}}$ , направляющий аппарат продолжает закрываться до минимального значения (1 мм в расчете, 0 мм в действительности), которое держится до тех пор, пока  $n$  не приблизится к  $n_{\text{ном}}$ . После этого НА плавно открывается до  $a_{0, \text{xx}}$  и ГТ переходит в режим холостого хода. Отметим, что рассчитанное увеличение скорости вращения РК в первые 25 секунд вновь отстает от полученного экспериментально.

Распределения давления на лопасти РК в выбранные моменты времени (табл. 3) представлены на рис. 12. Вначале давление на рабочей стороне лопасти уменьшается, на тыльной — возрастает. При  $t = 10$  с момент РК достигает своего минимального значения, после чего плавно возрастает до значения  $M_{\text{тр}}$ . Так же, как и в процессе пуска, распределение давления жидкости по лопасти РК сильно зависит от времени.

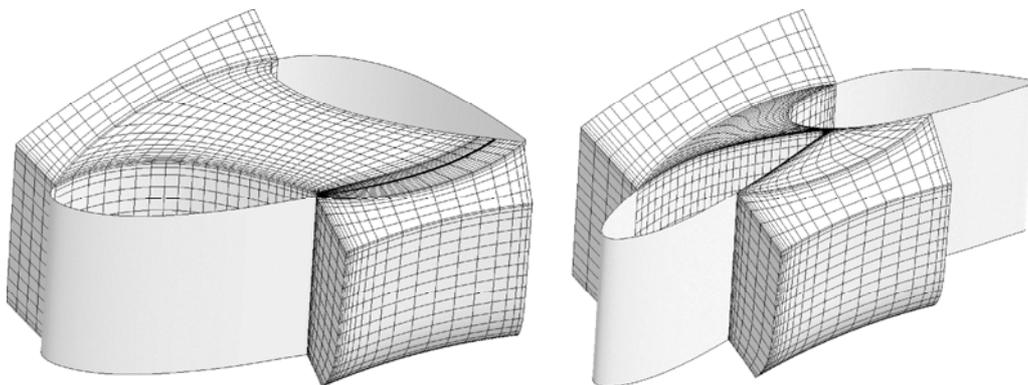


Рис. 10. Сетки в НА для двух положений лопаток процесса сброса нагрузки.  
 $a_0(2,5 \text{ с}) = 35 \text{ мм}$  (слева),  $a_0(12,5 \text{ с}) = 1 \text{ мм}$  (справа).

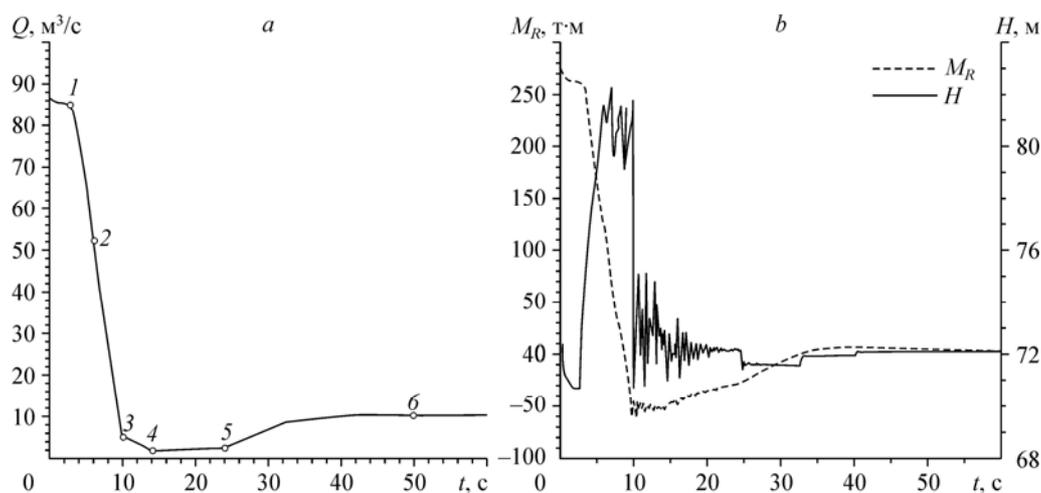


Рис. 11. Рассчитанные зависимости расхода  $Q$  (a), момента  $M_R$  и напора  $H$  (b) от времени, мгновенный сброс нагрузки.

Таблица 3

Параметры точек рассмотрения давления на лопасти РК в процессе сброса нагрузки

№ п/п	время $t$ , с	расход, $\text{м}^3/\text{с}$	частота $n$ , $\text{мин}^{-1}$	момент сил $M_R$ , $\text{тс}\cdot\text{м}$
1	3	84,42	214,67	257,45
2	6	52,77	278,46	110,36
3	10	5,35	286,00	-49,91
4	14	2,05	261,94	-51,74
5	24	2,68	216,48	-28,80
6	50	10,38	208,56	5,29

### 4.3. Уменьшение мощности

Далее представлены результаты моделирования переходного процесса уменьшения мощности. В начальный момент времени  $t = 0$  задается стационарное поле течения, полученное при расчете режима максимального КПД. Далее открытие лопаток НА уменьшается линейно от 27,5 мм (соответствует режиму максимального КПД) до 18 мм (режим неполной загрузки) за десять секунд, начиная с момента времени  $t = 2,5$  с.

Известно, что в режиме максимального КПД поток за РК имеет слабую закрутку, вследствие чего течение в конусе отсасывающей трубы имеет практически стационарный осесимметричный характер. В режиме неполной загрузки, напротив, окружная скорость потока за РК существенна, что приводит к формированию прецессирующего вихревого жгута в конусе ОТ.

На рис. 13 показаны полученные в расчете момент сил, действующих на РК, и расход воды в зависимости от времени. На рис. 14 показана эволюция давления перед НА и на стенке конуса ОТ. Снижение расхода при закрытии лопаток приводит к положительному гидроудару, который проявляется в повышении давления перед НА (рис. 14, a). Зародышевый вихревой жгут, наблюдающийся в начальный момент времени, по мере закрытия НА увеличивает свой размер и радиус прецессии, что вызвано ростом остаточной закрутки за рабочим колесом. После окончания движения лопаток НА, т. е. при  $t > 12,5$ , течение имеет периодически нестационарный характер. Вращение вихревого жгута вызывает пульсации расхода и момента на валу гидротурбины (рис. 13). Амплитуда пульсаций давления в конусе ОТ достигает 4 % от действующего напора. Период

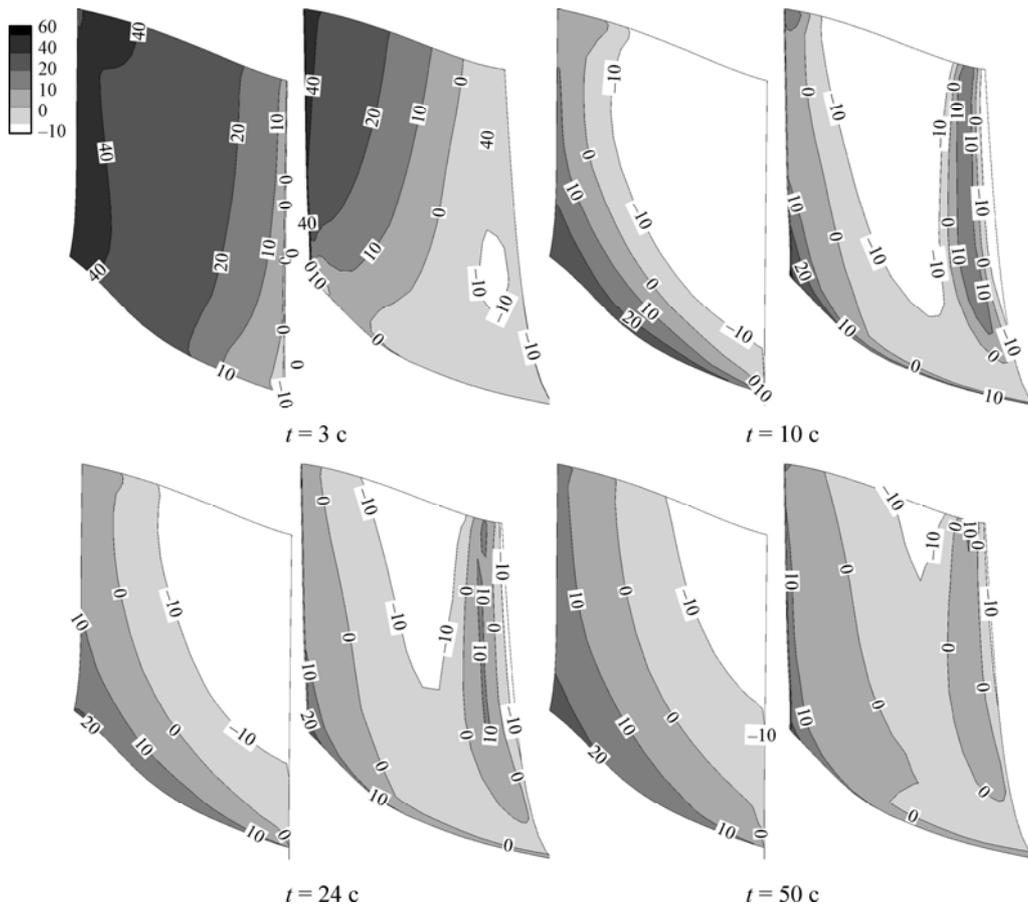
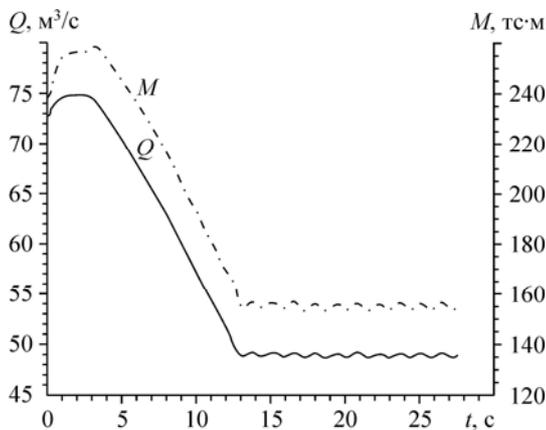


Рис. 12. Изменение давления на лопасти рабочего колеса при мгновенном сбросе нагрузки (для каждого момента времени рабочая сторона — слева, тыльная — справа).

прецессии жгута  $T = 1,41$  с, что согласуется со значением, измеренным в эксперименте  $T_{\text{exp}} = 1,3$  с.

#### 4.4. Траектории мгновенных режимов при различных переходных процессах



Имея кривые изменения натуральных параметров гидротурбины для различных переходных процессов, можно построить траекторию последовательного перемещения режимной точки в координатах, приведенных к  $H = 1$  м,  $D_1 = 1$  м расхода и частоты:

$$Q_{11} = \frac{Q}{D_1^2 \sqrt{H}}, n_{11} = n \frac{D_1}{\sqrt{H}},$$

Рис. 13. Поведение момента  $M$  и расхода  $Q$  в процессе уменьшения мощности.

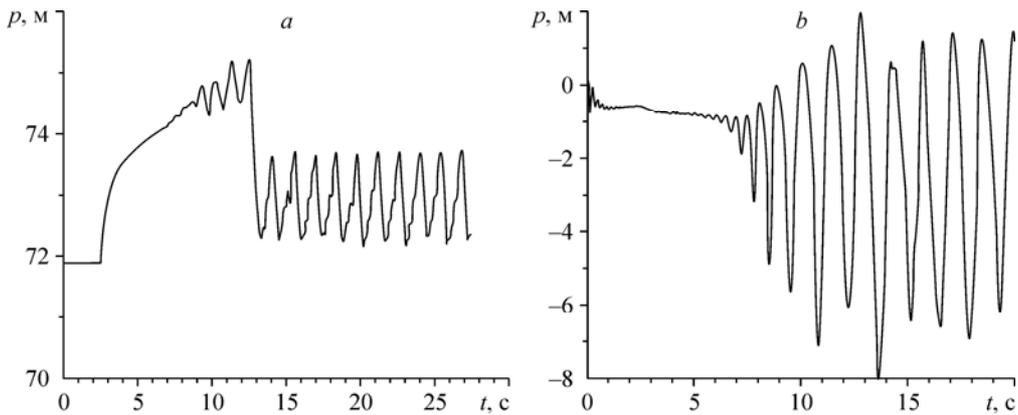


Рис. 14. Эволюция давления перед НА (а) и в конусе ОТ (b).

т. е. изобразить переходной процесс в поле главной универсальной характеристики. Это позволяет наглядно представить диапазон изменения режимов и определить условия работы гидротурбины при различных переходных процессах. На рис. 15, а приведены типичная универсальная характеристика радиально-осевой турбины, заимствованная из работы [6], и линии мгновенных режимов, соответствующие различным типам переходных процессов. На линии разгона II гидродинамический момент РК  $M_R = 0$  и, соответственно, КПД  $\eta = 0$ . Эта линия делит универсальную характеристику на зону I турбинных режимов ( $M_R = 0$ ) и зону III тормозных режимов работы ( $M_R = 0$ ). Пунктирной линией ограничена область рабочих режимов при нормальной эксплуатации турбины. Рассчитанные в настоящей работе траектории представлены на рис. 15, b. Получено хорошее качественное соответствие результатов расчетов экспериментальным данным.

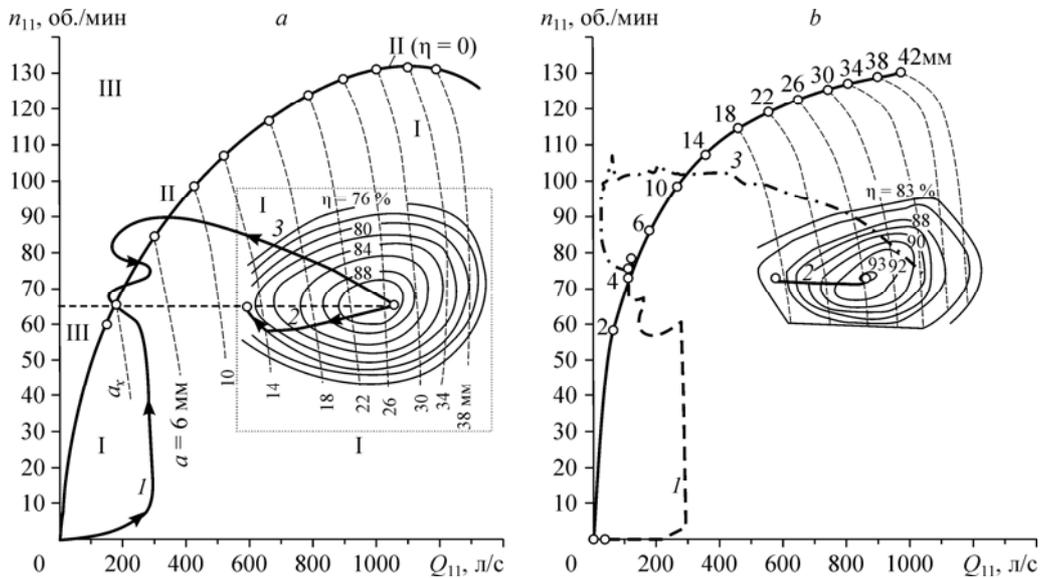


Рис. 15. Траектории режимных точек при переходных процессах.

а — типичная универсальная характеристика радиально-осевой турбины [6]: турбинные (I), разгонные (II), тормозные (III) режимы; b — рассчитанные траектории движения режимных точек: пуск в турбинный режим (1), снятие нагрузки (2), сброс нагрузки (3).

### **Заключение**

В настоящей работе предложен новый метод моделирования нестационарного трехмерного потока в переходных процессах в гидротурбинах. Построенная модель учитывает явление гидроудара, переменную частоту вращения РК и меняющийся расход воды, проходящей через водовод и гидротурбину. Представлены результаты расчетов процессов пуска в турбинный режим, уменьшения мощности и мгновенного сброса нагрузки. Получено хорошее согласование с имеющимися экспериментальными данными по частоте вращения рабочего колеса.

Моделирование проводилось в циклической постановке. С одной стороны, она является экономичной и позволяет достаточно быстро проводить нестационарные расчеты переходных процессов. С другой стороны, при ее использовании невозможно учесть особенности течения в спиральной камере, неравномерность потока по окружному направлению на входе в рабочее колесо и ротор–статор взаимодействие. В качестве дальнейшего развития предложенной методики возможно ее применение в полной постановке при расчете течения во всем проточном тракте. Для улучшения самой модели переходных процессов необходимо учесть кавитацию жидкости.

### **Список литературы**

1. **Черный С.Г., Чирков Д.В., Ланин В.Н., Скороспелов В.А., Шаров С.В.** Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.
2. **Ruprecht A.** Numerical prediction of vortex instabilities in turbomachinery // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer Verlag, 2006. Vol. 93. P. 211–224.
3. **Ciocan G.D., Hiescu M.S., Vu T.C., Nennemann B., Avellan F.** Experimental study and numerical simulation of the flint draft tube rotating vortex // J. Fluids Engng. 2007. Vol. 129, № 2. P. 146–158.
4. **Жуковский Н.Е.** О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. М.; Л.: Гостехиздат, 1949. 103 с.
5. **Банников Д.В., Есипов Д.В., Черный С.Г., Чирков Д.В.** Оптимизационное проектирование ротора гидротурбины по критериям эффективность–прочность // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 4. С. 651–658.
6. **Кривченко Г.И., Аршеневский Н.Н., Квятковский Е.Е., Клабуков В.М.** Гидромеханические переходные процессы в гидроэнергетических установках / Под ред. Г.И. Кривченко. М.: Энергия, 1975. 368 с.
7. **Nicolet C., Alligne S., Kawkabani B., Simond J.-J., Avellan F.** Unstable operation of francis pump-turbine at runaway: rigid and elastic water column oscillation modes // J. Fluid Machinery and Systems. 2009. Vol. 2, No. 4. P. 324–333.
8. **Авдюшенко А.Ю., Черный С.Г., Чирков Д.В.** Численный алгоритм моделирования пространственных течений несжимаемой жидкости на подвижных сетках // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, № 6. С. 3–25.
9. **Chen Y.S., Kim S.W.** Computation of turbulent flows using an extended  $k-\varepsilon$  turbulence closure model // NASA CR-179204. 1987.
10. **Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н.** Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. Новосибирск: Наука, 1983. 320 с.

*Статья поступила в редакцию 19 декабря 2012 г.,  
после доработки — 4 февраля 2013 г.*