ПМТФ, № 5, 1968

ТЕОРИЯ РАВНОВЕСИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ СИЛЬНОТОЧНОГО РАЗРЯДА В ПЛОТНОЙ ОПТИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНОЙ ПЛАЗМЕ

В. Б. Розанов, А. А. Рухадзе, С. А. Тригер

(Москва)

Исследуется равновесие и устойчивость сильноточного разряда в плотной оптически прозрачной плазме. Показано, что в отличие от случая оптически непрозрачной плазмы температура прозрачного разряда меняется на тех же характерных масштабах, что и другие гидродинамические величины. Анализ спектров малых колебаний показал, что уже в рамках приближения геометрической оптики такой разряд является неустойчивым. Хотя основная часть работы посвящена исследованию устойчивости разряда при учете лишь тормозного излучения, указаны также условия возникновения неустойчивостей и для других видов излучения. Общей причиной развития неустойчивостей разряда в прозрачной плазме, в рассматриваемых ниже условиях, является перегрев, обусловленный малостью связанного с излучением теплового потока, который неспособен скомпенсировать нарастание флуктуаций температуры, вызванное джоулевым нагревом плазмы.

В работе [1] обсуждался вопрос об использовании оптически непрозрачных сильноточных разрядов в плотной плазме в качестве источников света для «подкачки» ОКГ. Проведенное исследование позволило, в частности, указать параметры разряда, обеспечивающие его достаточно длительную для указанной цели устойчивость при требуемой интенсивности излучения с поверхности. Данная работа представляет собой развитие теории для случая оптически прозрачной плазмы, когда бо́льшая часть излучения переносится квантами с длинами свободного пробега, превышающими характерные размеры системы.

Исследование равновесия и устойчивости прозрачного разряда имеет не только самостоятельный интерес. Оно служит также лучшему пониманию процессов, происходящих на границе непрозрачного разряда. Ввиду падения плотности числа частиц, вблизи границы непрозрачного разряда появляется слой прозрачной плазмы, для которого приближение лучистой теплопроводности, использованное в [1], перестает быть применимым. Структура и устойчивость такой границы могут быть рассмотрены на основании результатов данной работы.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Будем считать, что поток излучения из разряда столь велик, что существенно влияет на характер последнего как в равновесии, так и при колебаниях. Соответствующие условия указаны ниже. Полная система уравнений магнитной гидродинамики, описывающая плазму с учетом излучения, записывается в виде [2,3]

$$\operatorname{div}\mathbf{B}=0,\qquad \operatorname{rot}\mathbf{B}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}=\frac{4\pi}{c}\sigma\left\{\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{vB}]\right\}$$

$$-c\operatorname{rot}\mathbf{E}=\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=\operatorname{rot}[\mathbf{vB}]-\frac{c^2}{4\pi}\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\operatorname{rot}\mathbf{B}\right)$$

$$\rho\left[\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}\right]=-\nabla p+\eta\Delta\mathbf{v}+\left(\xi+\frac{\eta}{3}\right)\nabla(\nabla\mathbf{v})+\frac{1}{4\pi}[\operatorname{rot}\mathbf{BB}]\qquad(1.1)$$

$$\rho T\left[\frac{\partial s}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)s\right]=\frac{j^2}{\sigma}+\sigma_{ij}'\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\operatorname{div}\chi\nabla T-\operatorname{div}S$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}\rho v=0,\qquad p=p(\rho,T),\qquad s=s(\rho,T)$$

Здесь ξ и η — коэффициенты вязкости, σ'_{ij} — тензор вязких напряжений, χ — коэффициент теплопроводности, S — вектор потока излучения.

При температуре $T \sim 3$—10 *эв* плазму можно считать полностью ионизованным идеальным газом и использовать следующие выражения для давления p и энтропии единицы массы s:

$$p = (1+z)N\varkappa T = \frac{(1+z)\varkappa T}{M}\rho \tag{1.2}$$

$$s = -\frac{1+z}{M}\ln\rho + \frac{(1+z)c_V}{M}\ln\varkappa T + \mathrm{const}$$

Здесь M — масса ионов, z — их эффективный заряд. В этих условиях проводимость плазмы $\sigma = \alpha Z^{-1}T^{3/2}$, где $\alpha = 4\cdot 10^7$.

При написании системы уравнений (1.1) пренебрегалось энергией излучения по сравнению с тепловой энергией частиц, что справедливо, если

$$\delta\frac{\sigma^0 T^4}{c} \ll p \approx N\varkappa T \tag{1.3}$$

Здесь δ — малая величина порядка отношения характерного размера плазменного разряда к средней длине пробега кванта, а $\sigma^0 = 5{,}67\cdot 10^{-5}$ *эргсм*$^{-2}$ град$^{-4}$ *сек*$^{-1}$ — постоянная Стефана — Больцмана. Кроме того, везде далее электронная теплопроводность будет считаться малой в сравнении с переносом энергии, осуществляемым излучением, т. е.

$$\mathrm{div}\chi\Delta T \ll \mathrm{div}\, S \tag{1.4}$$

Ниже эти неравенства будут обсуждены для найденного равновесия. Пока укажем только, что им легко удовлетворить, причем для температур $T > 10^4$ °К, которые представляют интерес при условии (1.4), автоматически выполнено также и неравенство (1.3). Наконец, при исследовании системы (1.1) будем пренебрегать всеми эффектами, связанными с вязкими членами. Для рассматриваемого ниже равновесия с $\mathbf{v}_0 = 0$ это приводит к единственному требованию, а именно, частоты колебаний должны удовлетворять неравенствам

$$\omega \gg \frac{\xi k^2}{\rho},\quad \frac{\eta k^2}{\rho} \tag{1.5}$$

Запишем теперь для оптически прозрачной плазмы энергию, теряемую единицей объема путем излучения q_s. Используя тот факт, что в прозрачной среде интенсивность излучения для подавляющего большинства направлений распространения квантов много меньше равновесной, получим

$$q_s = \mathrm{div}\, S = \int_0^\infty d\nu \int d\Omega\varkappa_\nu'(I_{\nu p} - I_\nu) \approx \int_0^\infty d\nu \int d\Omega\varkappa_\nu' I_{\nu p} \tag{1.6}$$

$$I_{\nu p} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\left(\exp\frac{h\nu}{\varkappa T} - 1\right)^{-1},\quad \varkappa_\nu' = \varkappa_\nu\left(1 - \exp\frac{-h\nu}{\varkappa T}\right)$$

Здесь $I_{\nu p}$ — равновесная интенсивность излучения, $\varkappa_\nu'$ — коэффициент поглощения с учетом «переизлучения».

Приближение, сделанное в (1.6), означает, что в разложении q_s по степеням $\delta \sim r_0 / l_1$ удержан лишь член нулевого порядка. Вычисляя интеграл (1.6) для случая тормозного излучения электрона в поле иона, когда

$$\varkappa_\nu = 4.1\cdot 10^{-23} z^3 N^2 T^{-7/2}\left(\frac{h\nu}{\varkappa T}\right)^{-3}$$

получим

$$q_s = \gamma_0 \sqrt{T} N^2 Z^3 \qquad (\gamma_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-27}) \tag{1.7}$$

В общем случае [2] удобно записать q_s через средний пробег l_1 кванта в среде

$$q_s = \frac{4\sigma^\circ T^4}{l_1}, \qquad l_1(\rho, T) = \int\limits_0^\infty I_{\nu p}\, d\nu \left(\int\limits_0^\infty \varkappa_\nu' I_{\nu p}\, d\nu \right)^{-1} \tag{1.8}$$

2. Равновесное состояние разряда. Прежде чем перейти к исследованию устойчивости разряда, рассмотрим задачу равновесия. Энергетический баланс в разряде обеспечивается, с одной стороны, ее джоулевым нагревом, а с другой — объемным излучением. Из системы уравнений (1.1) легко видеть, что в равновесном стационарном состоянии поле E_0 однородно по сечению плазмы (при $v_0 = 0$). Давление, плотность, температура плазмы, ток и магнитное поле являются функциями координат. Пространственное распределение этих величин определяется уравнениями [1] (индексом нуль обозначены равновесные значения)

$$\begin{gathered} \operatorname{rot} \mathbf{B}_0 = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_0 = \frac{4\pi}{c} \sigma_0 \mathbf{E}_0 = \frac{4\pi}{c} \frac{\alpha}{z} T_0^{3/2} \mathbf{E}_0 \\ \nabla p_0 = \frac{1}{4\pi} [\operatorname{rot} \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0], \qquad p_0 = \frac{(1+z)\varkappa}{M} \rho_0 T_0 \\ \sigma_0 \mathbf{E}_0^2 = \gamma_0 \sqrt{T_0} N_0^2 z^3, \qquad \sigma_0 = \alpha z^{-1} T_0^{3/2} \end{gathered} \tag{2.1}$$

Из уравнения состояния и уравнения баланса энергии следует:

$$p_0 = \left(\frac{\alpha \mathbf{E}_0^2 \varkappa^2 (1+z)^2}{\gamma_0 z^4} \right)^{1/2} T_0^{3/2} \equiv \beta_0 T_0^{3/2} \tag{2.2}$$

Этот результат не зависит от геометрии разряда. Дальнейший анализ, так же как и в работе [1], будет проведен для двух типов разрядов плоского (поверхностного) разряда и простого цилиндрического (z — нинч).

Рассмотрим сначала плоский разряд. Исключая B_0 и T_0 из уравнений равновесия (2.1), получим для p_0 уравнение

$$\frac{\partial p_0}{\partial x} + \frac{\alpha_1 p_0}{\sqrt{2\pi\beta_0}} \sqrt{p_0(0) - p_0} = 0 \qquad \left(\alpha_1 = \frac{4\pi\alpha E_0}{cz} \right) \tag{2.3}$$

Здесь $p_0(0)$ — значение давления на оси разряда. Из уравнений (2.3), (2.2), (2.1) находим равновесные p_0, T_0, B_0 для плоского случая

$$\begin{gathered} p_0 = p_0(0) \frac{4e^{-\gamma x}}{(1+e^{-\gamma x})^2}, \qquad T_0 = T_0(0) \left(\frac{p_0}{p_0(0)} \right)^{2/3} \\ B_0 = \sqrt{8\pi p_0(0)} \, \frac{1 - e^{-\alpha x}}{1 + e^{-\gamma x}} \qquad \left(\gamma = \frac{\alpha_1 \sqrt{p_0(0)}}{\sqrt{2\pi\beta_0}} \right) \end{gathered} \tag{2.4}$$

Здесь γ — характерный размер плоского прозрачного разряда.

Теперь легко найти потерю энергии на излучение веществом, заключенным в плоском разряде, отнесенную к единице площади разряда Q

$$Q = \int\limits_{-\infty}^{\infty} q_s\, dx = \frac{4\gamma_0 \beta_0^2 z^3}{(1+z)^2 \varkappa^2 \gamma} T_0^{3/2}(0) = \frac{cE_0 B_0(\infty)}{2\pi} \tag{2.5}$$

---

[1] Эффективный заряд ионов z является функцией температуры. В рассматриваемой области температур, когда плазма не содержит нейтральных частиц, эта зависимость слаба ($z \sim T^\beta$, где $\beta \lesssim 0{,}5$, причем по величине $z \approx 2$). Ниже этой зависимостью пренебрегается.

Хотя в области $|x| \gg 1/\gamma$ полученные выше соотношения несправедливы из-за резкого падения температуры и образования нейтральных частиц, интегрирование в формуле (2.5) распространено до бесконечности, так как плотность плазмы в этой части разряда также быстро падает и число нейтральных частиц пренебрежимо мало по сравнению с полным числом заряженных частиц в разряде. Наконец, ток

$$I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} j_0\, dx = c\left(\frac{2P_0(0)}{\pi}\right)^{1/2} \tag{2.6}$$

Обратимся теперь к равновесию в цилиндрическом случае. Исключая из системы уравнений (2.1) p_0 и T_0 и вводя переменную $y = -1 + \alpha_1 B_0 r / 4\pi\beta_0$, получим уравнение

$$\left(ry' - y + \frac{1}{2}y^2\right)' = 0 \tag{2.7}$$

Решая это уравнение с граничным условием $y = -1$ при $r = 0$ для равновесных гидродинамических величин, получим следующие выражения

$$p_0 = \frac{p_0(0)}{(1 + r^2/r_0^2)^2}, \quad T_0 = T_0(0)\left(\frac{p_0}{p_0(0)}\right)^{2/3} \tag{2.8}$$

$$B_0 = \sqrt{8\pi p_0(0)}\,\frac{r/r_0}{1 + r^2/r_0^2}$$

Здесь $r_0 = 4\gamma^{-1}$ — характерный размер цилиндрического прозрачного разряда. Энергия, уносимая излучением с единицы длины разряда, равна

$$Q = \int_0^{\infty} 2\pi r q_s(r)\, dr = \frac{16\gamma_0\beta_0^2 z^3}{(1+z)^2\varkappa^2\gamma^2}\, T_0^{3/2}(0) \tag{2.9}$$

Полный ток в цилиндрическом случае

$$I_0 = \frac{2c^2\varkappa(1+z)}{\sqrt{\alpha\gamma_0 z}} \approx \frac{1+z}{z}\, 0.3\cdot 10^6 a \tag{2.10}$$

Видно, что полный ток для прозрачного цилиндрического разряда с тормозным излучением при заданной степени ионизации вещества, является постоянным, не зависящим от N_0, T_0 и E_0. Аналогичный результат хорошо известен для разряда в высокотемпературной термоядерной плазме [4].

Исходя из найденных равновесных решений, легко оценить параметры плазмы, при которых выполняются неравенства (1.3), (1.4), а также условие прозрачности $l_1 \gg 1/\gamma$. Оказывается, что малость электронной теплопроводности на оси разряда гарантирует возможность пренебрежения ею везде. Соответствующее условие имеет вид

$$T_0^{1/2}(0) \lesssim 10^{20} E_0 \tag{2.11}$$

Условие же прозрачности разряда записывается в виде

$$T_0^{13/6}(0) \gtrsim 5\cdot 10^{10} E_0 \tag{2.12}$$

Наконец, неравенство (1.3) выполняется (считая $\delta \sim 1$), если

$$T_0^{5/2} < 10^{16} E_0 \tag{2.13}$$

Как уже указывалось, при температурах $T_0 > 10^4$ °K неравенство (2.11) является более сильным, чем (2.13). С другой стороны, поскольку только такие температуры представляют интерес, необходимо удовлетворить лишь неравенствам (2.11), (2.10). Для $E_0 \sim 0.1 \sim 1$CGSE им легко удовлетворить в области $2 \cdot 10^4 < T_0 < 5 \cdot 10^5$ °K.

Отметим, что в то время как неравенство (1.4) будучи выполнено на оси разряда выполняется везде, неравенство $\delta < 1$ (а вследствие этого и (1.3)) может нарушиться при $|x| > 1/\gamma$. Это связано с тем, что температура разряда на этих расстояниях быстро падает и рассмотрение плотной плазмы, как полностью ионизованной, становится незаконным.

3. Устойчивость разряда. Перейдем теперь к исследованию устойчивости разряда по отношению к малым возмущениям

$$\rho \to \rho_0 + \rho_1, \; T \to T_0 + T_1, \; p \to p_0 + p_1, \; \mathbf{B} \to \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1, \; \mathbf{v}$$

Возмущенные величины считаются зависящими от времени и координат следующим образом:

$$f_1 = f_1(x) \exp(-i\omega t + ik_y y + ik_z z)$$
$$f_1 = f_1(r) \exp(-i\omega t + im\varphi + ik_z z)$$

соответственно для плоского и цилиндрического разрядов. Линеаризованная система уравнений, аналогичная (1.1), была выписана в [1]; поэтому не будем приводить ее еще раз. Следует лишь иметь в виду, что для прозрачной плазмы дивергенция возмущенного вектора потока излучения при учете лишь тормозного излучения равна

$$q_{s_1} = \operatorname{div} s_1 = g_{s0}\left(\frac{T_1}{2T_0} + 2\frac{\rho_1}{\rho_0}\right) \tag{3.1}$$

В общем же случае

$$q_{s1} = \frac{\partial q_{s0}}{\partial \rho_0}\rho_1 + \frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0} T_1 \tag{3.2}$$

В прозрачном разряде, в отличие от оптически плотного, неустойчивость, как будет показано ниже, имеет место уже в приближении геометрической оптики; дисперсионные уравнения для плоского и цилиндрического разрядов в этом случае отличаются лишь тривиальной заменой $k_y \to m / r$; поэтому ниже будет рассматриваться лишь плоский разряд. Рассмотрим сначала простейший случай, когда $k_y = k_z = 0$, а излучение чисто тормозное. Система линеаризованных уравнений в этом случае сводится к двум уравнениям для величин p_1 и $v = p_1 + (\mathbf{B}_0\mathbf{B}_1 / 4\pi)$

$$\frac{3}{2}p_1 + \frac{5}{2}\frac{v_{s0}^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{5}{2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial v_{s0}^2}{\partial x} + \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{B_0}{4\pi\rho_0}\frac{\partial B_0}{\partial x} +$$
$$+ \frac{ic^2}{4\pi\sigma_0\omega}\frac{\partial \ln B_0}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x}(p_1 - v) - (p_1 - v)\frac{\partial \ln B_0}{\partial x}\right] - \frac{p_1}{p_0}\frac{ic^2}{8\pi^2\sigma_0\omega}\left(\frac{\partial B_0}{\partial x}\right)^2 = 0$$

$$v - p_1 + \frac{v_A^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{B_0}{4\pi\omega^2}\frac{\partial}{\partial x}\frac{B_0}{\rho_0} + \frac{3ic^2}{32\pi^2\sigma_0\omega} \times$$
$$\times \frac{\partial B_0}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\left[p_0^{-1}\left(p_1 + \frac{v_{s0}^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)\right] - \frac{B_0}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial B_0}{\partial x}\right)^{-1}\left(\frac{3}{2}p_1 + \frac{5}{2}\frac{v_{s0}^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x} +\right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{5}{2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial v_{s0}^2}{\partial x} + \frac{v_A^2}{\omega^2}\frac{\partial \ln B_0}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{p_1}{p_0}\frac{ic^2}{8\pi^2\sigma_0\omega}\left(\frac{\partial B_0}{\partial x}\right)^2\right)\right] = 0 \tag{3.3}$$

$$v_{s0} = \sqrt{\frac{(1+z)\varkappa T_0}{M}}, \quad v_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}$$

Здесь v_{s0}— скорость изотермического звука в плазме, а v_A — альфвеновская скорость. Проанализируем систему (3.3) в приближении геометрической оптики, т. е. для колебаний с длиной волны меньшей характерного размера неоднородности плазмы

$$k_x \frac{1}{\gamma} \sim \frac{1}{\lambda_x \gamma} \gg 1 \qquad (3.4)$$

Здесь $\lambda_x \sim k_x^{-1}$ — длина волны колебаний в направлении неоднородности. Система (3.3) приводит к следующему уравнению эйконала [5]:

$$\omega^2 \left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2 k^2}{4\pi\sigma_0} - k^2 v_A{}^2\right) - k^2 v_s{}^2 \left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2 k^2}{4\pi\sigma_0}\right) + \frac{c^2 k^2 j_0{}^2}{6\pi\sigma_0{}^2 p_0} (\omega^2 - 3k^2 v_s{}^2) = 0 \qquad (3.5)$$

Это уравнение легко разрешить относительно ω в двух предельных случаях $\omega \gg kv_s$ и $\omega \ll kv_s$, в которых оно сводится к квадратным уравнениям. При этом решения можно записать единым образом

$$\omega_{1,2} = -\frac{ic^2k^2}{8\pi\sigma_0 t^2} \pm \frac{1}{2t^2} \left(-\frac{c^4k^4}{16\pi^2\sigma_0{}^2} - \frac{2c^2k^2t^2}{\alpha\pi\sigma_0{}^2 p_0}\right)^{1/2} \qquad (3.6)$$

Здесь

$$t = \begin{cases} 1 + v_A{}^2/v_s{}^2 \\ 1 \end{cases}, \quad \alpha = \begin{cases} 1 & \omega > kv_s \\ 3 & \omega < kv_s \end{cases}, \quad v_s^2 = \frac{5}{3} = v_{s0}^2$$

Заметим, что в силу условия применимости приближения геометрической оптики (3.4) первый член под корнем в выражении (3.6) в k / γ раз больше второго. Поэтому большой корень в (3.6)

$$\omega_2 = -i \frac{c^2k^2}{4\pi\sigma_0 t^2}$$

соответствует затухающим колебаниям и описывает проникновение электромагнитного поля в плазму. Именно этот корень определяет время установления равновесия в разряде (время выравнивания разрядного электрического поля по сечению плазмы) $\tau \sim 1 / \omega_2$. Малый же корень соответствует апериодически неустойчивым колебаниям с инкрементом нарастания

$$Im\,\omega_1 \approx \frac{2j_0{}^2}{\sigma_0 p_0} \frac{t^2}{\alpha} \qquad (3.7)$$

Из вида инкремента нарастания колебаний ясно, что неустойчивость связана с конечной проводимостью плазмы и обусловлена омическим нагревом. Она носит перегревный характер и является следствием того обстоятельства, что в оптически прозрачной плазме вынос излучения из плазмы не способен скомпенсировать нарастание флуктуаций температуры, вызванное джоулевым нагревом.

Высокочастотная неустойчивость в области $\omega > kv_s$ не связана с гидродинамическим движением плазмы и вызвана только ростом ее температуры. Такая неустойчивость возможна лишь в плохо проводящей плазме с достаточно низкой температурой, когда $\gamma c^2 > 4\pi\sigma_0 v_s$. С ростом температуры плазмы это неравенство нарушается и колебания стабилизируются; неустойчивость сама себя ликвидирует. Поэтому высокочастотная перегревная неустойчивость кажется не опасной. Что же касается низкочастотной неустойчивости в области $\omega < kv_s$, то она является более опасной т. к. ее развитие сопровождается гидродинамическим движением плазмы.

Кроме того, такая неустойчивость возможна как в плохо проводящей низкотемпературной плазме, так и в хорошо проводящей высокотемпературной плазме [1].

Опасность низкочастотной неустойчивости усугубляется тем обстоятельством, что она имеет место и при $k_z \neq 0$. Действительно, в случае $k_z \neq 0$ дисперсионное уравнение колебаний в приближении геометрической оптики принимает вид

$$\omega^2\left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2k^2}{4\pi\sigma_0} - k^2v_A{}^2\right) - k^2v_s{}^2\left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2k^2}{4\pi\sigma_0}\right) +$$
$$+ \frac{c^2k_x{}^2j_0{}^2}{6\pi\sigma_0{}^2p_0}\left[\left(1 - 2\,\frac{k_z{}^2}{k_x{}^2}\right)\omega^2 - 3k^2v_s{}^2\right] = 0 \qquad (k^2 = k_x{}^2 + k_z{}^2) \tag{3.8}$$

В области низких частот $\omega < kv_s$, как легко видеть, рассмотренная выше неустойчивость сохраняется, хотя инкремент ее развития уменьшается на величину $k_x{}^2/k^2$. В области же $\omega > kv_s$ при $k_z \neq 0$ происходит стабилизация колебаний, если $2k_z{}^2 > k_x^2$.

Ввиду сложности системы (1.1), анализ устойчивости в случае $k_y \neq 0$ проведен не был. По мнению авторов, однако, учет отличных от нуля k_y не должен приводить к стабилизации низкочастотных колебаний с $\omega < kv_s$, подобно тому, как это имеет место для перегревной неустойчивости высокотемпературной плазмы [6].

Остановимся теперь кратко на случае общего типа излучения в прозрачном теле, когда для q_{s1} справедливо выражение (3.2). Дисперсионное уравнение для колебаний с $k_y = k_z = 0$ в приближении геометрической оптики записывается в виде

$$\omega^2\left(\omega^2 + \frac{ic^2k^2\omega}{4\pi\sigma_0} - k^2v_A{}^2\right) - k^2v_s{}^2\left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2k^2}{4\pi\sigma_0}\right) +$$
$$+ \frac{\omega c^2k^2}{6\pi\sigma_0p_0}\left(\frac{3}{2}\frac{j_0{}^2}{\sigma_0} - T_0\frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0}\right) - \frac{c^2k^4}{6\pi\sigma_0\rho_0}\left(\frac{3}{2}\frac{j_0{}^2}{\sigma_0} + \rho_0\frac{\partial q_{s0}}{\partial \rho_0} - T_0\frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0}\right) = 0 \tag{3.9}$$

Из этого уравнения по известной зависимости $q_{s0}\,(\rho_0,\ T_0)$ может быть определена граница и инкремент развития неустойчивости. Видно, что излучение, вообще говоря, может оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее влияние на перегревную неустойчивость плазмы. Так, в высокочастотном пределе $\omega > kv_s$, когда плотность плазмы в процессе колебаний можно считать постоянной, излучение играет стабилизирующую роль при условии

$$T_0\left(\frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0}\right)_{\rho_0} > 0$$

При этом, если выполнено неравенство

$$T_0\left(\frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0}\right)_{\rho_0} > \frac{3}{2}\,q_{s0}$$

то оно полностью стабилизирует перегревную неустойчивость плазмы.

В обратном же пределе в процессе колебаний остается постоянным давление плазмы. При этом излучение играет стабилизирующую роль, если

$$T_0\left(\frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0}\right)_{p_0} = T_0\,\frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0} - \rho_0\,\frac{\partial q_{s0}}{\partial \rho_0} > 0$$

Излучение полностью стабилизирует перегревную неустойчивость при условии

$$T_0\left(\frac{dq_{s0}}{dT_0}\right)_{p_0} > \frac{3}{2}\,q_{s0}$$

Заметим, что уравнением (3.9) следует, в частности, пользоваться при рассмотрении колебаний в разряде на расстояниях $|\,x\,| > 1/\gamma$ от оси разряда, так как в этой области из-за образования нейтральных атомов в излучении плазмы должен появляться значительный линейчатый спектр и ограничение учетом лишь тормозного излучения уже не пригодно.

---

[1] Рассмотренная неустойчивость по своей природе аналогична перегревной неустойчивости высокотемпературной плазмы в сильном продольном магнитном поле, замораживающем теплопроводность плазмы поперек поля [6].

4. **Обсуждение результатов и выводы.** Подводя итог рассмотрению равновесия и устойчивости сильноточного разряда в оптически прозрачной плазме, следует прежде всего отметить его неустойчивость.

Как уже указывалось, причиной этой неустойчивости является малость потока энергии, уносимого излучением, по сравнению с омическим нагревом. В отличие от случая оптически плотной плазмы, флуктуации температуры в прозрачной плазме не успевают рассасываться излучением и нарастают с инкрементом $\mathrm{Im}\omega \approx j^2{}_0/\sigma_0 p_0$. Если воспользоваться найденным равновесием, инкремент может быть записан в виде $\mathrm{Im}\omega \approx 4\cdot 10^5 E_0$. Отсюда следует, что при $E_0 \sim 0.1 - 1$ CGSE неустойчивость развивается за время $\tau \sim 10^{-5}$ *сек*. Это время сравнимо с гидродинамическим r_0/v_s и меньше, чем время, которое обычно необходимо,чтобы удерживать разряд при использовании его в качестве источника света для подкачки ОКГ. Поэтому использование полностью прозрачного разряда в качестве источника света следует признать нецелесообразным.

В случае разряда в оптически плотной плазме рассмотренная выше неустойчивость также может развиваться, но лишь в узком прозрачном слое, окружающем непрозрачную плазму, дающую основную часть излучения. При этом, «суммируя» время развития неустойчивости со временем переноса возмущений из прозрачного слоя в непрозрачный, придем к выводу, что развитие неустойчивости на периферии разряда в условиях $r_p \gg r_0$ вряд ли может существенно повлиять на центральную непрозрачную его часть.

Существенным будет вопрос о том, в какое состояние приходит плазма в результате развития перегревных неустойчивостей. Строгий ответ не может быть получен в линейном приближении и требует рассмотрения нелинейной задачи. Тем не менее, если судить по максимальному инкременту развития неустойчивости, то она, по-видимому, должна проявиться в образовании нитей, либо слоев с повышенной и пониженной проводимостью плазмы, вытянутых вдоль направления полного тока в разряде.

В заключение отметим, что неустойчивость полностью прозрачного разряда делает его менее перспективным для целей накачки ОКГ. С другой стороны, полностью непрозрачный разряд («черное тело») может оказаться невыгодным по энергетическим причинам из-за существенных потерь энергии на излучение в далеком ультрафиолете с энергией фотонов $h\nu \geqslant 3\varkappa T$. В связи с этим большой интерес представляет разряд промежуточного типа «полупрозрачный», в котором в принципе возможно благоприятное сочетание устойчивости и достаточно высокого к.п.д.

Поступила 3 I 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Рухадзе А. А., Тригер С. А. Теория равновесия и устойчивости сильноточного разряда в плотной плазме в условиях лучистой теплопроводности. ПМТФ, 1968, № 3.
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Физматгиз, 1963.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
4. Брагинский С. И. Стягивание плазмы под действием собственного магнитного поля. Сб.: «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», М., Изд-во АН СССР, 1958, т. 1, стр. 115—121.
5. Рухадзе А. А., Силин В. П. Метод геометрической оптики в электродинамике неоднородной плазмы. Усп. физ. н., 1964, т. 82, вып. 3.
6. Кадомцев Б. Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы. Сб.: «Вопросы теории плазмы», М., Атомиздат, 1963, вып. 2, стр. 132—176.