

О СКОРОСТИ РАВНОМЕРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛАМИНАРНОГО ПЛАМЕНИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

В. И. Борисов

(Москва)

Известно, что скорость равномерного распространения ламинарного пламени в канале отличается от нормальной скорости горения и в соответствии с принципом Гюи — Михельсона прямо пропорциональна площади его поверхности. Форма поверхности пламени, исключая из рассмотрения процессы диффузии и теплопроводности, имеющие место в тонкой зоне реакции, определяется законами сохранения на фронте горения и зависит от гидродинамической картины потока. Теоретическое исследование гидродинамической структуры ламинарного пламени в плоском канале проводилось в [1], где по заданной скорости распространения определялась форма поверхности пламени и строилась картина распределения линий тока¹. Основным недостатком этой работы состоит в том, что она не отвечает на вопрос — какова должна быть действительная скорость распространения пламени при определенных внешних условиях. Более того, в [1] не учитывается вязкость продуктов сгорания, которая в отсутствие силы тяжести, согласно [3], является основной причиной искривления плоского фронта и соответствующего увеличения скорости распространения по сравнению с нормальной.

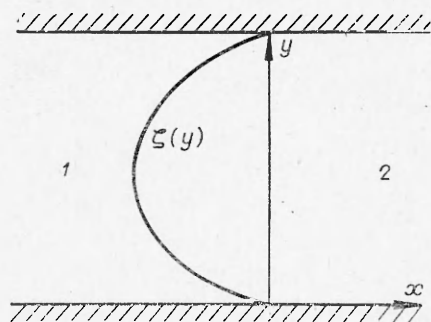


Рис. 1.

В данной работе ставится задача — определить единственно возможные формы и скорости равномерного распространения ламинарного пламени в плоском канале. Действие силы тяжести при этом не учитывается.

Пусть пламя распространяется вдоль канала справа налево от его открытого конца (рис. 1). Фронт пламени, описываемый функцией $\xi(y)$, разделяет все поле течения на две области. В системе координат, связанной с фронтом, течение будет стационарным; газ, натекая на фронт

пламени слева из области 1, претерпевает скачок плотности и температуры, попадает в область 2 продуктов сгорания и вытекает наружу.

Сделаем следующие предположения. Будем считать, что течение в области 1 идеальное, безвихревое, плотность газа постоянна и равна ρ_1 . Относительно области 2 предположим, что там реализуется вязкое течение с постоянной плотностью ρ_2 . На самом фронте потребуем постоянство нормальной скорости² D .

В качестве основных независимых переменных выберем для области 1 функцию тока ψ_1 , для области 2 — функцию тока ψ_2 и завихренность ω . Уравнения, описывающие течение, имеют следующий вид:

для области 1 ($-\infty < x < \xi(y)$, $0 < y < 1$)

$$\partial^2 \psi_1 / \partial x^2 + \partial^2 \psi_1 / \partial y^2 = 0; \quad (1)$$

¹ Результаты и обсуждение полученных данных приводятся также в [2].

² Учет вязкости в одной только области 2 оправдывается тем, что вязкость газа увеличивается с температурой.

для области 2 ($\xi(y) < x < \infty$, $0 < y < 1$)

$$\begin{aligned} \partial^2 \psi_2 / \partial x^2 + \partial^2 \psi_2 / \partial y^2 + \omega &= 0, \\ \partial / \partial x \cdot (\omega \cdot \partial \psi_2 / \partial y) - \partial / \partial y \cdot (\omega \cdot \partial \psi_2 / \partial x) - 1 / \text{Re} \cdot (\partial^2 \omega / \partial x^2 + \partial^2 \omega / \partial y^2) &= 0. \end{aligned}$$

Система уравнений (1) приведена в безразмерном виде. При этом в качестве масштаба для величин, имеющих размерность длины (x , y , ξ), выбрана полуширина канала h , для функций тока и завихренности взяты масштабы Dh и D/h соответственно. Число Рейнольдса $\text{Re} = Dh/\nu$, где ν — коэффициент вязкости продуктов сгорания. Граничные условия: для области 1:

$$\begin{aligned} x = -\infty, \quad \psi_1 = Ly & \quad \left(L = \int_0^1 \sqrt{1 + \left(\frac{d\xi}{dy} \right)^2} dy \right), \\ y = 0, \quad \psi_1 = 0, & \\ y = 1, \quad \psi_1 = L, & \quad \left(l = \int_0^y \sqrt{1 + \left(\frac{d\xi}{dy} \right)^2} dy \right); \\ x = \xi(y), \quad \psi_1 = l(y) & \end{aligned} \quad (2)$$

для области 2:

$$\begin{aligned} x = \xi(y), \quad \psi_2 = \varepsilon l(y), \quad \omega - \frac{1}{\text{Re} \varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial n} &= \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) v_{\tau_1} \frac{dn}{d\tau} - \\ &- \frac{2}{\text{Re}} \frac{dK}{d\tau} + \frac{2}{\text{Re} \varepsilon} \frac{d^2 v_{\tau_1}}{d\tau^2} + \dots, \\ y = 0, \quad \psi_2 = 0; & \\ y = 1, \quad \psi_2 = \varepsilon L, \quad \omega = 0, & \\ x = \infty, \quad \psi_2 = L(\varepsilon - 1)y^2(1,5 - 0,5y) + Ly, & \\ \omega = 3L(\varepsilon - 1)(y - 1). & \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь L — полная длина контура пламени (от нижней стенки до оси канала); $l(y)$ — его текущая длина; $\varepsilon = \rho_1/\rho_2$; v_{τ_1} — касательный компонент скорости холодного газа на фронте пламени; K — кривизна фронта; индексы τ и n означают направление вдоль касательной или нормали к контуру соответственно.

В граничных условиях (3) содержится предположение о том, что далеко за фронтом пламени имеет место течение Пуазейля. Выражение для завихренности при $x = \xi(y)$ получено при помощи уравнения движения, записанного в форме

$$\vec{v}x\vec{\omega} + \nu \nabla^2 \vec{v} = \nabla H,$$

где $H = 1/2 \cdot v^2 + p/\rho$, и спроектированного на направление касательной к фронту пламени

$$\omega v_n - \nu \cdot \partial \omega / \partial n = -dH/d\tau.$$

При выводе используются соотношения, вытекающие из непрерывности потока массы, а также из продольного и поперечного компонентов потока импульса, записанные в сопутствующей цилиндрической системе координат

$$\begin{aligned} \rho_1 v_{n_1} &= \rho_2 v_{n_2}, \\ p_1 + \rho_1 v_{n_1}^2 &= p_2 + \rho_2 v_{n_2}^2 - 2\eta \frac{\partial v_{\tau_2}}{\partial n}, \\ \rho_1 v_{n_1} v_{\tau_1} &= \rho_2 v_{n_2} v_{\tau_2} - \eta \left(\frac{\partial v_{\tau_2}}{\partial n} + v_{\tau_2} K \right). \end{aligned}$$

Здесь p_1 и p_2 — давления на фронте пламени в областях 1 и 2 соответственно; η — коэффициент динамической вязкости продуктов сгорания. Общее выражение разложено в ряд по малым параметрам $1/Re$, $1/Re \varepsilon$ и т. д. Здесь ограничиваемся членами, не превышающими по порядку величины $1/Re \varepsilon$.

Для определения граничного условия для ω на твердой стенке использовался метод, предложенный в работе [4]. В конечно-разностной форме это условие с учетом движения стенки имеет вид

$$\omega_P = -\frac{\omega_N}{2} - \frac{3\psi_N}{s_{NP}^2} + \frac{3L}{s_{NP}}, \quad (4)$$

индексы P и N относятся к узлам конечно-разностной сетки, лежащим соответственно на стенке и непосредственно над ней на следующей координатной линии, s_{NP} — расстояние между этими узлами.

Кроме перечисленных выше условий, при $x = \xi(y)$ должно выполняться еще одно, следующее из непрерывности продольного компонента потока импульса:

$$v_{\tau_2} = \frac{v_{\tau_1} + 1/Re \varepsilon \cdot \omega}{1 - 2/Re \varepsilon \cdot K}. \quad (5)$$

Это условие играет роль дополнительного соотношения, позволяющего найти единственную форму пламени в канале. Действительно, поставленная задача без условия (5) может быть решена для любой наперед заданной функции $\xi(y)$ — уравнения движения в обеих областях имеют эллиптический вид и каждое из граничных условий (2) — (4) представляет в общем виде связь значений неизвестной функции с ее нормальной производной на границе. Условие (5) имеет тот же вид, поскольку v_{τ} суть нормальная производная функции тока ψ , взятая с обратным знаком

$$v_{\tau} = -\partial\psi/\partial n.$$

Граничное условие (5) наряду с заданием самого значения ψ_2 при $x = \xi(y)$ является в этом смысле лишним.

Поставленная задача решалась численно по следующей схеме. Сначала задавалась пробная функция $\xi(y)$ и решалась задача для области 1. Затем вычислялись граничные условия (3) и (4) и находилось решение в области 2. В заключение проверялось, как выполняется граничное условие (5), и определялось следующее приближение для функции $\xi(y)$. Расчет повторялся до тех пор, пока все граничные условия не удовлетворялись с требуемой точностью.

Для решения уравнений движения в каждой из областей использовался конечно-разностный метод последовательных смещений [4]. Координатная сетка строилась всякий раз так, чтобы ее узлы лежали на контуре $\xi(y)$. Размер сетки равен 21×36 для области $x < 0$ и 21×41 для $x > 0$. В области вязкого течения расстояние между соседними линиями сетки в направлении x увеличивалось, и крайняя правая линия располагалась на таком удалении от начала координат, чтобы течение там можно было считать полностью развитым ($x > 0,16 \varepsilon Re$) [5]. В качестве первого приближения $\xi(y)$ выбирался плоский фронт. Каждое последующее приближение определялось путем поворота малого элемента фронта в плоскости x, y на такой угол, чтобы удовлетворить граничному условию (5). По найденному наклону новая функция $\xi(y)$ вычислялась интегрированием. Расчет заканчивался, когда максимальное относительное отклонение двух приближений $\xi^{(N)}$ и $\xi^{(N-1)}$ не превышало по абсолютной величине $0,5 \cdot 10^{-3}$. Время для расчета одного варианта на ЭВМ М-220 составляло приблизительно 1,5 ч.

На рис. 2, 1 показаны результаты расчета изменения скорости распространения пламени U в зависимости от числа Рейнольдса и отношения плотностей холодного и горячего газа ϵ . Видно, что скорость распространения при $\epsilon = \text{const}$ уменьшается с увеличением Re и стремится к нормальной скорости горения. С точки зрения влияния вязкости такая зависимость представляется вполне естественной. Действительно, при уменьшении вязкости переход течения в области 2 к течению Пуазейля будет происходить более медленно. Это отразится на более плавном стягивании линий тока к центру канала и их меньшем изломе на фронте. В результате выпуклость фронта пламени уменьшится. Тем не менее полученная зависимость $U(Re)$ противоречит экспериментальным данным о возрастании скорости распространения в трубах с увеличением диаметра [3]. По-видимому, это результат того, что подобные эксперименты всегда проводились в поле тяжести, которое здесь не учитывалось. Представленные на рис. 2, 1 данные указывают также на уменьшение скорости U с увеличением

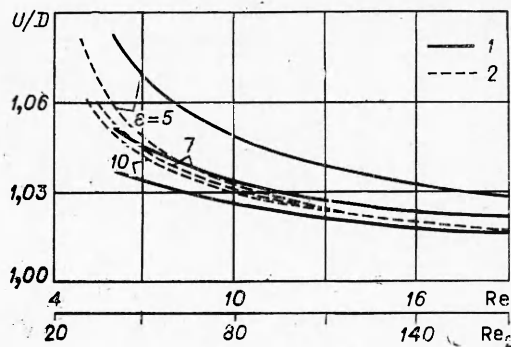


Рис. 2.

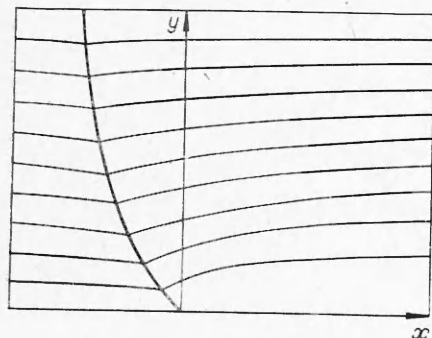


Рис. 3.

но объяснить увеличением числа Рейнольдса $Re_2 = \epsilon Re$, которое более естественно для области вязкого течения. На рис. 2, 2 данные расчетов приводятся в зависимости от Re_2 . Видно, что при таком представлении расщепление кривых, соответствующих различным значениям ϵ , оказывается значительно меньшим и имеет место только для достаточно малых Re_2 . При $Re_2 > 100$ все точки хорошо ложатся на одну кривую

$$U/D = 0,55 Re_2^{-0,67}.$$

На рис. 3 показана картина распределения линий тока в канале при $Re = 6$ и $\epsilon = 5$. Эти данные хорошо показывают расширение и последующее сжатие центральной трубки тока, а также соответствующее сжатие и последующее расширение трубок тока вблизи стенки, как это описано в [3].

В заключение следует подчеркнуть, что причиной формирования искривленного фронта пламени в данной работе считается вязкость продуктов сгорания. Причем использование полных уравнений движения вязкой жидкости в области 2 обязательно. Действительно, при описании течения продуктов сгорания уравнениями движения в приближении пограничного слоя задача в данной постановке имела бы тривиальное решение $\zeta(y) = 0$.

Автор выражает свою благодарность А. С. Плешанову за постановку задачи и ценные обсуждения.

Поступила в редакцию
6/IX 1976

ЛИТЕРАТУРА

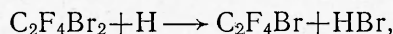
1. G. A. Ball. Sci. Appl. Phys., July, 1951.
2. Нестационарное распространение пламени. М., «Мир», 1968.
3. Б. Льюис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах. М., «Мир», 1968.
4. Численные методы исследования течений вязкости жидкости. М., «Мир», 1972.
5. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.

О ВОЗМОЖНЫХ АКТАХ РАЗВЕТВЛЕНИЯ ЦЕПИ В НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗОНЕ ФРОНТА УГЛЕВОДОРОДНОГО ПЛАМЕНИ

В. В. Дубинин, Г. И. Ксандопуло

(Алма-Ата)

В работе [1], посвященной изучению структуры фронта пламени пропана, сделан расчет профиля концентрации атомарного водорода в низкотемпературной части пламени. В частности, для пламени, ингибированного тетрафтордибромэтаном, расчет проводился по экспериментально полученному профилю концентрации $C_2F_4Br_2$. Предполагалось, что единственной реакцией расщедования этого вещества в низкотемпературной части фронта пламени является реакция



константа скорости которой измерена в [2]. Профиль концентрации H-атомов, вычисленный таким образом, представлен на рис. 1. Видно, что на профиле имеется более пологий участок. Возможному объяснению наличия этого участка посвящена настоящая статья.

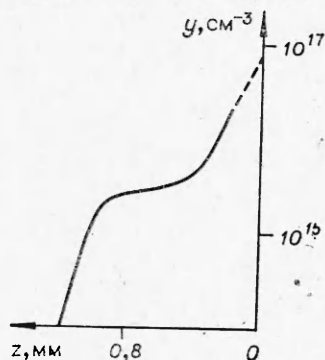


Рис. 1. Профиль концентрации атомарного водорода в пламени пропана [1].

Если в одномерном потоке, движущемся со скоростью v вдоль оси Oz , в точке $z=z_1$ находится источник, производящий с мощностью q некоторые частицы, которые затем вступают в химическую реакцию и гибнут в ней со скоростью, пропорциональной концентрации этих частиц (коэффициент пропорциональности обозначим через φ), то концентрация частиц y описывается уравнением

$$D \cdot d^2y/dz^2 - v \cdot dy/dz - \varphi y + q = 0.$$

Здесь D — коэффициент диффузии.

При $z \neq z_1$, $q=0$, и решением уравнения (1) будет

$$y = C_1 e^{k_1(z-z_1)} + C_2 e^{k_2(z-z_1)}, \quad (2)$$

где

$$k_1 = v + \sqrt{v^2 + 4D\varphi}/2D; \quad k_2 = v - \sqrt{v^2 + 4D\varphi}/2D. \quad (3)$$

Из граничных условий $y|_{z=\pm\infty} = 0$ и непрерывности функции $y(z)$ при $z=z_1$ следует

$$y = \begin{cases} C e^{k_1(z-z_1)}, & z \leq z_1, \\ C e^{k_2(z-z_1)}, & z \geq z_1. \end{cases} \quad (4)$$

Если имеется источник конечных размеров ($z_1 \leq z \leq z_2$), мощность которого в каждой точке равна q , его можно рассматривать как сум-