

УДК 532.529

## Рост парового пузырька в зеотропной бинарной смеси \*

С.П. Актершев, Н.Н. Мезенцева, И.В. Мезенцев

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

E-mail: sergey-aktershev@mail.ru

В рамках тепловой энергетической схемы исследуется рост парового пузырька в однородно перегретой зеотропной смеси двух жидкостей. Выведены формулы для модуля роста пузырька и критерия Якоба, который зависит как от физических свойств смеси, так и от ее состава. Полученное решение для неизменного состава смеси на межфазной поверхности является асимптотическим случаем, лимитирующим реальную скорость роста пузырька. Приведены результаты расчетов, сделанных для смеси фреонов R32/R152a различного состава.

**Ключевые слова:** паровой пузырек, зеотропная бинарная смесь, модуль роста, критерий Якоба для смеси.

Зеотропные смеси (смеси жидкостей, обладающие различными температурами насыщения при одном и том же давлении) сравнительно недавно нашли применение в качестве рабочих тел в холодильной и теплонасосной технике. Они стали эффективной заменой хладагентов, использование которых ограничено международными соглашениями о защите окружающей среды. Преимущество зеотропных смесей перед однокомпонентными хладагентами заключается в возможности увеличения температуры пара на входе в компрессор, а также уменьшения разности температур между процессами кипения и конденсации, что позволяет снизить работу сжатия и увеличить коэффициент преобразования энергии в цикле [1]. Наиболее важным в практическом отношении является пузырьковый режим кипения. Хотя рост парового пузырька в зеотропной смеси исследовался в ряде работ (см., например, [2, 3]), в целом эта задача теоретически изучена явно недостаточно по сравнению с такой же задачей для чистой жидкости. Отметим, что для чистой жидкости данная задача исследуется уже около ста лет и, казалось бы, совершенно изучена. Тем не менее, и в настоящее время для нее находятся новые оригинальные полуаналитические решения, как, например, в работе [4].

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим процесс роста одиночного сферического парового пузырька в однородно перегретой бинарной зеотропной смеси в рамках тепловой энергетической схемы [5, 6], широко используемой при решении подобных задач. Тепловая энергетическая схема применительно к бинарной смеси строится на следующих предположениях: давление

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ и Правительства Новосибирской области в рамках проекта № 19-48-540024, а также государственного задания ИТ СО РАН.

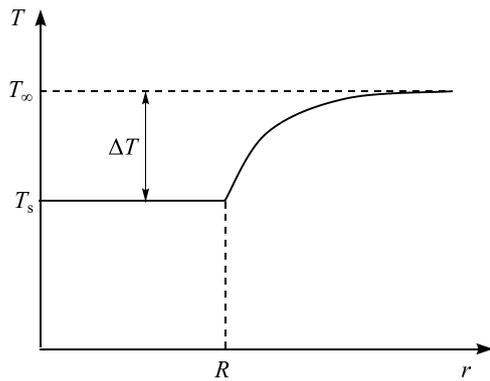


Рис. 1. Распределение температуры в пузырьке и в окружающей жидкости (тепловая энергетическая схема).

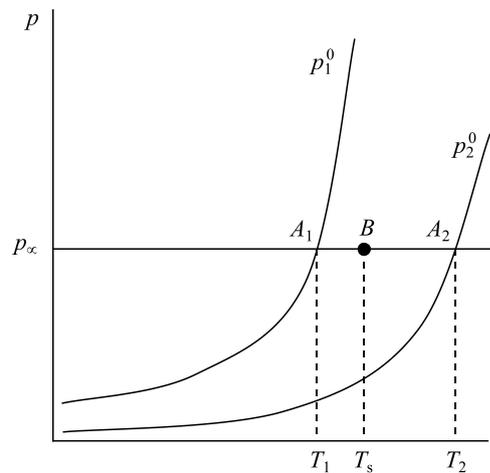


Рис. 2. Параметры пара в двухкомпонентной зеотропной смеси.

в паровой и жидкой фазах является одинаковым и составляет  $p_\infty = \text{const}$ ; температура пара в пузырьке  $T_s$  однородна по объему и равна температуре насыщения при актуальном давлении  $p_\infty$ ; жидкая смесь с температурой  $T_\infty$  перегрета относительно температуры насыщения; рост парового пузырька радиусом  $R(t)$  определяется притоком тепла к его границе из окружающих слоев перегретой жидкой смеси; зеотропную жидкую смесь будем считать идеальным раствором, для которого выполняются законы Рауля; плотность  $\rho$ , теплоемкость  $c_p$ , теплопроводность  $\lambda$  смеси считаем однородными по объему, но зависящими от температуры смеси  $T_\infty$ . Схема процесса показана на рис. 1.

Согласно первому закону Рауля, парциальные давления пара первой и второй компонент составляют соответственно  $p_1 = p_1^0 k_\mu$  и  $p_2 = p_2^0 (1 - k_\mu)$ , а их суммарное давление —

$$p_{\text{vap}} = p_1 + p_2 = p_1^0 k_\mu + p_2^0 (1 - k_\mu) = p_\infty, \quad (1)$$

здесь  $k_\mu$  — мольная доля первой компоненты в смеси,  $p_1^0(T_s)$  и  $p_2^0(T_s)$  — давления насыщенного пара обеих компонент (первой считаем ту компоненту, которая при одинаковой температуре имеет большее давление). В координатах  $(p, T)$  параметры пара изображаются точкой  $B$ , расположенной между точками  $A_1$  и  $A_2$  (см. рис. 2). При заданном давлении  $p_\infty$  температура пара  $T_s$  определяется соотношением компонент в смеси.

Запишем для пара уравнение Менделеева–Клапейрона в виде

$$p_\infty V = \left( \frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} \right) R_g T_s, \quad (2)$$

здесь  $V = 4\pi R^3/3$  — объем пузырька,  $M_1$  и  $M_2$  — массы компонент в паровой фазе,  $R_g$  — универсальная газовая постоянная. Продифференцировав (2) по времени, получим уравнения роста двухкомпонентного парового пузырька:

$$\frac{dR}{dt} = \left( \frac{J_1}{\mu_1} + \frac{J_2}{\mu_2} \right) \frac{R_g T_s}{p_\infty}, \quad (3)$$

здесь  $J_1 = \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{dM_1}{dt}$ ,  $J_2 = \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{dM_2}{dt}$  — плотности потока массы через межфазную поверхность из-за фазового перехода. Примем, что тепловой поток  $q_s$  на поверхности

сферического пузырька распределен равномерно по всей его поверхности. В частности, будем считать, что он распределен равномерно между всеми молекулами приповерхностного слоя жидкости. Тогда потоки тепла, расходуемые на испарение первой и второй компонент, пропорциональны их объемной доле и составляют соответственно  $q_1 = k_V q_s$  и  $q_2 = (1 - k_V) q_s$ , где  $k_V$  — объемная доля первой компоненты жидкой смеси. Отсюда получаем

$$J_1 = k_V q_s / L_1, \quad J_2 = (1 - k_V) q_s / L_2, \quad (4)$$

здесь  $L_1, L_2$  — удельная теплота парообразования для обеих компонент.

В работе [6] было получено аналитическое выражение для  $q_s$ , которое дает хорошее согласование с результатами точного аналитического решения Скрайвена [7], а также с имеющимися экспериментальными данными в широкой области режимных параметров:

$$q_s = \lambda \Delta T \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi a t}} \psi + \frac{1}{R} \right), \quad (5)$$

здесь  $\Delta T = T_\infty - T_s$  — температура перегрева,  $\lambda$  — теплопроводность,  $a$  — температуропроводность смеси. Коэффициент  $\psi$  учитывает «проницаемость» межфазной границы. Авторы [6] из анализа интеграла Скрайвена [7] для предельных случаев ( $St \rightarrow 0$  и  $St \rightarrow 1$ ) предложили зависимость  $\psi(St)$  в виде  $\psi = 1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - St}} - 1 \right)$ , где  $St = c_p \Delta T / L$  — число Стефана. Формула (5) демонстрирует хорошее согласование с решением Скрайвена [7] в широкой, имеющей практическое значение, области режимных параметров. В случае малых значений перегрева, когда  $St \ll 1$  (именно такие условия рассмотрим далее для зеотропной смеси), коэффициент  $\psi$  равен 1. При этом формула (5) принимает вид

$$q_s = \lambda \Delta T \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi a t}} + \frac{1}{R} \right). \quad (6)$$

В работе [8] было выполнено численное моделирование роста пузырька на основе исходных уравнений тепловой энергетической схемы и показано, что результаты численных расчетов хорошо согласуются с решением, полученным в [6], в широком диапазоне чисел Якоба для различных значений числа Стефана.

Подставив (4) и (6) в (3), получим

$$\frac{dR}{dt} = \frac{R_g T_s \lambda \Delta T}{p_\infty} \left( \frac{k_V}{\mu_1 L_1} + \frac{1 - k_V}{\mu_2 L_2} \right) \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi a t}} + \frac{1}{R} \right).$$

Это уравнение так же, как в случае чистой жидкости, имеет решение

$$R(t) = m \sqrt{a t}. \quad (7)$$

Безразмерный параметр  $m$  (модуль роста), являющийся функцией числа Якоба, рассчитывается следующим образом:

$$m = \sqrt{\frac{3}{\pi} Ja_*} + \sqrt{\frac{3}{\pi} Ja_*^2 + 2 Ja_*}. \quad (8)$$

Здесь комплекс (критерий Якоба для зеотропной смеси)

$$Ja_* = \frac{R_g T_s \rho c_p \Delta T}{p_\infty} \left( \frac{k_V}{\mu_1 L_1} + \frac{1-k_V}{\mu_2 L_2} \right) \quad (9)$$

зависит как от свойств смеси при температуре  $T_\infty$  и давлении  $p_\infty$ , так и от состава смеси. Это проявляется не только через сумму в скобках выражения (9), но также через зависимость температуры пара  $T_s$  от состава смеси. При заданных давлении  $p_\infty$  и объемной доле  $k_V$  температура  $T_s$  определяется из уравнения (1). При этом  $T_1 < T_s < T_2$  (см. рис. 2).

Решение (7)–(9) получено в предположении постоянной температуры  $T_s$  (следовательно, постоянного состава смеси). Однако из (4) следует, что т.к.  $L_1 \neq L_2$ , то на межфазной поверхности отношение потоков массы компонент не равно отношению их концентраций:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{k_V}{1-k_V} \frac{L_2}{L_1} \neq \frac{k_V}{1-k_V},$$

т.е. на границе пузырька происходит обеднение смеси низкокипящей (с меньшим значением  $L$ ) компонентой. Из-за уменьшения ее концентрации на границе пузырька появляется диффузионный приток из объема жидкости. На поздней стадии процесса (когда уменьшение концентрации низкокипящей компоненты станет существенным) диффузия становится фактором, лимитирующим скорость роста пузырька. Кроме того, из-за уменьшения  $k_V$  точка  $B$  на рис. 2 смещается вправо. Соответствующее увеличение температуры пара  $T_s$  приводит к уменьшению перегрева  $\Delta T$  и, следовательно, к дополнительному ограничению скорости роста пузырька. Таким образом, решение (7)–(9) для зеотропной смеси с неизменным составом на межфазной поверхности является асимптотическим случаем, лимитирующим реальную скорость роста пузырька. Использование предложенного в работе [6] правила суперпозиции тепловых потоков, а также принятые допущения позволили получить простое аналитическое выражение для модуля роста парового пузырька в зеотропной смеси.

## 2. Результаты расчетов

Расчеты выполнены для смеси фреонов R32 ( $\mu_1 = 52$ ) и R152a ( $\mu_2 = 66$ ) с различным массовым содержанием компонент. Физические свойства компонент на линии насыщения взяты из справочника [9]. Плотность жидкой смеси  $\rho$  рассчитывалась, исходя из массовой доли  $x$  фреона R32, по соотношению  $1/\rho = x/\rho_1 + (1-x)/\rho_2$ . Также через  $x$  можно выразить мольную и объемную доли первой компоненты:

$$k_\mu = \frac{x/\mu_1}{x/\mu_1 + (1-x)/\mu_2}, \quad k_V = \frac{x/\rho_1}{x/\rho_1 + (1-x)/\rho_2}.$$

Теплоемкость и теплопроводность смеси вычислялись, исходя из  $k_V$ :

$$c_p = k_V c_{p1} + (1-k_V) c_{p2}, \quad \lambda = k_V \lambda_1 + (1-k_V) \lambda_2.$$

На рис. 3 показаны зависимости модуля роста  $m$  от перегрева  $\Delta T$ , рассчитанные при различных значениях температуры  $T_s$  (массовая доля R32 равна 0,3). Такие же зависимости (для тех же самых значений  $T_s$ ) приведены на рис. 4, но для массовой доли R32, равной 0,5.

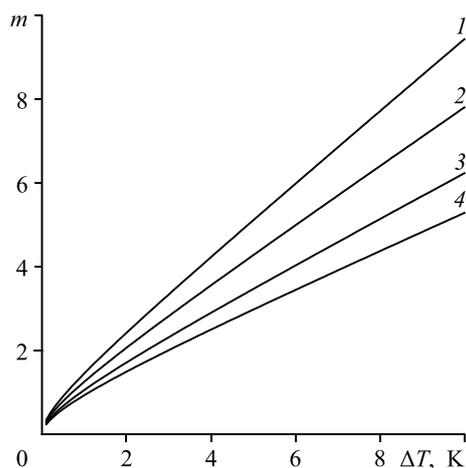


Рис. 3. Модуль роста в зависимости от перегрева при различных значениях  $T_s$  для смеси R32/R152a составом 30/70 %.  
 $T_s = 273$  (1), 283 (2), 293 (3), 303 (4) К  
 при значениях давления 0,457 (1), 0,632 (2), 0,852 (3), 1,13 (4) МПа.

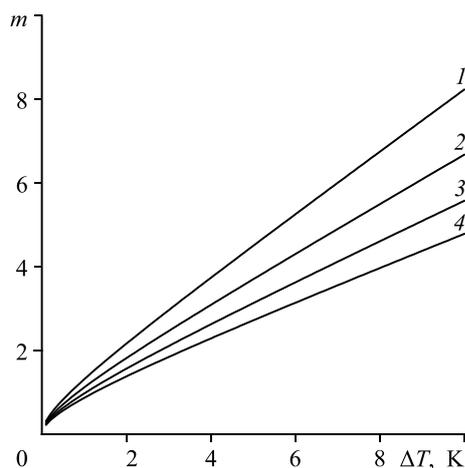
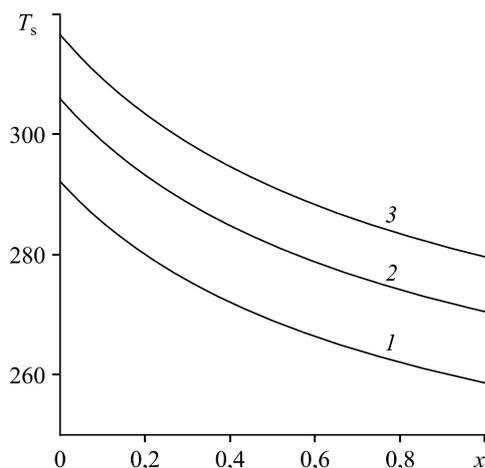


Рис. 4. Модуль роста в зависимости от перегрева при различных значениях  $T_s$  для смеси R32/R152a составом 50/50 %.  
 $T_s = 273$  (1), 283 (2), 293 (3), 303 (4) К  
 при значениях давления 0,571 (1), 0,784 (2), 1,05 (3), 1,38 (4) МПа.

Рис. 5. Температура пара  $T_s$  (К) смеси R32/R152a в зависимости от массовой доли R32 при различных значениях давления.  
 Давление: 0,5 (1), 0,75 (2), 1,0 (3) МПа.



Как видно из рисунков, с ростом давления  $p_\infty$  наклон кривых  $m(\Delta T)$  уменьшается, несмотря на увеличение температуры пара  $T_s$ . На рис. 5 показана температура пара  $T_s$  в зависимости от  $x$  для различных значений давления  $p_\infty$ . На интервале  $0 < x < 1$  температура пара убывает от  $T_2$  до  $T_1$  (см. рис. 2), т.е. примерно на 30 К. Из рисунка следует, что если в процессе роста пузырька массовая доля R32 на его границе уменьшится, например, от 0,5 до 0,4, то соответствующее увеличение температуры  $T_s$  составит 4–5 К. Это приведет к существенному замедлению роста пузырька при характерной величине перегрева 10 К.

### Список литературы

1. Мезенцева Н.Н. Эффективность работы парокompрессионных тепловых насосов на неазеотропных смешанных хладагентах // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 2. С. 335–342.
2. Miyatake O., Tanaka I., Lior N. A simple universal equation for bubble growth in pure liquids and binary solutions with a nonvolatile solute // Int. J. Heat Mass Transfer. 1997. Vol. 40, No. 7. P. 1577–1584.
3. Lee H.C., Kim J., Oh B.D., Kim M.H. Single bubble growth in saturated pool boiling of binary mixtures // Int. J. Multiph. Flow. 2004. Vol. 30, No. 6. P. 697–710.
4. Chernov A.A., Pil'nik A.A., Vladyko I.V., Lezhnin S.I. New semi-analytical solution of the problem of vapor bubble growth in superheated liquid // Sci. Reports. 2020. Vol. 10, Iss. 1. P. 16526-1–16526-8.
5. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. Механика двухфазных систем. М.: Изд-во МЭИ, 2000. 374 с.

6. **Авдеев А.А., Зудин Ю.Б.** Тепловая энергетическая схема роста парового пузыря (универсальное приближенное решение) // Теплофизика высоких температур. 2002. Т. 40, № 2. С. 292–299.
7. **Scriven L.E.** On the dynamics of phase growth // Chem. Eng. Sci. 1959. Vol. 10, No. 1/2. P. 1–13.
8. **Актершев С.П., Мезенцева Н.Н., Мезенцев И.В.** Численное моделирование роста парового пузырька в однородно перегретой жидкости (тепловая энергетическая схема) // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 1. С. 127–133.
9. **2009 ASHRAE handbook: Fundamentals, SI Edition, Atlanta.**

*Статья поступила в редакцию 15 декабря 2020 г.,  
после доработки — 6 марта 2021 г.,  
принята к публикации 23 марта 2021 г.*