

О ДИФФУЗИИ ИМПУЛЬСНЫХ СВЕРХСИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

В. В. Семченко, А. В. Степанов

(Москва)

Изучаются процессы, происходящие в металлах при диффузии импульсных сверхсильных магнитных полей. Получены решения для случая диффузии постоянного сверхсильного магнитного поля в полупространство с плоской границей и для случая диффузии аксиального сосредоточенного магнитного поля. Найдены предельные значения магнитных полей, которые можно получить в различных экспериментальных устройствах. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Существующие теории разогрева скин-слоя металлов основаны на том, что проводимость либо не зависит от температуры T [1], либо определяется [2] зависимостью

$$\sigma = \sigma_0 / (1 + \beta T),$$

где β — температурный коэффициент сопротивления, σ_0 — проводимость при $T=0$.

Однако выделение джоулева тепла при диффузии магнитного поля приводит в сверхсильных полях к испарению металла. Так как чистые металлы являются элементарными (одноатомными) веществами, то в испаренном состоянии они не диссоциируют и могут обладать проводимостью, отличной от нуля, только за счет ионизации. Но известно, что при импульсном испарении металла, разогретого до температуры кипения T_* , ионизации его паров препятствует их высокая плотность. О нулевой проводимости испаренного металла высокой плотности свидетельствует, например, наличие «паузы тока» [3] при электрическом взрыве проволок.

В связи с этим возникает необходимость исследования влияния падения проводимости до нуля при разогреве металла до температуры кипения и испарении его на процессы диффузии магнитного поля.

1. Диффузия постоянного сверхсильного магнитного поля в полупространство. Рассмотрим процесс диффузии магнитного поля $H(x, t)$ в полупространство $x > 0$ при $H(x, 0) = 0$ и $H(0, t) = H_0$, где H_0 — постоянное сверхсильное магнитное поле.

Пусть проводимость металла, заполняющего полупространство, удовлетворяет следующему условию:

$$\sigma = \text{const} \quad (Q < Q_*), \quad \sigma = 0 \quad (Q = Q_*) \quad (1.1)$$

Здесь $Q(x, t)$ — количество тепла, выделившееся в единицу объема в сечении x к моменту времени t , причем $Q(x, 0) = 0$ и Q_* — количество тепла, необходимое для нагревания единицы объема металла от начальной температуры до температуры его кипения и для его полного испарения. Таким образом, считаем, что при поглощении тепла Q_* происходит изменение физического состояния: из проводника металл превращается в диэлектрик.

Если магнитное поле достаточно велико, то поверхность, на которой проводимость падает до нуля (поверхность фазового перехода), проникает в глубь полупространства по закону $x = \xi(t)$. При этом на поверхности фазового перехода выполняется условие

$$Q(\xi, t) = Q_* \quad (1.2)$$

Теплопроводность расплавленных металлов при всех температурах вплоть до критической [4] подчиняется закону Видемана — Франца — Лоренца

$$\kappa = L\sigma T \quad (L = 2.44 \cdot 10^{-8} \text{ вт} \cdot \text{ом/град}^2 \text{ — константа Лоренца}) \quad (1.3)$$

В области полупространства, не претерпевшей фазового перехода, уравнение теплопроводности с учетом джоулева тепла имеет вид

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 \quad (1.4)$$

Для области, не разогретой до температуры кипения T_* , порядок величин, входящих в правую часть последнего уравнения, можно оценить, используя (1.3)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Bigg| \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 \sim \frac{L\sigma T^2}{H^2} \ll 1$$

при $\sigma < 5 \cdot 10^7 \text{ 1/ом} \cdot \text{м}$; $T \ll T_* = 2600^\circ \text{С}$, $H > 10^8 \text{ а/м}$ (1 Мэ)

Следовательно, в этой области при диффузии сильных магнитных полей эффект теплопроводности можно не учитывать. В области, где происходит испарение, температура остается постоянной до полного испарения металла, т.е. первый член правой части формулы (1.4) равен нулю, и теплопроводность так же отсутствует.

Таким образом, во всей области, не претерпевшей фазового перехода, теплопроводностью можно пренебречь, и уравнение (1.4) имеет вид

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 \quad (\xi < x < \infty) \quad (1.5)$$

При диффузии магнитного поля также можно пренебречь токами смещения вне проводников, поэтому

$$H(x, t) = H_0 \quad (0 \leq x \leq \xi) \quad (1.6)$$

Согласно предположению (1.1) в области полупространства, не претерпевшей фазового перехода, проводимость постоянна, и уравнение диффузии магнитного поля имеет вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \eta^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (\xi < x < \infty, \eta^2 = \frac{1}{\mu \varepsilon}) \quad (1.7)$$

Здесь η^2 — коэффициент диффузии магнитного поля, μ — магнитная проницаемость.

Таким образом, задача о диффузии постоянного сверхсильного магнитного поля H_0 в полупространство с проводимостью, удовлетворяющей (1.1), сводится к решению системы уравнений (1.5) и (1.7).

Ищем решение уравнения (1.5) в виде

$$H(x, t) = A + B \Phi \left(\frac{x}{2\eta \sqrt{t}} \right) \quad \left(\Phi(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-\tau^2} d\tau, A, B = \text{const} \right) \quad (1.8)$$

Из начального условия для напряженности магнитного поля и условия на границе фазового перехода (1.6) получаем

$$H_0 = A [1 - \Phi(\xi / 2\eta \sqrt{t})] \quad (1.9)$$

Так как последнее равенство справедливо при любых t , то

$$\xi / \sqrt{t} = \alpha = \text{const} \quad (1.10)$$

Уравнение (1.10) является законом движения границы фазового перехода. Из (1.9) и (1.10) получим

$$A = H_0 / [1 - \Phi(\alpha / 2\eta)] \quad (1.11)$$

Используя полученное решение (1.8) в (1.5), получаем после простых вычислений

$$Q(x, t) = \frac{\mu}{\pi} A^2 E_1 \left(\frac{x^2}{2\eta^2 t} \right) + \Phi(x) \quad \left(E_1(z) = \int_z^\infty e^{-\tau} \tau^{-1} d\tau \right) \quad (1.12)$$

где $\Phi(x)$ — произвольная функция. Из начального условия $\Phi(x) = 0$, а из (1.11), (1.12) и условия на границе фазового перехода имеем

$$Q_* = \frac{\mu}{\pi} H_0^2 \frac{E_1(\alpha^2 / 2\eta^2)}{[1 - \Phi(\alpha / 2\eta)]^2} \quad (1.13)$$

Используя асимптотические приближения функций $\Phi(z)$ [5] и $E_1(z)$ [6], при $z \rightarrow \infty$ получаем предельное значение магнитного поля $H_{\max}$

$$H_{\max} = (2Q_* / \mu)^{1/2} \quad (\alpha / 2\eta \rightarrow \infty) \quad (1.14)$$

Если величина поля H_0 достигает значения $H_{\max}$, скорость его диффузии бесконечна. Это означает, что сохранение полей, больших $H_{\max}$, неосуществимо в любых экспериментальных устройствах с плоскими границами.

2. Диффузия постоянного сверхсильного аксиального магнитного поля. Пусть в момент времени $t = 0$ сверхсильное магнитное поле H_0 сосредоточено на прямой $r = 0$, где r — цилиндрическая координата. Рассмотрим диффузию поля в пространство с проводимостью, удовлетворяющей условию (1.1). Будем считать также, что в процессе диффузии напряженность магнитного поля на прямой $r = 0$ поддерживается постоянной и равной H_0 при помощи какого-либо внешнего устройства.

Поскольку в этом случае имеют место такие же физические процессы, как и при диффузии в полупространство, то задача сводится к решению в цилиндрической си-

стеме координат системы уравнений

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\eta^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right), \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)^2 \quad (\xi < r < \infty) \quad (2.1)$$

Здесь $r = \xi(t)$ — закон движения границы фазового перехода.

Начальные условия

$$Q(r, 0) = 0, \quad H(r, 0) = 0 \quad (2.2)$$

Граничные условия

$$H(r, t) = H_0 \quad (0 \leq r \leq \xi), \quad Q(\xi, t) = Q_* \quad (2.3)$$

Решение первого уравнения (2.1) ищется в виде

$$H(r, t) = A + BE_1(r^2 / 4\eta^2 t) \quad (AB = \text{const}) \quad (2.4)$$

Из второго начального условия (2.2) следует, что $A = 0$, а из граничного условия (2.3)

$$H_0 = BE_1(\xi^2 / 4\eta^2 t) \quad (2.5)$$

и закон движения границы фазового перехода имеет тот же вид, что и в случае диффузии магнитного поля в полупространство

$$\xi / \sqrt{t} = \alpha = \text{const} \quad (2.6)$$

Из (2.5) и (2.6) получим

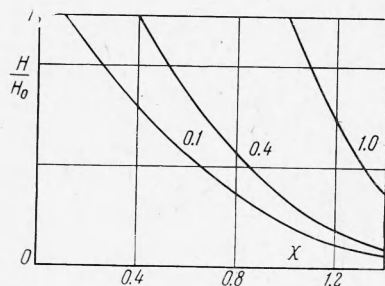
$$B = H_0 / E_1(\alpha^2 / 4\eta^2) \quad (2.7)$$

Решение второго уравнения (2.1) принимает при этом вид

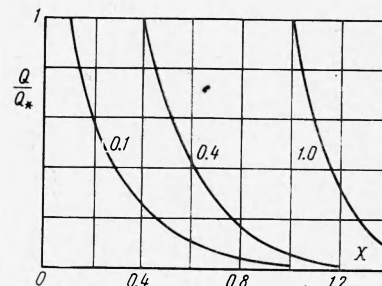
$$Q(r, t) = \frac{2\mu}{\pi} B^2 \frac{E_2(r^2 / 2\eta^2 t)}{r^2 / 2\eta^2 t} + \psi(r) \quad \left(E_2(z) = \int_1^\infty e^{-zu} u^{-2} du \right) \quad (2.8)$$

где $\psi(r)$ — произвольная функция.

Из начального условия для Q (2.2) видно, что $\psi(r) = 0$, а из (2.7), (2.8) и гранично-



Фиг. 1



Фиг. 2

го условия (2.3) получаем уравнение для определения закона движения границы фазового перехода

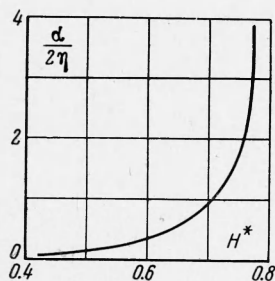
$$Q_* = \frac{2\mu}{\pi} H_0^2 \frac{E_2(\alpha^2 / 2\eta^2)}{[E_1(\alpha^2 / 4\eta^2)]^2 \alpha^2 / 2\eta^2} \quad (2.9)$$

Используя асимптотические приближения функций $E_1(z)$ и $E_2(z)$ [6], получаем предельные значения магнитного поля

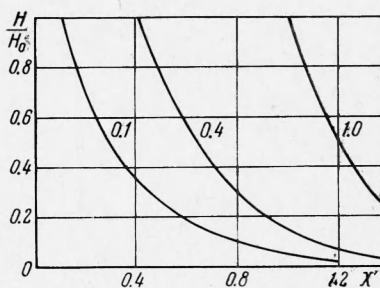
$$H_{\max} = (2\pi Q_* / \mu)^{1/2} \quad (\alpha \rightarrow \infty) \quad (2.10)$$

Формулы (2.4) и (2.8) можно использовать для решения задачи о диффузии сверхсильного поля из отверстия конечного радиуса R . Для этого нужно при $r = R$ в начальный момент времени t_0 задавать такое распределение магнитного поля и выделенного тепла, которое дают формулы (2.4) и (2.8) при учете (2.3) и (2.9) и при условии $H(R, t_0) = H_0$. Для предельных значений $H_{\max}$ введение нового начального условия, очевидно, окажется несущественным и оценка (2.10) останется справедливой.

3. Сравнение с экспериментальными данными. На графиках фиг. 1 и фиг. 2 представлены распределения магнитного поля и выделенного количества тепла по глубине для различных скоростей $X = \frac{1}{2}x / \eta \sqrt{t}$ движения границы фазового перехода в случае диффузии магнитного поля в полупространство. Кривые соответствуют значениям $\frac{1}{2}\alpha / \eta = 0.1, 0.4, 1.0$, которые указаны на фигурах. Из приведенных графиков видно, что с увеличением α наклон кривых распределения увеличивается. Поэтому можно считать, что при достаточно большой величине α магнитное поле диффундирует в металл со скоростью движения границы фазового перехода, почти не проникая за нее.



Фиг. 3



Фиг. 4

На графике фиг. 3 представлена зависимость скорости распространения магнитного поля от величины напряженности $H^* = H_0 / \sqrt{\pi Q_* / \mu}$. Из этого графика видно, что при приближении к предельному значению напряженности магнитного поля $H_{\max}$, определенному по (1.14), скорость распространения магнитного поля в глубь металла резко возрастает. Это означает, что при увеличении мощности источника магнитного поля, утечка магнитного поля возрастает еще быстрее и значение $H_{\max}$ не достигается.

Оценим предельное значение магнитного поля, которое может быть получено в устройствах с плоскими металлическими границами. Очевидно

$$Q_* \sim s(T_* - T_0) + \lambda + q \quad (3.1)$$

Здесь s — теплоемкость, q — теплота плавления, λ — скрытая теплота испарения единицы объема металла и T_0 — начальная температура.

Для меди $s \sim 6 \text{ ккал/моль} \cdot \text{град}$, $\lambda \sim 73 \text{ ккал/моль}$ и при $T_* \sim 2600^\circ \text{C}$ из (3.1) и (1.14) имеем $H_{\max} \sim 2.9 \cdot 10^8 \text{ а/м}$ (3.6 Мэ). Заметим, что на значения Q_* и $H_{\max}$ могут повлиять давления паров на границе фазового перехода.

Магнитное давление P_n в области, претерпевшей фазовый переход равно нулю, так как оно является следствием пондеромоторных сил

$$P_n(x, t) = \mu \int_0^x H(x, t) \frac{\partial H}{\partial x} dx$$

В экспериментальных работах [7-10] в полосовых и коаксиальных МК-генераторах получены магнитные поля, достигающие величины 1.6 Мэ , независимо ни от линейных размеров, ни от величин начальных магнитных полей и токов, ни от скорости обжата контура. В работе [11] сообщается о получении магнитного поля напряженностью 2.6 Мэ .

На графиках фиг. 4 и фиг. 5 представлены распределения магнитного поля и выделенного количества тепла по глубине при различных значениях скорости движения границы фазового перехода в случае диффузии сосредоточенного аксиального постоянного сверхсильного магнитного поля. Из графиков видно, что кривые распределения имеют больший наклон, чем в случае диффузии поля в полупространство.

На графике фиг. 6 приведена зависимость скорости движения границы фазового перехода от величины магнитного поля. Используя (3.1) и (2.10) для предельного значения напряженности магнитного поля, в случае медных оболочек получаем

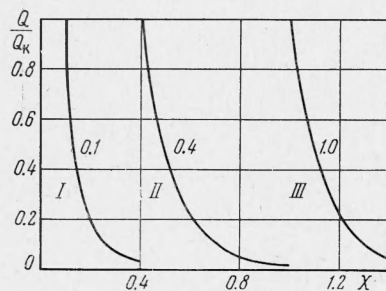
$$H_{\max} \sim 5.1 \cdot 10^8 \text{ а/м} \quad (6.4 \text{ Мэ})$$

В экспериментах, использующих разряд батарей конденсаторов на одновитковый соленоид из меди, бронзы, закаленной стали, удалось получить магнитные поля нап-

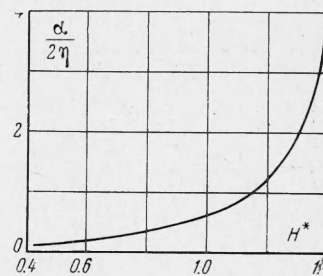
ряженностью до 1.6 Мэ [12]. Однако в этом случае соленоид снабжался плоским радиальным разрезом через который подводилось магнитное поле. По оценке (2.10) магнитное поле в разрезе, а следовательно, и в соленоиде не может превышать 3 Мэ , что близко к наблюдаемой в экспериментах величине.

Совпадение же предельных значений напряженности магнитного поля в соленоидах из различных материалов, начальные проводимости которых отличаются по меньшей мере в десять раз, объясняется тем что по полученным оценкам (1.14) и (2.10) предельное магнитное поле зависит не от проводимости, а от теплоты испарения Q_v , которая для использованных материалов примерно одинакова. В осесимметричных МК-генераторах довольно легко получают магнитные поля напряженностью $4\text{--}5 \text{ Мэ}$ [9,13-15], что близко к полученной из (2.10) оценке.

Магнитные поля напряженностью $14\text{--}25 \text{ Мэ}$ удалось получить лишь в отдельных экспериментах [7,8,16].



Фиг. 5



Фиг. 6

В отличие от рассмотренных выше систем, в осесимметрических МК-генераторах в области, претерпевшей фазовый переход и на границе фазового перехода могут возникать высокие давления за счет обжатия оболочки. Произведем оценку давлений P , возникающих в идеальной несжимаемой оболочке, плотностью ρ . Наибольший интерес представляют давления в области, претерпевшей фазовый переход, и на ее границах, где отсутствуют объемные пондеромоторные силы. В этой области гидродинамические уравнения для несжимаемой жидкости имеют вид

$$\frac{\partial r v}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (3.2)$$

где r — цилиндрическая координата.

Экспериментально установлено [9,16] что почти до полной остановки внутренняя граница оболочки движется с постоянной скоростью v_b . Тогда $r_b = r_0 - v_b t$, где r_0 и r_b — радиусы внутренней границы оболочки в начальный и текущий моменты времени, соответственно. Внутренняя граница оболочки свободна, поэтому $P(r_b, t) = 0$.

Решение системы уравнений (3.2) при этих условиях имеет вид

$$P = \rho v_b^2 [\ln r / r_b + 1/2 (1 - r_b^2 / r^2)]$$

Для меди $\rho = 8.9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, и при $v_b = 3000 \text{ м/сек}$ и $r_b / r \sim 0.5$ получаем из последней формулы $P = 800 \text{ кбар}$, что значительно превышает критические давления.

Из этого следует, что в осесимметричных МК-генераторах, достигнув глубины, на которой давление равно критическому, граница фазового перехода останавливается и если давления продолжают расти, то начинается ее движение в противоположную сторону.

На основании этого можно предполагать, что с увеличением начальной напряженности магнитного поля глубина его диффузии увеличивается, но одновременно растет и давление в области границы фазового перехода, и конечное магнитное поле может превысить оценку (2.10).

Результаты экспериментальных работ подтверждают это. Для примерно одинаковых геометрических и энергетических условий при начальных значениях магнитного поля, равных 25, 33 и 90 кэ, получены H_{max} , соответственно равные $2 \div 3 \text{ Мэ}$ [16]; 3.7 Мэ [15] и 14.3 Мэ [16].

В работах [7,8] сообщается о получении $H_{\text{max}} \sim 25 \text{ Мэ}$ при $v_b \sim 10 \div 20 \text{ км/сек}$. Начальное магнитное поле создавалось в этом случае при помощи соленоидального МК-генератора и, по-видимому, превосходило 90 кэ.

Поступила 20 VIII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Furth H. P. Pulsed magnets. In: High Magnet. Fields. New York-London, Cambridge, Mass. Technol. Press, 1962.
2. Levin J. D., Smith P. F. Production of very high magnetic fields by flux compression. Rev. Scient Instrum., 1964, vol. 35, No. 5. (Рус. перев.: Левин и Смит. Получение очень больших магнитных полей путем сжатия потока. Приборы для научн. исслед., 1964, № 5).
3. Кварцхава И. Ф., Плюто А. А., Чернов А. А., Бондаренко В. В. Электрический взрыв металлических проволок. ЖЭТФ, 1956, т. 30, вып. 1.
4. Grosse A. V. Electrical and thermal conductivities of metals over their entire liquid range. Rev. Hautes Temper. et Refract., 1966, vol. 3.
5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966.
6. Пагурова В. И. Таблицы интегро-экспоненциальной функции. М., ВЦ АН СССР, 1959.
7. Сахаров А. Д., Людаев Р. З., Смирнов Е. Н., Плющев Ю. П., Павловский А. И., Чернышов В. К., Феоктистова Е. А., Жаринов Е. И., Зысин Ю. А. Магнитная кумуляция. Докл. АН СССР, 1965, т. 165, № 1.
8. Сахаров А. Д. Взрывомагнитные генераторы. Усп. физич. наук. 1966, т. 88, вып. 4.
9. Herlach F., Knoopfel H. Megagauss fields generated in explosive-driven flux compression devices. Rev. Scient Instrum., 1965, vol. 36, No. 8. (Рус. перев.: Герлах, Кнопфель. Создание магнитных полей порядка мегагаусс путем сжатия потока в устройствах с зарядами В. В. Приборы для научн. исслед., 1965, № 8).
10. Биценков Е. И. Взрывные генераторы. Докл. АН СССР, 1967, т. 174, № 4.
11. Gruppo Mafin. Notiz. Comitato Nazionale Energia Nucleare. I Laboratori Gas Ionizzati. Estratto, 1966, No. 11.
12. Furth H. P., Levine M. A., Waniek R. W. Production and use of high transient magnetic fields. II. Rev. Scient Instrum., 1957, vol. 28, No. 11.
13. Caird R. S., Garn W. B., Thomson D. B., Fowler C. M. An explosive-driven high-field system for physics Applications. J. Appl. Phys. 1964, vol. 35, No. 1, pt. 2.
14. Fowler C. M., Caird R. S., Garn W. B., Thomson D. B. Flux concentration by implosion In: High Magnet. Fields. New York — London, Cambridge, Mass., Technol. Press, 1962.
15. Garn W. B., Caird R. S., Thomson D. B., Fowler C. M. Technique for measuring megagauss magnetic fields using Zeeman effect. Rev. Scient Instrum. 1966, vol. 37, No. 6. (Рус. перев.: Гари, Кэрд, Томсон, Фаулер. Измерение магнитных полей порядка мегагаусс с помощью эффекта Зеемана. Приборы для научн. исслед., 1966, № 6.).
16. Fowler C. M., Garn W. B., Caird R. S. Production of very high magnetic fields by implosion. J. Appl. Phys., 1960, vol. 31, No. 3.

**МЕТОД РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ ДВУМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ
ПЛАЗМЫ В МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ КАНАЛЕ
КОАКСИАЛЬНОГО ТИПА**

И. В. Высоцкая, А. В. Гришин, В. В. Додотченко

(Ленинград)

В данной работе предлагается метод расчета газодинамических и электрических параметров двумерного течения проводящего газа в коаксиальном канале МГД-генератора со сплошными электродами при учете влияния поперечной неоднородности магнитного поля, переменной проводимости плазмы и зависимости параметра Холла от величины магнитного поля и давления. Приводятся некоторые результаты расчетов.

Характерной особенностью коаксиального МГД-генератора (фиг. 1) является существенная неоднородность магнитного поля по сечению канала, поэтому задачу по определению газодинамических и электрических параметров течения в канале генератора следует решать в двумерной постановке.

Действительно, осевой поток, проходя через магнитное поле B_z при наличии эффекта Холла приобретает смещение по радиусу, так как сила Лоренца имеет в этом случае две составляющие. Аналогичная картина наблюдается в неоднородном магнитном поле даже без учета эффекта Холла [1,2].