

# МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ НЕМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

М. А. Гулевич, В. В. Пай, И. В. Яковлев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, pai@hydro.nsc.ru.

Разработан бесконтактный метод определения электрической проводимости немагнитных металлов и сплавов при ударно-волновом нагружении. Метод основан на регистрации скорости затухания вихревых токов в фольге из исследуемого материала. Экспериментально определена проводимость алюминия при давлениях до 14 ГПа.

Ключевые слова: ударная волна, взрывное нагружение, электрическая проводимость, магнитное поле.

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение зависимости электрической проводимости металлов и сплавов от давления в условиях ударно-волнового нагружения является частью обширных исследований в области физики высоких давлений. Данные таких исследований позволили, в частности, обосновать метод измерения высоких давлений с помощью пьезорезистивных элементов, в том числе из манганина [1], а также определить давление превращения при множественных полиморфных переходах [2]. Особенно трудно при использовании традиционных схем контактного измерения определить проводимость металлов с низким удельным сопротивлением, таких как алюминий, медь и т. д. Это связано с тем, что при проведении измерений все запитывающие и измерительные цепи выполняются проводниками, электросопротивление которых сопоставимо с сопротивлением исследуемого образца. В процессе ударно-волнового нагружения все элементы измерительной системы, включая исследуемый образец, подвергаются неконтролируемой деформации, что может приводить к значительным погрешностям измерений.

## ТЕОРИЯ МЕТОДА

В данной работе предлагается бесконтактный метод экспериментального определения электрической проводимости немагнитных металлов и сплавов в условиях динамического нагружения, в значительной степени свободный

от недостатков, присущих традиционным способам измерений. В основе метода лежит известное решение Дж. К. Максвелла [3] задачи о затухании вихревых токов в бесконечно тонких плоских пластинах. Для понимания сути метода обратимся к схеме, изображенной на рис. 1, а. Имеется плоский лист проводящей фольги толщиной  $\delta_0$ , неограниченных поперечных размеров, из материала с электрической проводимостью  $\sigma_0$ . Магнитное поле создается током  $I_0$ , протекающим в кольцевом источнике (витке), находящемся на расстоянии от листа, много большем  $\delta_0$ . Пусть в момент времени  $\tau > 0$  ток источника уменьшается на величину  $\Delta I$ . Найдем векторный потенциал магнитного поля при  $t > \tau$ .

В естественной для данной задачи цилиндрической системе координат  $r, z, \varphi$  векторный потенциал магнитного поля  $\mathbf{A}$  (калибровка:  $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$ ), ввиду симметрии, имеет только одну составляющую  $\mathbf{A} = e_\varphi A$ , где  $e_\varphi$  — единичный аксиальный вектор. Векторный потенциал является суперпозицией потенциалов источника и вихревых токов в фольге, индуцированных полем источника:  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0(r, z, t) + \mathbf{A}_f(r, z, t)$ , где  $\mathbf{A}_0(r, z, t) = e_\varphi A_0(r, z, t)$  и  $\mathbf{A}_f(r, z, t) = e_\varphi A_f(r, z, t)$  — потенциалы источника и токов в фольге соответственно. Тогда, используя уравнения Максвелла, получаем соотношение для векторного потенциала на поверхности фольги при  $t > \tau$ , аналогичное [4]:

$$\frac{2}{\mu_0 \sigma_0 \delta_0} \frac{\partial A_f}{\partial z} + \frac{\partial (A_0 + A_f)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная. Если начальное поле под фольгой дается векторным потенциалом  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0(r, z, 0)$ , то при  $t > \tau$  ток в витке

Работа выполнена при частичной поддержке фонда Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (№ НШ-1886.2008.1).

ке равен  $I_0 - \Delta I$ , а создаваемое им и токами в фольге поле, удовлетворяющее граничным и начальным условиям, описывается выражением

$$A = A_0(r, z, 0)(I_0 - \Delta I)/I_0 + \\ + A_0(r, z - v_0(t - \tau), 0)\Delta I/I_0,$$

где  $v_0 = 2/(\mu_0\sigma_0\delta_0)$  — скорость изображения источника до нагружения фольги.

Этому решению соответствует суперпозиция магнитных полей, создаваемых неподвижным витком с текущим значением тока  $I_0 - \Delta I$  и источником в виде изображения витка с током  $\Delta I$ , удаляющимся от фольги со скоростью  $v_0$ . Теперь рассмотрим случай, когда ток источника с момента  $t = 0$  уменьшается до нуля за время  $\tau_0$  так, что  $I(t) \equiv 0$  при  $t \geq \tau_0$ . Представляя изменения тока как последовательность бесконечно малых скачков тока, получаем выражение для векторного потенциала

$$A(r, z, t) = A_0(r, z, 0)\frac{I(t)}{I_0} - \\ - \frac{1}{I_0} \int_0^t \frac{dI(\tau)}{d\tau} A_0(r, z - v_0(t - \tau), 0) d\tau. \quad (2)$$

Индукционным датчиком, расположенным снизу фольги на расстоянии  $h_0$  от источника, учитывая, что  $dM(h(t))/dt = (dM(h)/dh)dh/dt = M'(h)v_0$ , можно измерить ЭДС индукции, вызванную этим изменением тока, в произвольный момент времени  $d\varepsilon = -M'(h)v_0 dI$ . Здесь  $h(t) = h_0 + v_0 t$  — расстояние от изображения до датчика в момент времени  $t$ , а  $M(h)$  — коэффициент взаимоиנדукции изображения и датчика, который (как и его производные  $M'(h)$ ,  $M''(h)$ ) легко вычисляется на основании известных методов расчета этого коэффициента для двух соосных круговых витков [5]. При изменении тока в источнике от него будут отделяться очередные изображения витка, двигающиеся с одной и той же скоростью  $v_0$  вдоль оси  $z$ . Можно получить выражение для ЭДС в произвольный момент времени, суммируя изменения магнитного потока через датчик, создаваемые удаляющимися от фольги изображениями изменяющегося со временем тока в витке:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \frac{dI(\tau)}{d\tau} M'(h_0 + v_0(t - \tau)) v_0 d\tau. \quad (3)$$

Заметим, что уравнение (3) позволяет определить зависимость  $I(t)$  по измеренной зависимости  $\varepsilon(t)$ , причем такая обратная задача является корректной. Действительно, преобразуя (3) путем взятия интеграла по частям, получим

$$\varepsilon(t) = I(t)M'(h_0)v_0 - I(0)M'(h_0 + v_0 t)v_0 + \\ + \int_0^t I(\tau)M''(h_0 + v_0(t - \tau))v_0^2 d\tau$$

— уравнение Вольтерры 2-го рода для  $I(t)$ .

Из уравнения (3) следует, что ЭДС индукции зависит от проводимости материала фольги. На этом выводе и основан предлагаемый метод определения проводимости материала фольги при динамическом нагружении. Пусть фольгу окружает инертная среда, по которой сверху (рис. 1) распространяется плоская ударная волна, фронт которой параллелен поверхности фольги. При прохождении ударной волны через фольгу последняя приобретает скорость  $u$ , равную массовой скорости среды, и подвергается действию давления, вследствие чего меняется электрическая проводимость материала фольги. Если ударная волна выходит на фольгу в момент  $t_0 \geq \tau_0$ , то магнитное поле создается только вихревыми то-

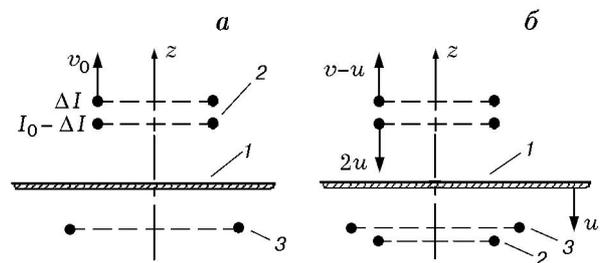


Рис. 1. Схема движения изображения источника магнитного поля:

1 — фольга из исследуемого материала, 2 — источник магнитного поля, 3 — индукционный датчик; а — магнит сверху, изображение источника с током  $\Delta I$  движется со скоростью  $v_0$ ; б — магнит снизу, фольга движется со скоростью  $u$ , первое изображение источника движется со скоростью  $2u$  к датчику, второе изображение — со скоростью  $v - u$  от датчика

ками в фольге. Это поле эквивалентно создаваемому последовательностью изображений источника, движущихся с одинаковой скоростью  $v_0$  от фольги. Сразу после выхода ударной волны на фольгу скорость изображений относительно фольги изменяется скачком и становится равной  $v = 2/(\mu_0\sigma\delta)$ , где  $\sigma = \sigma(p, T)$  и  $\delta = \delta(p, T)$  — электрическая проводимость и толщина,  $p, T$  — давление и температура фольги в условиях ударного сжатия. При этом скорость движения изображений относительно неподвижного датчика будет  $v - u$ . Тогда ЭДС индукции в датчике в момент выхода ударной волны на фольгу также должна измениться скачком так, что отношение ее значений до и после начала движения фольги будет равно отношению скоростей движения изображений относительно датчика в соответствующие моменты времени:

$$\varepsilon(t_0 - 0)/\varepsilon(t_0 + 0) = v_0/(v - u). \quad (4)$$

Для того чтобы из формулы (4) определить зависимость проводимости от давления, достаточно измерить отношения  $\varepsilon(t_0 - 0)/\varepsilon(t_0 + 0)$ , а также массовую скорость  $u$  при разных давлениях нагружения.

Измерение массовой скорости можно провести по схеме, изображенной на рис. 1, б, отличающейся от схемы рис. 1, а тем, что источник магнитного поля располагается под фольгой на расстоянии  $h_1$  от нее. Фольга, как и в первом случае, под действием ударной волны приобретает скорость  $u$ . Изменение магнитного поля под фольгой описывается следующим решением. С началом движения в фольге возникают вихревые токи, поле которых эквивалентно создаваемому двумя разнополярными изображениями источника, расположенными в начальный момент зеркально-симметрично к источнику относительно фольги. При этом одно из изображений имеет ток  $I_1 = -I_0u/(u + v)$  и движется вдоль оси  $z$  со скоростью  $2u$  к датчику, а второе с током  $I_2 = I_0u/(u + v)$  движется в противоположном направлении со скоростью  $v - u$ .

В системе отсчета, связанной с фольгой, источник движется к ней со скоростью  $u$ , его векторный потенциал  $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_0(r, z - ut, 0)$ . Первое изображение движется вдоль оси  $z$  со скоростью  $-u$ , его потенциал  $\mathbf{A}_1 = -\mathbf{A}_0(r, z - 2h_1 + ut, 0)u/(u + v)$ . Второе изображение имеет скорость  $v$  и потенциал  $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_0(r, z - 2h_1 - vt, 0)u/(u + v)$ .

В момент начала движения фольги координаты обоих изображений совпадают, что обеспечивает непрерывность векторного потенциала во времени. Рассмотренное решение удовлетворяет соотношению (1) на поверхности фольги (при  $z = 0$ ), что легко проверяется прямой подстановкой в него векторных потенциалов источника и обоих изображений. При этом ЭДС индукции в датчике является суммой ЭДС обоих изображений и в начальный момент движения фольги пропорциональна  $u$ , равна  $\varepsilon = 2I_0uM'(2h_1)u/(u + v) + I_0uM'(2h_1)(v - u)/(u + v) = I_0uM'(2h_1)$  и не зависит от  $v$ .

Для определения электрической проводимости фольги можно провести два отдельных эксперимента, соответствующих рис. 1, а и рис. 1, б, и путем решения системы двух уравнений найти скорость изображений  $v$ . Однако при этом возникают технические трудности, так как необходимо создать в точности одинаковые условия нагружения, чтобы в обоих экспериментах были равны давления в ударной волне, скорости движения фольги  $u$  и, соответственно, изменения электрической проводимости фольги. Этих трудностей можно избежать, если в одном эксперименте расположить источник магнитного поля и сверху, и снизу фольги. При этом расположение источников должно быть таким, чтобы удовлетворялось условие

$$\varepsilon(t_0 - 0) = -I_0M'(2h_1)v_0, \quad (5)$$

что достигается выбором начальных расстояний от источников, а также от индукционного датчика до фольги. Тогда ЭДС индукции, наводимая в датчике обоими источниками вместе, до и после начала движения фольги, будет удовлетворять соотношению

$$\varepsilon(t_0 - 0)/\varepsilon(t_0 + 0) = v_0/v,$$

не включающему массовую скорость  $u$ . Из этого соотношения определяется  $v = 2/(\mu_0\sigma\delta)$ , откуда можно выразить электрическую проводимость фольги  $\sigma$  с учетом изменения толщины фольги  $\delta$  при ее нагружении.

По сути, при таком расположении источников реализуется дифференциальная схема измерений, позволяющая вычестить из сигнала индукционного датчика часть, связанную с движением фольги. Очевидно, что после такого вычитания регистрируемый сигнал содержит сведения лишь о процессе затухания токов

в фольге, а следовательно, о ее электрической проводимости.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В реальном эксперименте (рис. 2) вместо токовых источников исходного магнитного поля использовались постоянные неодимсодержащие магниты диаметром 3 мм и толщиной 1 мм. Магниты обладали большой намагниченностью  $B \approx 1$  Тл (при этом каждый из магнитов представлен током  $I_0$ , текущим по образующей цилиндра, имеющего размеры магнита). Верхний магнит размагничивался под действием проходящей через него ударной волны, формируемой составным зарядом, в результате чего в металлической фольге, размещенной в инертном материале (фторопласт ФТ-4), индуцировались вихревые токи, создающие изображение магнита. Конструкция заряда взрывчатого вещества, имеющего диаметр 80 мм, обеспечивала разновременность выхода ударной волны на поверхность фольги не более 0.2 мкс, диаметр круга из фольги был равен диаметру заряда. Расстояние от обоих магнитов 3 и 4 до фольги варьировалось в диапазоне  $4 \div 8$  мм так, чтобы выполнялось условие (5), магниты располагались соосно с индукционным датчиком и зарядом ВВ. Как показано в работе [6], вихревые токи, индуцированные в фольге, в основном сосредоточены в центральной области, размер которой сопоставим

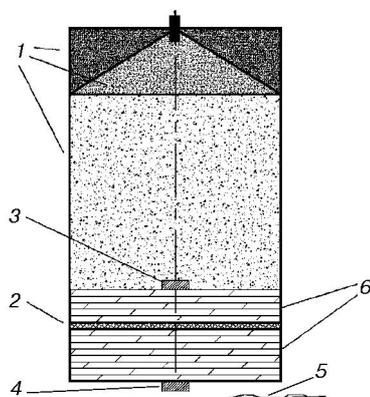


Рис. 2. Схема экспериментальной сборки:

1 — составной заряд, 2 — фольга из исследуемого материала, 3 — верхний магнит, 4 — нижний магнит, 5 — индукционный датчик, 6 — фторопласт ФТ-4

с расстоянием от источника магнитного поля до фольги. Поэтому учет краевых эффектов, связанных с ограниченностью размеров фольги, при указанных расстояниях от нее до магнитов приводит к поправкам менее 1 % в вычислениях по уравнениям (3) и (5). ЭДС измерялась индукционным датчиком, представляющим собой двух- или четырехвитковую катушку диаметром 20 мм. Сигнал с датчика через согласованный кабель поступал на вход осциллографа LeCroy WaveJet 324.

На рис. 3 приведены типичные осциллограммы, полученные в экспериментах, выполненных по схемам, изображенным на рис. 1. В результате этих опытов были определены массовые скорости  $u$  для каждого типа взрывчатого вещества, использовавшегося в данных экспериментах.

Погрешность получаемых результатов главным образом зависит от точности определения входящих в формулы исходных параметров. Поэтому геометрические параметры (начальные расстояния, размеры элементов

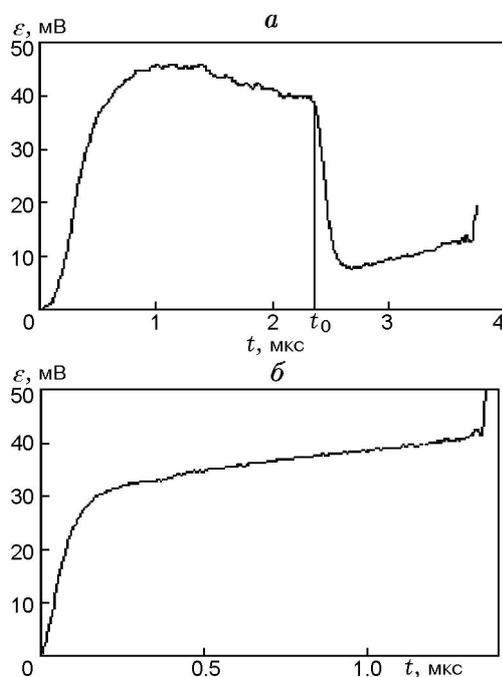


Рис. 3. Сигнал индукционного датчика, возникающий в процессе размагничивания магнита и последующего движения фольги (а, магнит сверху) и в процессе движения фольги (б, магнит снизу):

а:  $t_0$  — момент выхода ударной волны на фольгу, б:  $t_0 = 0$

сборки) измерялись с точностью не хуже 0.2 %, а магнитный момент магнитов определялся следующим образом. Магнит, помещенный во фторопластовую капсулу, выстреливался со скоростью 100 ÷ 120 м/с из пневматического ружья вдоль оси двух одинаковых, соосно расположенных катушек, имеющих те же размеры, что и используемые в опытах по измерению проводимости. Капсула с находящимся в ней магнитом улавливалась в контейнере, заполненном ватой. По измеренному сигналу путем его интегрирования по времени из соотношения

$$\varepsilon(t) = I_0 M'(h) \frac{dh}{dt}, \quad I_0 = \int_{-\infty}^{t_*} \frac{\varepsilon(t)}{M(h(t_*))} dt,$$

вычислялся магнитный момент каждого из магнитов. Здесь  $h(t)$  — расстояние между центрами магнита и измерительной катушки,  $t_*$  — момент времени, когда магнит проходит через центр катушки,  $M(h)$  — коэффициент взаимной индукции катушки и цилиндра с током, создающим поле, эквивалентное полю магнита. Разброс данных при многократных повторениях калибровочных опытов с каждым из тестируемых магнитов не превышал 0.5 %. После калибровки магниты использовались в рабочих экспериментах. Оказалось, что в диапазоне изменения  $h(t)$  таком же, какой реализуется в экспериментах по измерению проводимости, зависимость  $\varepsilon(h(t))$  аппроксимируется экспонентой с точностью не хуже 0.5 %. Следовательно, с той же точностью для любых  $h_0, h$ , лежащих в этом диапазоне, справедливо выражение

$$M'(h) = M'(h_0) \exp(-\alpha(h - h_0)), \quad (6)$$

где коэффициент  $\alpha = 0.1325 \pm 0.0007$  мм определялся путем сопоставления расчета с калибровочными экспериментами. Это обстоятельство сильно упрощает решение уравнения (3). Подстановка формулы (6) в уравнение (3) позволяет после интегрирования сразу получить выражение для  $I(t)$  в процессе размагничивания верхнего магнита:

$$I_0 - I(t) = - \left( \varepsilon(t) + \alpha \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau \right) / (M'(h_0) v_0). \quad (7)$$

При обработке участков осциллограмм, соответствующих  $t \leq t_0$  (рис. 3,а), по уравнению (7) вычислялась разность  $I_0 - I(t_0)$ , характеризующая остаточную намагниченность магнита, где значение  $I_0$  брали из калибровочных опытов. Это позволило установить факт полного размагничивания магнита к моменту  $t_0$  выхода на фольгу ударного фронта и выбрать расположение магнитов (см. рис. 2) так, чтобы выполнялось условие (5).

С помощью вышеописанной методики была проведена серия экспериментов по определению зависимости электрической проводимости алюминиевой фольги толщиной 50 мкм в диапазоне давлений до 14 ГПа. В качестве основного заряда взрывчатого вещества использовались гексоген, аммонит 6ЖВ, смеси аммонита 6ЖВ с гексогеном, с содой и т. д., что позволило варьировать в опытах давление. На рис. 4,а показана осциллограмма, полученная в эксперименте с расположением магнитов сверху и снизу алюминиевой фольги. На данном рисунке момент времени  $t = 0$  соответствует моменту выхода детонационной волны на верхний магнит,  $t_0 = 1.15$  мкс — момент выхода ударной волны на фольгу,  $t_1 = 1.25$  мкс — момент, когда фольга начинает двигаться с массовой скоростью среды.

Отношение  $v/v_0$  определялось по скачку напряжения в интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  (см. рис. 4,а). В работах, выполненных контактным методом измерения, обычно приводятся данные об отношении  $R/R_0$  сопротивления тонкой ленты из исследуемого материала в условиях импульсного нагружения к исходному сопротивлению. Легко видеть, что в предположении неизменности длины  $l$  и ширины ленты  $a$

$$R/R_0 = (\rho l/a\delta)/(\rho_0 l/a\delta_0) = \sigma_0 \delta_0/\sigma \delta = v/v_0,$$

где  $\rho_0 = 1/\sigma_0$  и  $\rho = 1/\sigma$  — удельное сопротивление материала ленты до и во время нагружения. На рис. 4,б изображены экспериментальные значения отношения  $v/v_0$  с указанием погрешности определения, которая составляет  $\pm 5$  %. Здесь же приведена интерполяционная зависимость, а также данные работы [7], полученные контактным методом измерения. Заметим, что изменение характера зависимости сопротивления от давления при 10 ГПа, обнаруженное в работе [7], в наших опытах не наблюдалось. Это еще раз указывает на то, что с повышением давления влияние неконтролиру-

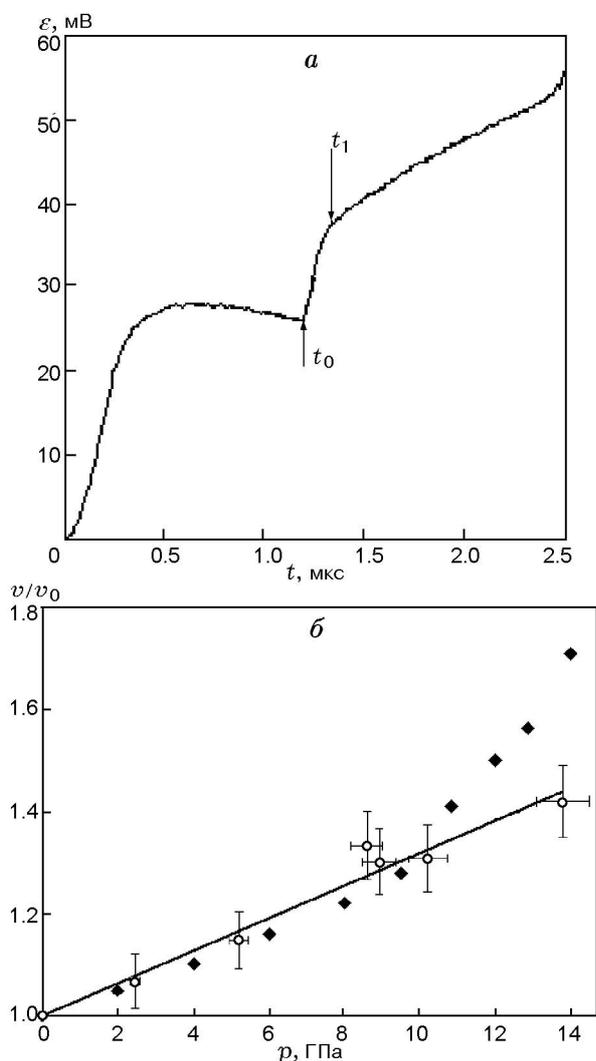


Рис. 4. Сигнал индукционного датчика, возникающий в процессе размагничивания магнита и последующего движения фольги (магниты сверху и снизу):

*a*:  $t_0 = 0$  — момент выхода ударной волны на верхний магнит,  $t_0$  — момент выхода ударной волны на фольгу,  $t_1$  — момент, когда фольга приобретает скорость  $u$ ; *б*: кружки — данные эксперимента, линия — аппроксимация экспериментальных данных, ромбы — данные работы [7]

емой деформации как чувствительного элемента, так и элементов измерительной системы в контактных измерениях существенно искажает достоверность результатов экспериментов.

Для определения проводимости по ударной адиабате алюминия [8] рассчитывалось изменение толщины фольги в момент нагружения, а по модели Ми — Грюнайзена [9] вычислялось изменение ее температуры. На са-

мом деле, давление в фольге становится равным давлению в окружающей среде после ряда ревербераций, но мы считали, что в указанном диапазоне давлений расчеты температуры и сжимаемости алюминия можно вести по ударной адиабате ввиду ее близости к изоэнтропе. В результате расчетов определялось отношение  $\sigma(p, T)/\sigma(0, T)$ , где  $\sigma(0, T)$  — проводимость алюминия при нормальном давлении и температуре ударного сжатия. В линейном приближении зависимость проводимости от давления в диапазоне до 14 ГПа при импульсном нагружении может быть представлена в виде

$$\sigma(p, T)/\sigma(0, T) = 1 + (0.013 \pm 0.005)p,$$

где давление — в ГПа.

## ВЫВОДЫ

Теоретически обоснован бесконтактный электромагнитный метод измерения электрической проводимости немагнитных металлов и сплавов при динамическом нагружении. Этим методом экспериментально определена зависимость проводимости алюминия от давления в диапазоне до 14 ГПа. Показано, что постановка экспериментов, исключая влияние неконтролируемой деформации элементов измерительной схемы, позволяет получать достоверные результаты с высокой точностью.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дремин А. Н., Канель Г. И. Зависимость электросопротивления марганца МНМц 3-12 и константана МНМц 40-1,5 от давления при ударном сжатии // Физика горения и взрыва. — 1972. — Т. 8, № 1. — С. 147–149.
2. Постнов В. И., Наботов С. С., Щербань А. А., Якушев В. В. Регистрация фазовых переходов при изэнтропическом сжатии методом измерения электросопротивления тонких образцов // ЖТФ. — 1987. — Т. 57, вып. 6. — С. 1181–1183.
3. Максвелл Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме. — М.: Наука, 1989. — Т. 1, 2.
4. Смайт В. Электростатика и электродинамика. — М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
6. Пай В. В., Кузьмин Г. Е., Гулевич М. А., Лукьянов Я. Л., Яковлев И. В. Бесконтактный метод измерения массовой скорости в непроводящих средах при ударно-волновом нагружении // Физика и техника высокоэнергетической обработки материалов: сб. научн. тр. /

- отв. ред. В. В. Соболев. — Днепропетровск: Арт-пресс, 2007.
7. **Гончаров А. И., Родионов В. Н.** Электросопротивление меди и алюминия при ударноволновых нагрузениях // 2 всесоюз. конф. «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике»: тез. докл. — Киев, 1985. — С. 72–73.
8. **Трунин Р. Ф., Гударенко Л. Ф., Жерноклетов М. В., Симаков Г. В.** Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ. — Саров.: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001.
9. **Кузьмин Г. Е., Пай В. В., Яковлев И. В.** Экспериментально-аналитические методы в задачах динамического нагружения материалов. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2002.

*Поступила в редакцию 2/VI 2009 г.*

---