

ДИАГНОСТИКА ФОРМЫ И ОРИЕНТАЦИИ ОЧАГА РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ КАК ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ГЕОФИЗИКИ

Д.Ю. Сирота, В.В. Иванов

*Кузбасский государственный технический университет
им. Т.Ф. Горбачева, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28, Россия*

Разведочная геофизика занимается разработкой методов и приемов дистанционного поиска месторождений полезных ископаемых, решения различных инженерно-геологических задач, контролем процессов горных работ и диагностикой очагов горных ударов и горно-тектонических землетрясений естественного и техногенного происхождения. В представленной статье рассматривается диагностическая задача разведочной геофизики по определению формы и угла наклона плоского источника естественного электрического поля Земли, которым при определенных условиях моделируется очаг разрушения горных пород, например, при подготовке горных ударов на участках разрабатываемых месторождений полезных ископаемых. Данный подход может быть полезен и при определении формы и размеров рудных залежей по электрическим измерениям на земной поверхности. Основанием для решения задачи об определении параметров очага разрушения является множественное накопление трещин в очаге разрушения, несущих заряд одного знака на стадиях, предшествующих катастрофическому разрушению.

Указанная задача формулируется в виде интегрального уравнения Фредгольма—Урысона первого рода. Решение интегрального уравнения ищется с помощью метода регуляризации А.Н. Тихонова второго порядка.

Разведочная геофизика, диагностическая задача, интерпретация геофизических данных, горный удар, интегральное уравнение первого рода, обратная некорректная задача, метод регуляризации А.Н. Тихонова.

DIAGNOSTICS OF THE SHAPE AND ORIENTATION OF A ROCK FAILURE ZONE BASED ON ELECTRICAL MEASUREMENTS AS AN INVERSE PROBLEM OF GEOPHYSICS

D.Yu. Sirota and V.V. Ivanov

Exploration geophysics is concerned with the development of methods and techniques for remote search for mineral deposits, solution of various engineering and geological problems, mining monitoring, and diagnostics of zones of rock bursts and natural and technogenic tectonic earthquakes. In this paper we consider the diagnostic problem of exploration geophysics related to the determination of the shape and inclination angle of a plane source of the natural geoelectric field, which, under certain conditions, simulates a rock failure zone, e.g., during the preparation of rock bursts at the sites of developed mineral deposits. This approach may also be useful in determining the shape and size of ore shoots by electrical measurements on the ground surface. Evaluation of the parameters of a rock failure zone is required in the case of accumulation of multiple fractures having charges of the same sign before a catastrophic failure. This problem is formulated as a Fredholm–Urysohn integral equation of the first kind. The solution of the integral equation is sought using the Tikhonov regularization method of the second order.

Exploration geophysics, diagnostic problem, interpretation of geophysical data, rock burst, integral equation of the first kind, inverse ill-posed problem, Tikhonov regularization method

ВВЕДЕНИЕ

Разведочная геофизика основана на измерении и последующей интерпретации различных параметров естественных и искусственно создаваемых полей, изменения которых определяются неоднородностью состава, изменчивостью свойств земной коры и происходящими в ней естественными или техногенными процессами. Все указанные задачи разведочной геофизики можно считать либо диагностическими, когда нет необходимости прогнозировать условия разрушения горных пород, либо прогнозическими, когда возникает задача предсказать, например, место очага разрушения и силу возможного сейсмического события.

Особенное место в поиске формы и размеров источника потенциального поля занимают задачи об определении параметров очага тектонического землетрясения или горного удара. Как было показано ранее [Иванов и др., 2013], на завершающей стадии процесса подготовки горного удара вследствие множественного накопления трещин, несущих в своей вершине заряд одного знака, в горных породах на земной поверхности и в атмосфере возмущения электрического поля могут достигать пробойных значений, что вызывает свечение атмосферы и пробой электрических кабелей в земле. При этом зона очага концентрируется в узкой области тектонического разлома, которая может быть аппроксимирована практически плоским эллипсоидом [Иванов и др., 2013]. И таким образом, возмущения электромагнитного поля на завершающих стадиях подготовки землетрясения могут служить основой метода диагностики его геометрических параметров.

С точки зрения прикладной математики все задачи интерпретации измеренных данных являются обратными и некорректными [Тихонов, Гласко, 1964, 1965; Tarantola, 2005; Жданов, 2007; Кабанихин, 2009; Bakushinsky et al., 2011; Neto, 2013]. В настоящее время основным методом решения таких задач является использование регуляризирующего функционала А.Н. Тихонова [Тихонов, Гласко, 1964, 1965], минимум которого соответствует решению исходной обратной задачи. В представленной статье рассматривается диагностическая задача определения формы и угла наклона заглубленного плоского источника потенциального поля по измерениям потенциала или напряженности на земной поверхности, которая сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма—Урысона первого рода. Решаемая задача рассматривалась и ранее, например, в работах [Тихонов, Гласко, 1964; Жданов, 2007; Zhdanov et al., 2011], но в более простой постановке.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

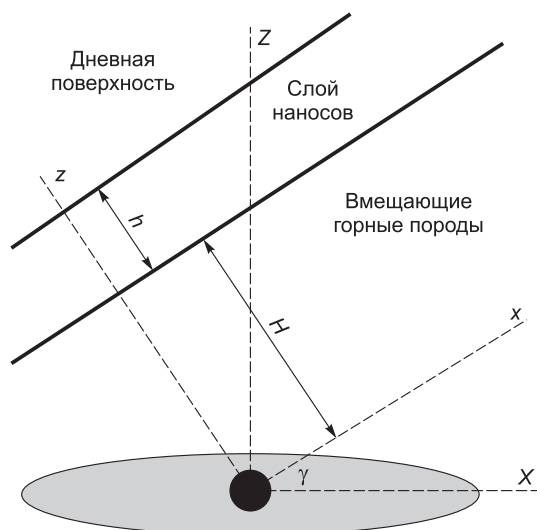
Предположим, что поле (в дальнейшем будем рассматривать только электрическое поле естественной природы (ЕЭП), но предлагаемый метод применим и для любых потенциальных полей в силу аналогичности используемой математической модели) порождается плоским наклонным под углом $\gamma \in [0^\circ; 70^\circ]$ источником произвольной формы S_p , который расположен на некоторой глубине $z_M = H$ (но так, чтобы он не пересекал границы первого и второго слоев) в нижнем слое трехслойного однородного и изотропного вмещающего пространства (рис. 1).

Величина потенциала поля такого источника в произвольной точке измерения M на дневной поверхности будет определяться в полярной системе координат по общей формуле

$$U^M = \int_{S_p} u^M dS_p, \quad (1)$$

где S_p — плоский источник тока, функция u^M определяется по известной формуле потенциала точечного источника тока [Бурсиан, 1972]

$$u^M = C \int_0^\infty \frac{J_0(m \cdot D) \exp(-m \cdot Z_M)}{1 + W \exp(-m \cdot h)} dm, \quad (2)$$



в которой $D = \sqrt{(X_M - X_P)^2 + (y_M - y_P)^2}$ — расстояние от точки области интегрирования P до точки измерения поля M (m); C — коэффициент, характеризующий силу электрического тока источника; $J_0(m \cdot D)$ — функция Бесселя нулевого порядка; h — мощность второго слоя (m); $W = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ — коэффициент отражения второго слоя; $\rho_{1,2}$ — удельное электросопротивление первого и второго слоев ($\text{Ом} \cdot \text{м}$), $X_M = x_M \cos \gamma + z_M \sin \gamma$, $Z_M = -x_M \sin \gamma + z_M \cos \gamma$ — формулы преобразования координат точки измерения из системы Oxz в систему OXZ , γ — угол поворота системы Oxz ; m — переменная интегрирования.

Рис. 1. Схема вмещающего пространства и плоского источника поля.

Здесь и далее будем считать, что известна глубина залегания источника ЕЭП $z_M = H$ и используются только данные измерений вдоль оси Ox , т. е. $y_M = 0$.

Для интегрирования по произвольной области с замкнутой границей перейдем от декартовой системы координат к полярной по следующим стандартным формулам: $X_p = r \cos \varphi$, $Y_p = r \sin \varphi$, где $\varphi \in [0; 2\pi]$ и $r \in [0; \rho(\varphi)]$, при этом функция $\rho(\varphi)$ определяет контур плоского источника тока.

Далее преобразуем выражение (2) к произведению размерного и безразмерного множителя, сделав замены переменных: во внешнем интеграле $w \cdot h^{-1} = \bar{w}$, где под w подразумеваются все параметры с размерностью [м], и $m \cdot h = \bar{m}$ — во внутреннем. Тогда интеграл (1) примет вид

$$U^M = h \cdot C \int_{\bar{s}_p} \bar{r} \left[\int_0^{\infty} \frac{J_0(\bar{m} \cdot \bar{D}) \exp(-\bar{m} \cdot \bar{Z}_M)}{1 + W \exp(-\bar{m})} d\bar{m} \right] d\bar{r} d\varphi, \quad (3)$$

где $\bar{D} = \sqrt{(\bar{X}_M - \bar{r} \cos \varphi)^2 + (\bar{y}_M - \bar{r} \sin \varphi)^2}$.

Для расчета внутреннего несобственного интеграла произведем аппроксимацию подынтегральной дроби $\frac{1}{1 + W \exp(-\bar{m})} = \sum_{k=1}^{11} q(k) \exp[-\bar{m}(k-1)]$, где коэффициенты $q(k)$ определяются по методу наименьших квадратов.

После применения интеграла Вебера—Липшица расчетная формула для определения величины потенциала в произвольной точке M на земной поверхности имеет вид

$$U^M = C \cdot h \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{11} q(k) \int_0^{\bar{\rho}(\varphi)} \frac{\bar{r} d\bar{r}}{\sqrt{R}} \right] d\varphi, \quad (4)$$

где $R = \bar{r}^2 + B \cdot \bar{r} + A$, $A = \bar{X}_M^2 + (\bar{Z}_M + k - 1)^2$, $B = -2\bar{X}_M \cos \varphi$, а внутренний интеграл в (4) равен

$$\int_0^{\bar{\rho}(\varphi)} \frac{\bar{r} d\bar{r}}{\sqrt{R}} = \left(\sqrt{R} - \frac{B}{2} \ln \left| \bar{r} + \frac{B}{2} + \sqrt{R} \right| \right) \Big|_0^{\bar{\rho}(\varphi)} = F(\bar{X}_M, \bar{Z}_M, \bar{\rho}(\varphi), \gamma).$$

Для определения вертикальной компоненты напряженности ЕЭП вычислим производную по переменной \bar{z}_M от функции U^M :

$$E^M = C \cdot h \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{11} q(k) \int_0^{\bar{\rho}(\varphi)} \frac{\bar{r} \cdot k d\bar{r}}{\sqrt{R^3}} \right] d\varphi, \quad (5)$$

где $k = \bar{r} \sin \gamma \cos \varphi + (\bar{Z}_M + k - 1) \cos \gamma$.

Внутренний интеграл в (5) также достаточно легко вычисляется, однако, как показали расчеты, полученная формула плохо подходит для численной реализации в силу ее сложности и необоснованно долгого времени расчета. Поэтому в дальнейшем для расчетов вертикальной компоненты напряженности поля будем использовать разностную формулу численного дифференцирования второго порядка точности вида

$$E^M = \frac{U^M(\bar{Z}_M + \Delta) - U^M(\bar{Z}_M - \Delta)}{2\Delta}, \quad (6)$$

где Δ — шаг дифференцирования.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Обратная задача заключается в определении формы границы плоского источника поля — функции $\bar{\rho}(\varphi)$, а также угла наклона — величины γ .

Приближенное значение γ_T будем искать как решение задачи минимизации функционала невязки для одного неизвестного параметра γ :

$$B(\gamma) = \sum_j \left[A_j^M(\bar{\rho}, \gamma_j) - f_j^*(\bar{\rho}^*, \gamma^*) \right]^2, \quad (7)$$

где j — номер точки измерения потенциала на дневной поверхности; $A^M(\bar{\rho}, \gamma)$ — оператор прямого моделирования (4), (6); $f^*(\bar{\rho}^*, \gamma^*)$ — правая часть интегрального уравнения, которая на практике зада-

ется экспериментально, а для тестовых задач определяется путем решения прямой задачи по формулам (4), (6); γ^* — истинный угол наклона источника тока; $\bar{\rho}^*$ — истинный контур источника тока; γ_T — приближенное значение угла γ .

Так как промежуток изменения угла γ известен, то минимум функционала (7) будем искать методом «золотого сечения». Как известно [Пантелеев, Летова, 2005], этот метод заключается в определенном переборе значений функции $B(\gamma)$, каждое из которых будем искать как результат минимизации относительно неизвестной функции $\bar{\rho}$ сглаживающего регуляризованного функционала невязки А.Н. Тихонова [Тихонов, Гласко, 1964, 1965]

$$\Phi(\bar{\rho}, \gamma) = \mu(\bar{\rho}) + \alpha\Omega(\bar{\rho}), \quad (8)$$

где $\mu(\bar{\rho}) = \int_a^b \left[A^M(\bar{X}_M, \bar{Z}_M, \bar{\rho}(\varphi), \gamma) - f^*(\bar{X}_M, \bar{Z}_M, \bar{\rho}^*, \gamma^*) \right]^2 d\bar{x}_M$ — мера погрешности измерения напря-

женности на дневной поверхности; $\Omega(\bar{\rho}) = \int_0^{2\pi} \left[\bar{\rho}^2(\varphi) + \left(\frac{\partial \bar{\rho}(\varphi)}{\partial \varphi} \right)^2 \right] d\varphi$ — стабилизирующий функционал

второго порядка; α — параметр регуляризации [Тихонов, Гласко, 1964, 1965]; $[a; b]$ — отрезок измерения потенциала или напряженности на земной поверхности.

Численная реализация формулы (8) связана с интегрированием, которое будем производить по формуле Симпсона по двум сеткам, причем шаг сетки по переменной φ равен h_1 , а шаг сетки по переменной \bar{x}_M равен h_2 , где g и l — номера слагаемых квадратурной формулы. Тогда слагаемые формулы (8) примут вид

$$\mu = \sum_{g=1}^{N_2} h_2(g) \cdot \left[\sum_{l=1}^{N_1} h_1(l) \cdot \left(A^M \{ \bar{X}_M(g), \rho(l) \} - f^*(\bar{X}_M(g), \rho^*(l)) \right) \right]^2,$$

$$\Omega = \sum_{l=1}^{N_1} h_1(l) \left[\bar{\rho}^2(l) + \left(\frac{\rho(l+1) - \rho(l-1)}{2h_1(l)} \right)^2 \right].$$

Поиск минимума функционала (8) будем производить методом сопряженных градиентов [Пантелеев, Летова, 2005; Hager, Zhang, 2006; Wang et al., 2011], общая итерационная схема которого имеет вид

$$\bar{\rho}^{(q+1)} = \bar{\rho}^{(q)} + e^{(q)} \cdot I^{(q)}, \quad (9)$$

где $I^{(q)} = -\Phi_{\bar{\rho}}' + t^{(q)} \cdot I^{(q-1)}$, q — номер итерации; e — шаг минимизации, который определяется как результат одномерной минимизации функции $\Phi(\bar{\rho}^{(q+1)}, \gamma)$; $I^{(0)} = -\Phi_{\bar{\rho}}'$; коэффициент $t^{(q)}$ определяется по одной из формул [Hager, Zhang, 2006; Wang et al., 2011], $\Phi_{\bar{\rho}}'$ — производная функционала (8), которая вычисляется по формуле [Верлань, Сизиков, 1986; Васильева, Тихонов, 2002] $\Phi_{\bar{\rho}}' = d\mu + \alpha d\Omega$, где

$$d\mu = 2 \sum_{g=1}^{N_2} h_2(g) \cdot S \cdot h_1(j) dA^M \{ \bar{X}_M(g), \bar{\rho}(j) \},$$

$$S = \left[\sum_{l=1}^{N_1} h_1(l) \cdot \left(A^M \{ \bar{X}_M(g), \bar{\rho}(l) \} - f^*(\bar{X}_M(g), \bar{\rho}^*(l)) \right) \right], \quad (10)$$

$$d\Omega = 2h_1(j) \left[\bar{\rho}(j) - \frac{\rho(j+1) - 2\rho(j) + \rho(j-1)}{h_1^2(j)} \right],$$

а dA^M — производная от оператора прямого моделирования (4), (6), j — номер компоненты вектора значений функции $\bar{\rho}(\varphi)$, по которой вычисляется производная.

РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ РАСЧЕТНОГО МЕТОДА

При реализации указанной выше общей схемы решения обратной задачи появляются следующие проблемы: выбор расчетной формулы для параметра $t^{(q)}$; выбор метода вспомогательной минимизации

для определения шага e ; выбор вида и порядка стабилизирующего функционала; выбор метода расчета параметра регуляризации α .

Рассмотрим методы решения этих проблем. В обзорах к работам [Hager, Zhang, 2006; Wang et al., 2011] указано существование порядка 15 различных вариантов выбора параметра $t^{(q)}$ для метода сопряженных градиентов. Численные эксперименты показали, что при некоторых вариантах параметра $t^{(q)}$ скорость сходимости итерационного процесса уменьшается или, более того, итерационный процесс становится расходящимся. Экспериментальным образом из общего списка была выбрана формула вида [Hager, Zhang, 2006]

$$t^{(q)} = \max \left\{ 0; \min \left\{ \frac{\Phi'_{q+1} \bullet \Phi'_{q+1}}{\Phi'_q \bullet \Phi'_q}; \frac{\Phi'_{q+1} \bullet (\Phi'_{q+1} - \Phi'_q)}{\Phi'_q \bullet \Phi'_q} \right\} \right\}, \quad (11)$$

где \bullet — скалярное произведение.

Чтобы избежать дополнительного вычисления производных функционала (8) в качестве метода вспомогательной минимизации для определения шага e , будем также использовать последовательность прямых методов «золотого сечения» на отрезках $[0; \lambda]$, где стартовое значение параметра $\lambda \in [0; 1]$, и увеличивается, если минимум функционала $\Phi(\bar{\rho}^{(q+1)}, \gamma)$ располагается вблизи правой границы интервала — λ .

В работе [Сирота, 2015] был применен стабилизирующий функционал первого порядка вида $\Omega(\bar{\rho}) = \int_0^{2\pi} \bar{\rho}^2(\varphi) d\varphi$, однако численные эксперименты показали, что такой вид стабилизатора достаточно плохо учитывает истинное распределение потенциала или напряженности поля: приближенная форма области и после большого количества шагов не деформируется и остается гомотетичной исходной стартовой области. Поэтому был использован стабилизирующий функционал второго порядка, который бы учитывал скорость изменения радиус-вектора в зависимости от полярного угла. Дальнейшее увеличение порядка стабилизирующего многочлена нецелесообразно, так как при численной реализации производных $d\Omega$ придется использовать большее количество узлов $\rho(\varphi)$, что, в свою очередь, приведет к увеличению времени расчета интегралов.

В связи с тем, что исходное интегральное уравнение является уравнением Урысона, возможность применения метода невязки для определения параметра α не является доказанной. Поэтому, следуя работам [Bakushinsky et al., 2011; Zhdanov et al., 2011], будем рассчитывать этот параметр по итерацион-

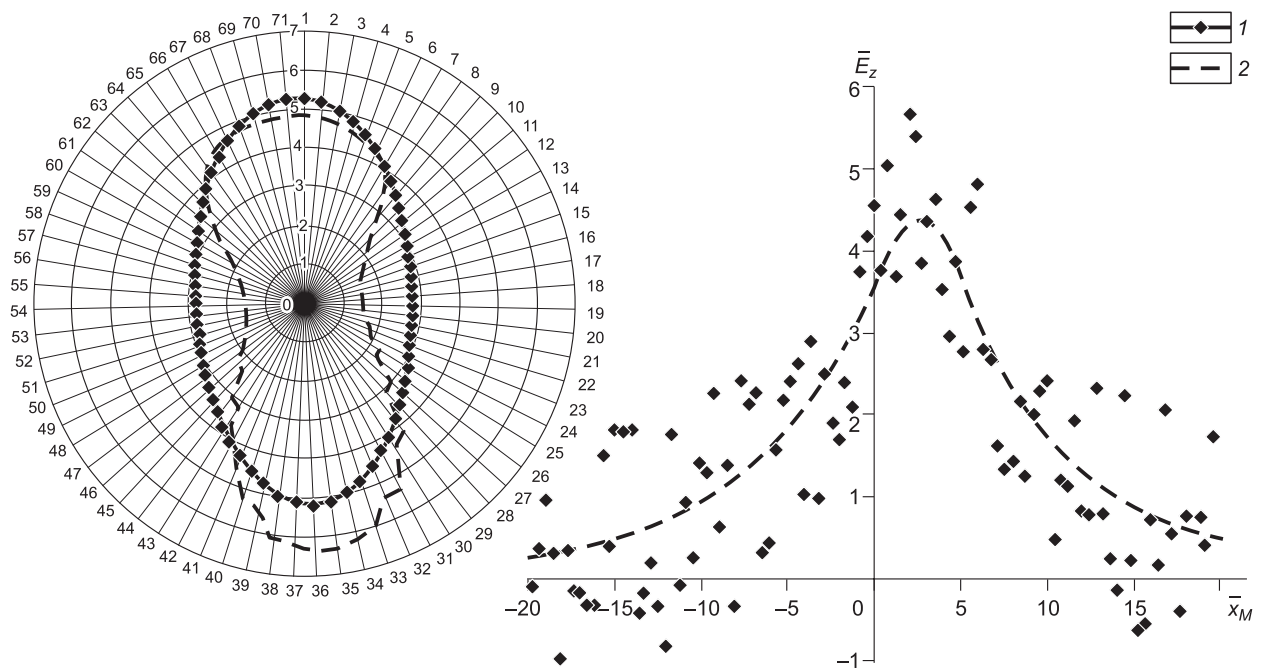


Рис. 2. Приближение к точному решению (1) после 100 итераций (2) для вертикальной компоненты напряженности.

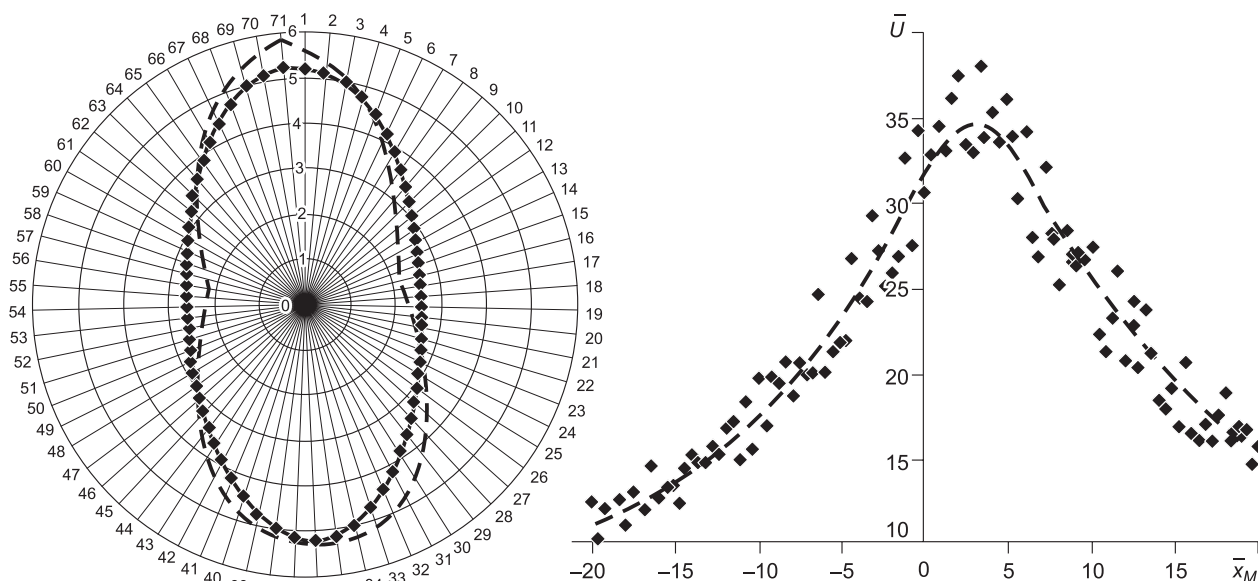


Рис. 3. Приближение к точному решению после 100 итераций для потенциала электрического поля.

Усл. обозн. см. на рис. 2.

ной формуле общего вида $\alpha^{(q)} = \alpha(\alpha_0, q)$, где α_0 — стартовое значение параметра. Экспериментально была выбрана формула Бакушинского [Bakushinsky et al., 2011]

$$\alpha^{(q)} = \alpha^{(q-1)} \cdot [1 + q]^{-0.25}, \quad (12)$$

при этом $\alpha_0 \in [0; 1]$.

Отметим, что из-за неоптимальности параметра регуляризации график приближенных значений функции $\bar{\rho}(\varphi)$ будет образовывать пилообразную ломаную вокруг истинного значения $\bar{\rho}(\varphi)$ [Васильева, Тихонов, 2002]. Для нейтрализации этого эффекта будем производить сглаживание по формуле средних арифметических двух соседних точек.

Тестовая модель будет состоять из вмещающего пространства с параметрами $z_M = H = 150$, $h = 25$ м, $W = -0.85$ и источника тока в виде наклонного ($\gamma = 50^\circ$) эллипса, безразмерное уравнение которого в полярной системе координат с полюсом в центре эллипса имеет вид $\bar{\rho}(\varphi) = \frac{ab}{h\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}}$ с полуосями $a = 130$, $b = 70$ м.

В качестве стартовой области будем рассматривать круг радиуса $R = 20$ м с центром в начале координат.

Найденное приближение для угла наклона области будет равно $\gamma_T = 53.4^\circ$ в случае потенциала и $\gamma_T = 51.52^\circ$ для напряженности.

Приведем в качестве иллюстрации графики истинного и приближенного значений безразмерных потенциала и вертикальной компоненты напряженности электрического поля, а также графики истинной и приближенной областей (рис. 2, 3). Построенные графики соответствуют 100 итерациям метода сопряженных градиентов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрим примерную методику применения разработанной выше программы. На поверхности Земли в предполагаемом месте расположения источника поля размечается квадратная сетка с шагом 50 метров. В узлах этой сетки производится измерение величины потенциала или напряженности ЭЭП. Строится карта изолиний, по которой определяется область наибольшей продольной вытянутости. Вдоль этой продольной вытянутости производятся дополнительные детализирующие измерения потенциала или напряженности с меньшим шагом. Полученные значения параметров поля будут использоваться в качестве правой части уравнений (4), (5). Предложенная методика использовалась в работе [Трушникова, 2010] для диагностики очага самовозгорания угля.

ЛИТЕРАТУРА

- Бурсиан В.Р.** Теория электромагнитных полей, применяемых в электроразведке. Л., Недра, 1972, 308 с.
- Васильева А.Б., Тихонов Н.А.** Интегральные уравнения. М., ФИЗМАТЛИТ, 2002, 160 с.
- Верлань А.Ф., Сизиков В.С.** Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев, Наук. думка, 1986, 544 с.
- Жданов М.С.** Теория обратных задач и регуляризация в геофизике. М., Научный мир, 2007, 710 с.
- Иванов В.В., Хмяляйнен В.А., Сирота Д.Ю.** Возмущение естественного электрического поля в атмосфере перед крупными горно-тектоническими ударами и техногенными землетрясениями // Изв. вузов. Горный журнал, 2013, № 7, с. 113—123.
- Кабанихин С.И.** Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, Сибирское научное издательство, 2009, 458 с.
- Пантелеев А.В., Летова Т.А.** Методы оптимизации в примерах и задачах. М., Высшая школа, 2005, 544 с.
- Сирота Д.Ю.** Восстановление формы источника электрического поля как решение обратной задачи геоэлектрики. Вестн. КузГТУ, 2015, № 6, с. 97—103.
- Тихонов А.Н., Гласко В.Б.** О приближенном решении интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода // Журнал вычислительной математики и математической физики, 1964, т. 4, № 3, с. 564—571.
- Тихонов А.Н., Гласко В.Б.** Применение метода регуляризации в нелинейных задачах // Журнал вычислительной математики и математической физики, 1965, т. 5, № 3, с. 463—473.
- Трушников Н.В.** Обратная задача локации очага самовозгорания угля по измерениям потенциала термоэлектрического поля на поверхности угольного разреза // Вестн. КузГТУ, 2010, № 3, с. 3—6.
- Bakushinsky A.V., Kokorin M.Yu., Smirnova A.** Iterative methods for ill-posed problems. De Gruyter, 2011, 150 p.
- Hager W.W., Zhang H.** A survey of nonlinear conjugate gradient methods // Pacific J. Optim., 2006, № 2, p. 35—58.
- Neto F.D.M., Neto A.J.S.** An introduction to inverse problems with applications. Springer, 2013, 243 p.
- Tarantola A.** Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. SIAM, 2005, 358 p.
- Wang Y., Yagola A.G., Yang C.** Optimization and regularization for computational inverse problems and applications. Springer, 2011, 350 p.
- Zhdanov M.S., Wan L., Gribenko A., Čuma M., Key K., Constable S.** Large-scale 3d inversion of marine magnetotelluric data: Case study from the Gemini prospect, Gulf of Mexico // Geophysics, 2011, v. 76, № 1, p. F77—F87.

*Рекомендована к печати 2 августа 2017 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию 3 июня 2016 г.,
после доработки — 2 декабря 2016 г.*