

УДК 539.3:534.1

## СЕЙСМОДИНАМИКА ПОДЗЕМНОГО ТРУБОПРОВОДА ПРИ НЕИДЕАЛЬНОМ КОНТАКТЕ С ГРУНТОМ: ВЛИЯНИЕ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ

М. Ш. Исраилов, Б. Мардонов\*, Т. Р. Рашидов\*\*

Научно-исследовательский институт математической физики и сейсмодинамики  
Чеченского государственного университета, 364051 Грозный, Россия

\* Ташкентский институт текстильной промышленности, 100100 Ташкент, Узбекистан

\*\* Институт механики и сейсмостойкости сооружений им М. Т. Уразбаева,  
100125 Ташкент, Узбекистан

E-mails: israiler@hotmail.com, bastam@list.ru, tur.rashidov@list.ru

С использованием предложенного ранее метода одномерной деформации грунта получены решения задач о совместных сейсмических колебаниях подземного трубопровода и упругого грунта в условиях неидеального контакта в предположении, что на поверхности контакта имеет место проскальзывание и возникающие на ней касательные напряжения пропорциональны либо относительному смещению частиц грунта и трубопровода, либо относительной скорости их движения. Исследована зависимость максимальных напряжений в трубопроводе от коэффициентов в граничных условиях. При сверхзвуковом обтекании трубопровода обнаружено явление резонанса при уменьшении сдвиговых напряжений на контактной поверхности.

Ключевые слова: сейсмические колебания и волны, подземный трубопровод, динамические напряжения.

DOI: 10.15372/PMTF20160621

**1. Постановка задачи. Решение для случая проскальзывания по закону сухого трения.** Существует большое количество приближенных подходов и методов определения реакции протяженных подземных сооружений (трубопроводов и туннелей) и динамических напряжений в них при сейсмическом воздействии, что обусловлено сложностью исследования таких задач в точной постановке. В подходах, предложенных в работах [1–4], и их модификациях предполагается, что движение среды задано (сейсмическая волна) и не изменяется вследствие наличия препятствия. При этом взаимодействие трубопровода с окружающей средой учитывается в рамках модели, константы и функции которой определяются экспериментальным путем.

Постановка задач о совместном движении трубопровода и грунта (связанных задач сейсмодинамики) в приближении одномерной деформации среды предложена в работах [5, 6]. Однако в [5, 6] рассматривается только случай прилипания, когда перемещения

---

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-08-02425).

грунта и трубопровода на поверхности контакта одинаковы. Между тем для некоторых типов грунтов экспериментально установлена возможность смещения и проскальзывания трубы относительно грунта [4, 7]. Целями данной работы являются постановка и решение связанных задач сейсмодинамики трубопровода в таких случаях, а также исследование влияния проскальзывания на максимальные напряжения растяжения-сжатия в трубопроводе, определяющие его сейсмостойкость.

Прямолинейный трубопровод моделируется бесконечно длинным толстостенным цилиндром (стержнем) с внешним и внутренним радиусами  $a$  и  $b$  соответственно. Движение трубопровода и окружающей его упругой среды (грунта) вызвано распространением в ней продольной сейсмической волны в направлении оси трубопровода, принимаемой в качестве оси  $Oz$  цилиндрической системы координат  $(r, \theta, z)$ . Это означает, что на достаточно большом расстоянии от трубопровода  $r = R$  перемещения среды равны перемещениям в падающей продольной волне:

$$r = R: \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = w_0(c_1 t - z)H(c_1 t - z). \quad (1.1)$$

Здесь  $u, v, w$  — компоненты вектора перемещений  $\mathbf{u}$  вдоль осей  $r, \theta, z$  соответственно;  $R > a$  — глубина залегания трубопровода (как правило,  $R \gg a$ );  $H(\xi)$  — единичная функция Хевисайда;  $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$  — скорость распространения продольных волн;  $\lambda, \mu$  — константы Ламе;  $\rho$  — плотность упругого грунта.

Граничные условия на поверхности контакта трубопровода и грунта принимаются в виде

$$r = a: \quad u = 0, \quad v = 0, \quad \sigma_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial r} = k[w(a, z, t) - U(z, t)], \quad (1.2)$$

где  $U(z, t)$  — осевое перемещение трубопровода, определяемое из уравнения продольных колебаний стержня; константа  $k$  — коэффициент взаимодействия (коэффициент трения).

При формулировке третьего условия в (1.2) учитывается, что в силу первого условия (1.2) касательное напряжение на границе контакта равно

$$\sigma_{rz}|_{r=a} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \quad (1.3)$$

и, следовательно, не зависит от  $u$  (предполагается, что операции дифференцирования по  $z$  и предельного перехода по  $r$  перестановочны).

При условиях (1.1), (1.2) имеет место осевая симметрия, т. е.  $v \equiv 0$  и функции  $u, w$  не зависят от угловой координаты  $\theta$ . В этом случае уравнения движения упругой среды сводятся к системе двух уравнений Ламе относительно радиального  $u$  и осевого  $w$  перемещений. В предположении, что деформация среды  $\varepsilon_{zz} = \partial w / \partial z$  в направлении распространения падающей волны, совпадающем с направлением оси трубопровода, является преобладающей, из этой системы выделяется уравнение для продольного перемещения  $w$  в виде [6]

$$\left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (1.4)$$

где  $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$  — скорость распространения сдвиговых волн в грунте.

В переменных  $r, Z$  ( $Z \equiv c_1 t - z$  — расстояние от фронта падающей волны до произвольной точки) решение уравнения (1.4), удовлетворяющее граничным условиям (1.1), (1.2), и касательное напряжение (1.3) на границе контакта определяются соотношениями

$$w(r, Z) = \frac{ka \ln(r/a)}{\mu + ka \ln(R/a)} [w_0(Z)H(Z) - U(Z)] + \frac{\mu w_0(Z)H(Z) + ka \ln(R/a)U(Z)}{\mu + ka \ln(R/a)}, \quad (1.5)$$

$$(\sigma_{rz})|_{r=a} = \frac{k\mu}{\mu + ka \ln(R/a)} [w_0(Z)H(Z) - U(Z)].$$

Уравнение вынужденных продольных колебаний трубопровода имеет вид

$$\rho' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = E' \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + F, \quad (1.6)$$

где  $E'$  — модуль Юнга;  $\rho'$  — плотность материала трубопровода;  $F$  — равнодействующая касательных напряжений на поверхности трубопровода. Согласно (1.5) объемная продольная сила определяется выражением

$$F(U, w_0) = \frac{1}{V} \int_0^{2\pi} (\sigma_{rz})|_{r=a} a d\theta = \frac{2\mu\beta^2}{a^2 - b^2} (w_0 - U), \quad \beta = \sqrt{\frac{ka}{\mu + ka \ln(R/a)}}, \quad (1.7)$$

где  $V$  — объем элемента трубы, имеющего длину  $dz$  или единичную длину.

Подставляя выражение (1.7) для  $F$  в (1.6), получаем уравнение связанных колебаний трубопровода, которое в случае заданной сейсмической волны (1.1) допускает решение, зависящее от переменной  $Z = c_1 t - z$ , и после ряда преобразований сводится к уравнению

$$U'' \pm q^2 U = \pm q^2 w_0(Z) H(Z). \quad (1.8)$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по  $Z$ ,

$$q = p_0 \beta, \quad p_0 = \sqrt{2\mu (E' | M^2 - 1 | (a^2 - b^2))^{-1/2}}, \quad (1.9)$$

$M = c_1/c'_0$  — число Маха;  $c'_0 = \sqrt{E'/\rho'}$  — скорость распространения продольных волн в трубопроводе.

Верхние знаки в уравнении (1.8) соответствуют сверхзвуковой скорости волны ( $M > 1$ ), нижние — дозвуковой ( $M < 1$ ). Это уравнение совпадает с уравнением колебаний трубопровода для случая прилипания при  $q = p_0 \beta_0$ ,  $\beta_0 = 1/\sqrt{\ln(R/a)}$ . Из (1.7) следует, что  $0 < \beta < \beta_0$  (поскольку  $0 < k < \infty$ ) и  $\beta \rightarrow \beta_0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Следует отметить, что при  $M > 1$  (в случае сверхзвукового обтекания) возмущения существуют только за фронтом падающей волны  $Z > 0$ , поэтому необходимо найти решение уравнения (1.8), удовлетворяющее условиям  $U = dU/dZ = 0$  на фронте  $Z = 0$ . При  $M < 1$  (в случае дозвукового обтекания) переменная  $Z$  может принимать любые значения в интервале  $(-\infty; +\infty)$  и возмущения в среде и трубопроводе существуют как за фронтом падающей волны, так и перед ним. В этом случае физически обосновано требование ограниченности амплитуды колебаний на бесконечности при  $Z \rightarrow \pm\infty$ .

Решения уравнения (1.8), удовлетворяющие указанным ограничениям, найдены в [6]. В частности, в случае движения частиц грунта за фронтом волны по закону  $w_0 = A_0 \sin(\omega_1 Z) H(Z)$  напряжения в трубопроводе определяются следующими выражениями:

$$\sigma = -E' \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{E' A_0 \omega_1}{1 - (\omega_1/(p_0 \beta))^2} (\cos(\omega_1 Z) - \cos(p_0 \beta Z)) H(Z), \quad M > 1; \quad (1.10)$$

$$\sigma = -\frac{E' A_0 \omega_1}{1 + (\omega_1/(p_0 \beta))^2} \left( -\frac{1}{2} \operatorname{sgn}(Z) e^{-p_0 \beta |Z|} + H(Z) \cos(\omega_1 Z) \right), \quad M < 1. \quad (1.11)$$

В случае прилипания ( $\beta = \beta_0$ ) эти выражения совпадают с выражениями, полученными в [5, 6]. Также из (1.10), (1.11) следует, что при  $\beta \rightarrow 0$  ( $k \rightarrow 0$ ) напряжение  $\sigma \rightarrow 0$  в силу граничных условий (1.2) ( $k = 0$  означает, что поверхность трубопровода идеально гладкая и он не вовлекается в движение).

Согласно [6] для металлических (стальных, чугунных) и бетонных трубопроводов с различными диаметром и толщиной стенок, находящихся в типичных грунтах на глубине порядка  $1,0 \div 1,5$  м, величина  $p_0 \beta_0$  на один-два порядка больше величины  $\omega_1$ , обратно

пропорциональной длине сейсмической волны. Поэтому в случае прилипания ( $\beta = \beta_0$ ) знаменатель в формуле (1.10) близок к единице и напряжения ограничены. В рассматриваемом случае проскальзывания ( $\beta \in (0, \beta_0)$ ) при  $M > 1$  возможна ситуация, когда  $q = p_0\beta \simeq \omega_1$  и имеет место резонанс, т. е. (как следует из формулы (1.8)) увеличение амплитуды напряжений и амплитуды колебаний трубопровода (с увеличением  $Z$ ) по линейному закону.

При постановке внешней задачи для грунта предполагалось, что радиальные перемещения грунта  $u$  на поверхности контакта с трубопроводом равны нулю (условия (1.2)). Нетрудно оценить точность такого приближения, а также влияние значений  $u \neq 0$  при  $r = a$ . Действительно, наибольшее приращение напряжения  $\sigma_{rz}$  получается в предположении, что изменение толщины стенки трубы  $h = a - b$  происходит за счет движения внешней поверхности трубы. В этом случае  $u|_{r=a} = \Delta h = h\varepsilon_{rr} = -\nu' h\varepsilon_{zz} = -\nu' h \partial U / \partial z$  ( $\nu'$  — коэффициент Пуассона материала трубы). Тогда согласно (1.3) на поверхности контакта возникают дополнительные напряжения  $\Delta\sigma_{rz} = -\nu' \mu h \partial^2 U / \partial z^2$ . При учете этих напряжений получаем уравнение колебаний трубопровода (1.8), в котором константы определяются формулами (1.9) при условии, что в выражении для  $p_0$  величина  $|M^2 - 1|$  заменяется на  $|M^2 + \delta - 1|$ , где  $\delta = 2\mu\nu'(E')^{-1}(1 + b/a)^{-1}$ . Так, для стальной или чугунной трубы (диаметр 50 см, толщина стенки 1 см), уложенной на глубину 1 м в плотный грунт (глину),  $\delta \approx 0,00082$ , а для бетонной трубы с такими же размерами изменяется в диапазоне  $0,002 \div 0,006$ . Следовательно, в этих случаях влиянием поперечного сжатия-растяжения трубопровода можно пренебречь. В случае гибких трубопроводов (пластиковых, резино-металлических и т. п.) величиной  $\delta$  нельзя пренебрегать, что приводит к уменьшению значения  $p_0$  в (1.9). Однако при этом сохраняются все указанные выше свойства решения, в том числе обусловленные возникновением резонанса.

**2. Решение задачи для случая неидеального контакта с проскальзыванием по закону типа вязкого трения.** Вместо третьего граничного условия в (1.2) рассмотрим условие

$$r = a: \quad \sigma_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial z} = \nu \left( \frac{\partial w(a, z, t)}{\partial t} - \frac{\partial U}{\partial t} \right) = \nu c_1 \left( \frac{\partial w(a, Z)}{\partial Z} - \frac{dU}{dZ} \right), \quad (2.1)$$

где  $\nu$  — коэффициент вязкого трения.

Вводя для перемещения частиц грунта на поверхности контакта с трубопроводом обозначение  $U_1(Z) \equiv w(a, Z)$ , решение уравнения (1.4), удовлетворяющее граничному условию (1.1), можно представить в переменных  $r, Z$ :

$$w(r, Z) = \ln(r/a)[w_0(Z)H(Z) - U_1(Z)] / \ln(R/a) + U_1(Z). \quad (2.2)$$

Подставляя (2.2) в граничное условие (2.1), получаем связь между  $U_1$  и перемещением трубопровода  $U$ :

$$U_1' + \lambda U_1 = \lambda w_0 H(Z) + U'. \quad (2.3)$$

Здесь  $\lambda = \lambda_0 / \ln(R/a) = \lambda_0 \beta_0^2$ ;  $\lambda_0 = \mu / (\nu c_1 a)$ .

Дифференциальное уравнение связанных колебаний трубопровода выводится так же, как в п. 1, если в качестве объемной силы  $F(Z)$  принимается поверхностная сила, действующая на боковой поверхности трубопровода. Согласно (2.1), (2.2)

$$F(Z) = \frac{2a\mu}{a^2 - b^2} \frac{\partial w(a, Z)}{\partial r} = \frac{2\mu\beta_0^2}{a^2 - b^2} [w_0(Z)H(Z) - U_1(Z)]$$

и уравнение движения трубопровода имеет вид

$$U'' = \pm p^2 [w_0(Z)H(Z) - U_1(Z)], \quad p \equiv p_0 \beta_0. \quad (2.4)$$

Уравнения (2.3), (2.4) образуют систему дифференциальных уравнений для определения функций  $U(Z)$  и  $U_1(Z)$ . Исключая из нее  $U(Z)$ , получаем

$$U_1'' + \lambda U_1' \pm p^2 U_1 = (\lambda w_0' \pm p^2 w_0) H(Z). \quad (2.5)$$

При этом в уравнениях (2.4), (2.5) верхние знаки соответствуют случаю сверхзвукового обтекания ( $M > 1$ ), когда скорость распространения продольных волн в грунте больше стержневой скорости распространения возмущений в трубопроводе, а нижние — случаю дозвукового обтекания ( $M < 1$ ). В каждом из этих случаев “начальные” условия и условия на бесконечности  $Z \rightarrow \pm\infty$ , выделяющие единственное решение уравнения (2.5), идентичны условиям, сформулированным в п. 1. При этих условиях решения уравнения (2.5) имеют следующий вид:

— в случае сверхзвуковой скорости волны ( $M > 1, Z > 0$ )

$$U_1 = \frac{1}{k_2 - k_1} \int_0^Z w_1(Z') [e^{k_2(Z-Z')} - e^{k_1(Z-Z')}] dZ', \quad 2p > \lambda,$$

$$U_1 = \int_0^Z (Z - Z') w_1(Z') e^{-\lambda(Z-Z')/2} dZ', \quad 2p = \lambda, \quad (2.6)$$

$$U_1 = \frac{1}{\gamma} \int_0^Z w_1(Z') e^{-\lambda(Z-Z')/2} \sin \gamma(Z - Z') dZ', \quad 2p < \lambda;$$

— в случае дозвуковой скорости волны ( $M < 1$ )

$$U_1 = \frac{e^{s_1 Z}}{s_2 - s_1} \int_0^\infty w_2(Z') e^{-s_1 Z'} dZ', \quad -\infty < Z < 0, \quad (2.7)$$

$$U_1 = \frac{e^{s_1 Z}}{s_2 - s_1} \int_Z^\infty w_2(Z') e^{-s_1 Z'} dZ' + \frac{e^{s_2 Z}}{s_2 - s_1} \int_0^Z w_2(Z') e^{-s_2 Z'} dZ', \quad 0 < Z < \infty.$$

В формулах (2.6), (2.7)  $w_{1,2}(Z) = \lambda w_0'(Z) \pm p^2 w_0(Z)$ ;  $k_{1,2} = -\lambda/2 \pm i\gamma$ ;  $\gamma = \sqrt{|(\lambda/2)^2 - p^2|}$ ;  $s_{1,2} = -\lambda/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + p^2}$  ( $s_1 > 0, s_2 < 0$ ).

Перемещение  $U$  определяется квадратурой согласно соотношению (2.3). Напряжения в трубопроводе вычисляются по формуле  $\sigma = -E' \partial U / \partial Z$ .

В случае падающей сейсмической волны  $w_0 = A_0 \sin \omega_1 Z$  безразмерные напряжения в трубопроводе для дозвукового режима с учетом формул (2.3), (2.7) вычисляются следующим образом:

— за фронтом волны ( $0 < Z < \infty$ )

$$S \equiv -\frac{\sigma}{A_0 E' \omega_1} = -\frac{\lambda \omega_1 p^2}{(p^2 + \omega_1^2)^2 + \lambda^2 \omega_1^2} \sin \omega_1 Z +$$

$$+ \frac{p^2 (p^2 + \omega_1^2)}{(p^2 + \omega_1^2)^2 + \lambda^2 \omega_1^2} \cos \omega_1 Z + \frac{1}{s_2 - s_1} \frac{(\lambda s_2 - p^2)(s_2 + \lambda)}{s_2^2 + \omega_1^2} e^{s_2 Z}; \quad (2.8)$$

— перед фронтом волны ( $-\infty < Z < 0$ )

$$S \equiv -\frac{\sigma}{A_0 E' \omega_1} = \frac{1}{s_2 - s_1} \frac{(\lambda s_1 - p^2)(s_1 + \lambda)}{s_1^2 + \omega_1^2} e^{s_1 Z}. \quad (2.9)$$

В (2.8), (2.9)  $S$  — безразмерные напряжения, отнесенные к максимальному (по абсолютной величине) напряжению в трубопроводе  $\sigma_0 = A_0 E' \omega_1$ , вычисленному в предположении, что движение среды не изменяется вследствие наличия трубопровода и значения перемещения трубопровода (а значит, скорости и деформации в нем) равны соответствующим значениям в сейсмической волне. Такой упрощенный подход предложен Н. Ньюмарком [1] и используется в инженерной практике.

При  $\lambda = 0$  (случай прилипания) формулы (2.8), (2.9) совпадают с формулой (1.11) при  $\beta = \beta_0$ . В то же время следует отметить, что полученные результаты справедливы при не очень больших значениях безразмерного параметра  $\lambda$  (не очень малой вязкости  $\nu$ ). Действительно, как следует из граничного условия (2.1), при  $\lambda \rightarrow \infty$  ( $\nu \rightarrow 0$ ) касательные напряжения на границе контакта исчезают и из уравнения движения трубопровода получаем  $U \approx 0$  (трубопровод остается в состоянии покоя). При этом из (2.1), (2.2) следует, что  $U_1 \approx w_0$ . Однако, подставляя это значение в (2.3), получаем соотношение  $U' \approx w'_0$ , противоречащее полученному выше соотношению  $U \approx 0$ .

Анализируя решение (2.6) для падающей синусоидальной волны в сверхзвуковой области ( $M > 1$ ), можно показать, что в отличие от случая сухого трения (условия (1.2)) в случае вязкого трения (условия (2.1)) резонанс отсутствует при любом значении  $\lambda$  в диапазоне  $0 < \lambda < \infty$ . Действительно, резонанс возможен только в том случае, если один из корней характеристического уравнения (2.5) равен  $i\omega_1$ . При  $2p \geq \lambda$  (см. (2.6)) резонанс невозможен, поскольку в этом случае корни действительные. При  $2p < \lambda$  (см. (2.6)) корни характеристического уравнения равны  $-\lambda/2 \pm i\gamma \neq i\omega$  при  $\lambda > 0$ . Случай прилипания ( $\lambda = 0$ ), когда теоретически возможен резонанс, является хорошо изученным.

**3. Численный пример.** Для того чтобы количественно оценить влияние проскальзывания, т. е. влияние коэффициентов в граничных условиях (1.2) и (2.1) на максимальное (по абсолютной величине) напряжение в трубопроводе, рассмотрим следующий пример. Пусть стальной трубопровод диаметром  $2a = 50$  см с толщиной стенок  $a - b = 1$  см находится на глубине  $R = 1$  м. Принимается, что грунт представляет собой уплотненную глину с модулем сдвига  $\mu \approx 64,81 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup> и скоростью распространения продольных волн  $c_1 \approx 1,5 \cdot 10^3$  м/с. Данные значения взяты из работы [8], такое же значение скорости звука для влажной глины приведено в [9]. Для стальной трубы принято, что модуль Юнга  $E' \approx 200 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>, стержневая скорость распространения волн  $c'_0 \approx 5,05 \cdot 10^3$  м/с, для распространяющейся вдоль трубопровода продольной синусоидальной волны  $\omega_1 = 1/15$ , что соответствует длине сейсмической волны, приблизительно равной 94 м.

Для приведенных выше данных число Маха  $M \approx 0,3$  и согласно (1.7)  $p = p_0 \beta_0 \approx 1$  (с погрешностью порядка  $10^{-3}$ ). В этом случае реализуется дозвуковой режим и напряжения в трубопроводе при контактных условиях (1.2) определяются формулой (1.11). При этом максимальное по абсолютной величине напряжение достигается за фронтом падающей волны на расстоянии от него  $Z = \pi/\omega_1$ . В этой точке имеет место растяжение.

На рис. 1 приведена зависимость максимального напряжения в трубопроводе от параметра  $\bar{\beta} \equiv \beta/\beta_0$ , определяемого коэффициентом трения  $k$  (значение  $\bar{\beta} = 1$  соответствует случаю прилипания). Видно, что только при достаточно малых значениях  $\bar{\beta}$  (или  $k$ ) максимальное напряжение существенно отличается от максимального значения в случае прилипания. Так, если сила трения  $ka$ , действующая на единичной площадке поверхности контакта при относительном смещении трубы и грунта на величину  $a$ , на порядок меньше модуля сдвига грунта ( $ka = 0,1\mu$ ,  $\bar{\beta} \approx 0,35$ ), то  $\max |\sigma| \approx 0,96\sigma_0$ . Это значение практически совпадает с максимальным (по абсолютной величине) напряжением в случае прилипания. Если  $ka$  на два порядка меньше модуля сдвига грунта ( $ka = 0,01\mu$ ,  $\bar{\beta} \approx 0,12$ ), то  $\max |\sigma| \approx 0,76\sigma_0$  и различие максимальных значений напряжения будет существенным.

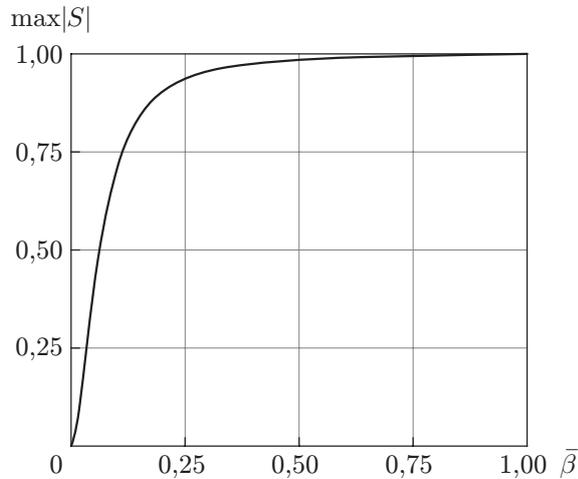


Рис. 1

Рис. 1. Зависимость максимального напряжения в трубопроводе от параметра  $\bar{\beta}$

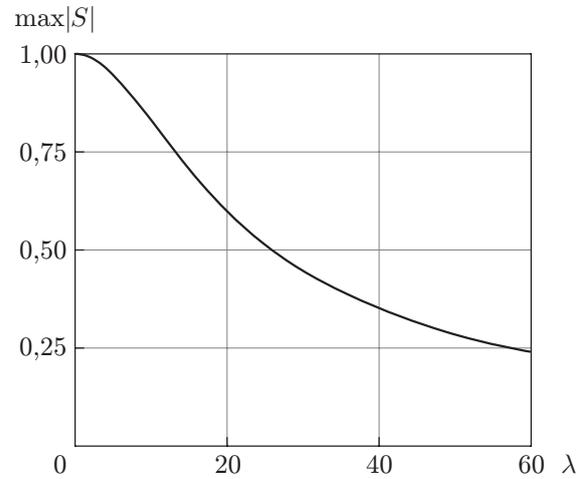


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость максимального напряжения в трубопроводе от параметра  $\lambda$

В случае выполнения условий на контактной поверхности (2.1) напряжения в трубопроводе для дозвукового режима задаются формулами (2.8), (2.9) и максимальное напряжение достигается за фронтом падающей волны, т. е. определяется формулой (2.9).

Зависимость максимального напряжения в трубопроводе от параметра  $\lambda$ , характеризующего вязкое трение, приведена на рис. 2. Случаю прилипания соответствует значение  $\lambda = 0$  ( $\nu = \infty$ ). При  $\nu c_1 a = 0,03\mu$  ( $\lambda \approx 24$ ) максимальное напряжение почти в два раза меньше соответствующего значения в случае прилипания (см. рис. 2).

#### 4. Выводы. Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

Получены аналитические решения задач о совместных (связанных) сейсмических движениях подземного трубопровода и грунта при неидеальном контакте и наличии проскальзывания между средой и трубопроводом.

Для трубопроводов, изготовленных из различных материалов, и различных типов грунтов найденные решения позволяют определить области (границы) изменения параметров в законах взаимодействия на поверхности контакта, в которых максимальное напряжение растяжения-сжатия в трубопроводе существенно меньше соответствующего значения в случае прилипания, и области, в которых это различие незначительно. Полученные результаты могут быть использованы для уточнения нормативных требований к прочности трубопроводов при сейсмическом воздействии.

При сверхзвуковом обтекании и в случае, когда сила трения пропорциональна относительному смещению, предсказана возможность появления резонанса при уменьшении силы трения на границе контакта. Это обстоятельство должно учитываться при расчетах напряжений при сейсмическом воздействии на трубопроводы из полимерных и композитных материалов, а также на сегментные трубопроводы со сложными демпфирующими стыками, когда скорость волн в грунте превышает среднюю скорость распространения продольных возмущений в трубе.

Установлено, что в случае взаимодействия трубопровода с грунтом по закону вязкого трения и реализации сверхзвукового режима резонанс не возникает.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Newmark N. M.** Problems in wave propagation in soil and rock // Proc. of the Intern. symp. on wave propagation and dynamic properties of Earth materials, New Mexico (USA), 23–25 Aug. 1967. New Mexico: Univ. New Mexico Press, 1967. P. 7–26.
2. **Sakurai A., Takahashi T.** Dynamic stresses of underground pipe lines during earthquakes // Proc. of the 4th World conf. on earthquake engng, Santiago (Chile), 13–18 Jan. 1969. Santiago: Univ. Chile, 1969. V. 2. P. 81–95.
3. **Ильюшин А. А., Рашидов Т. Р.** О действии сейсмической волны на подземный трубопровод // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук. 1971. № 1. С. 37–42.
4. **Рашидов Т.** Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: Фан, 1973.
5. **Георгиевский Д. В., Исраилов М. Ш.** Сейсмодинамика протяженных подземных сооружений и грунтов: постановки задач и автоматические решения // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2015. № 4. С. 138–151.
6. **Исраилов М. Ш.** Сейсмодинамика подземного трубопровода // Пробл. механики (АН РУз). 2012. № 3. С. 18–24.
7. **Рашидов Т.** Колебания сооружений, взаимодействующих с грунтом / Т. Рашидов, Г. Х. Хожметов, Б. Мардонов. Ташкент: Фан, 1975.
8. **Чедвик П.** Механика глубинных подземных взрывов / П. Чедвик, А. Кокс, Г. Голкинс. М.: Мир, 1966.
9. **Prasad B. B.** Fundamentals of soil dynamics and earthquake engineering. Delhi: PHI Learning, 2013.

*Поступила в редакцию 29/IX 2014 г.,  
в окончательном варианте — 2/XI 2015 г.*

---