

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕВЯЗКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

В. Р. Гуцин, А. В. Федоров

(Москва)

В линейной теории устойчивости сверхзвукового пограничного слоя важную роль играют невязкие возмущения, которые описываются нестационарными линеаризованными уравнениями Эйлера [1, 2]. В численных расчетах [3], выполненных для двумерных невязких возмущений в плоскопараллельном пограничном слое на теплоизолированной пластине, получено, что для чисел Маха набегающего потока $M \geq 3$ кроме первой неустойчивой моды появляются другие. С ростом M количество мод быстро увеличивается, при этом заполняется коротковолновая (высокочастотная) часть спектра. В экспериментах [4] получено, что вторая мода начинает доминировать над первой в пограничном слое на конусе для $M \geq 5,6$. В [5] зарегистрированы высокочастотные неустойчивые возмущения при сверхзвуковом обтекании конуса. В [1] высказывается предположение, что эти возмущения связаны с третьей и более высокими неустойчивыми модами. Вопрос о роли высших мод в процессе турбулизации сверхзвукового пограничного слоя до сих пор остается открытым. В связи с этим представляют интерес дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования их свойств.

В настоящей работе выполнен асимптотический анализ невязких возмущений в коротковолновом приближении. Найдены дисперсионное соотношение и собственные функции для нейтральных мод с большими номерами. Проведены численные расчеты характеристик устойчивости для первых четырех мод в плоскопараллельном пограничном слое при $M = 8$. Показано, что нейтральные решения, полученные прямым расчетом, хорошо согласуются с асимптотической теорией, начиная с номера моды $n \geq 3$. На основе численного и асимптотического анализа сделан вывод о том, что с увеличением n инкременты нарастания быстро уменьшаются и в пределе невязкие возмущения переходят в нейтральные собственные колебания акустической природы.

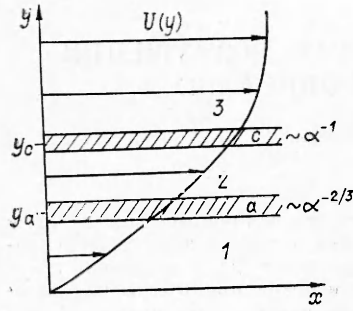
1. Рассмотрим ламинарное течение в сверхзвуковом плоскопараллельном пограничном слое совершенного газа. Ось y направим по нормали к обтекаемой поверхности, ось x — вниз по потоку, ось z — в трансверсальном направлении. Координаты x, y, z отнесены к характерной длине L , соизмеримой с толщиной пограничного слоя. Предполагается, что в невозмущенном потоке нормальная и трансверсальная компоненты скорости равны нулю, давление постоянно. Профили x -компоненты скорости $U(y)$ и температуры $T(y)$ безразмерены по скорости U_∞ и температуре T_∞ набегающего потока.

На основное течение накладывается малое нестационарное возмущение вида $\mathbf{G}(y) \exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t)$, где α, β — волновые числа в x - и z -направлении, ω — частота, отнесенная к U_∞/L , $\mathbf{G} = (u, v, w, p, \theta)$ — вектор-функция, компоненты которой описывают амплитуду возмущения x -, y - и z -компонент скорости, давления и температуры соответственно. Для отыскания собственных колебаний на возмущение накладываются условия затухания при $y \rightarrow \infty$ и условие непротекания при $y = 0$. В невязком пределе линеаризованные уравнения для амплитуды \mathbf{G} можно свести к уравнению второго порядка для возмущения давления $p(y)$, которое вместе с граничными условиями образует краевую задачу [2]

$$(1.1) \quad p'' - \left(\frac{2U'}{U-c} - \frac{T'}{T} \right) p' + \alpha^2 \left[\frac{M^2 (U-c)^2}{T} - \kappa^2 \right] p = 0, \quad p'(0) = 0, \\ p(y) \rightarrow 0, \quad y \rightarrow \infty.$$

Здесь $\kappa^2 = 1 + \beta^2/\alpha^2$; $c = \omega/\alpha$ — фазовая скорость, мнимая часть которой c_i определяет инкременты роста ($c_i > 0$) или затухания ($c_i < 0$) собственных колебаний пограничного слоя.

Исследуем нейтральные дозвуковые возмущения, для которых c — действительная величина, удовлетворяющая условию $1 - \kappa/M < c < 1 + \kappa/M$. Используя метод сращиваемых асимптотических разложений, проанализируем коротковолновые возмущения, соответствующие пределу $\alpha \rightarrow \infty$, $M > 1$ — фиксировано. Структура решений краевой задачи (1.1) определяется положением особой точки y_c ($U(y_c) = c$) и точкой



Р и с. 1

поворота y_a , удовлетворяющих уравнению (1.2) $M^2[U(y_a) - c]^2/T(y_a) - \kappa^2 = 0$.

Особая точка y_c — координата критического слоя. Физический смысл точек поворота y_a проще всего пояснить на примере плоской волны ($\kappa = 1$). Тогда (1.2) можно записать в виде $U(y_a) = c + a(y_a)$ (a — местная скорость звука, отнесенная к U_∞). Видно, что в точках поворота скорость течения относительно наблюдателя, движущегося с фазовой скоростью возмущения, равна скорости звука. Поэтому y_a часто называют звуковыми точками [2].

Структура характерных областей изменения решения для дозвуковых возмущений с фазовой скоростью $1 - \kappa/M < c < 1$ показана на рис. 1. В окрестности точки поворота y_a ($U(y_a) = c - \kappa T^{1/2}(y_a)/M$) выделяется слой с характерным масштабом $\delta_a \sim \alpha^{-2/3}$. Вблизи критической точки формируется слой с масштабом $\delta_c \sim \alpha^{-1}$. Слои разделены областями 1, 2, 3 с масштабом $\sim O(1)$.

Выполним преобразование $p(y) = T^{-1/2}(U - c)u(y)$, тогда система (1.1) примет вид

$$(1.3) \quad u'' + \alpha^2[q(y) + \alpha^{-2}q_1(y)]u = 0, \quad u'(0) = 0, \quad u(y) \rightarrow 0, \quad y \rightarrow \infty,$$

$$q(y) = M^2(U - c)^2/T - \kappa^2, \quad q_1(y) = T'^2/4T^2 - 2U'^2/(U - c)^2 + (U'T')/T(U - c) - T''/2T.$$

В областях 1, 2, 3 справедливы ВКБ-разложения [6]:
($0 < y < y_a, q > 0$)

$$(1.4) \quad u_1(y) = q^{-1/4} \left[C_1 \cos \left(\alpha \int_y^{y_a} \sqrt{q} dy \right) + C_2 \sin \left(\alpha \int_y^{y_a} \sqrt{q} dy \right) \right] (1 + O(\alpha^{-1}));$$

($y_a < y < y_c, q < 0$)

$$(1.5) \quad u_2(y) = (-q)^{-1/4} \left[A_1 \exp \left(\alpha \int_{y_a}^y \sqrt{-q} dy \right) + A_2 \exp \left(-\alpha \int_{y_a}^y \sqrt{-q} dy \right) \right] (1 + O(\alpha^{-1}));$$

($y_c < y < \infty, q < 0$)

$$(1.6) \quad u_3(y) = (-q)^{-1/4} \left[E_1 \exp \left(\alpha \int_{y_c}^y \sqrt{-q} dy \right) + E_2 \exp \left(-\alpha \int_{y_c}^y \sqrt{-q} dy \right) \right] (1 + O(\alpha^{-1})).$$

В окрестности точки поворота перейдем к внутренней переменной $\xi = (-q'_a)^{1/3}(y - y_a)\alpha^{2/3}$ ($q'_a = q'(y_a) < 0$), тогда $d^2u/d\xi^2 - [\xi + O(\alpha^{-2/3})]u = 0$.

В главном приближении решение выражается через функции Эйри [7]

$$(1.7) \quad u(\xi) = B_1 Ai(\xi) + B_2 Bi(\xi).$$

На границах переходного слоя ($\xi \rightarrow \pm\infty$) справедливы асимптотики

$$Ai(\xi) \sim \frac{\exp\left(-\frac{2}{3}\xi^{3/2}\right)}{2\pi^{1/2}\xi^{1/4}}, \quad Bi(\xi) \sim \frac{\exp\left(\frac{2}{3}\xi^{3/2}\right)}{\pi^{1/2}\xi^{1/4}}, \quad \xi \rightarrow +\infty,$$

$$Ai(\xi) \sim \frac{\sin\left[\frac{2}{3}(-\xi)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right]}{\pi^{1/2}(-\xi)^{1/4}}, \quad Bi(\xi) \sim \frac{\cos\left[\frac{2}{3}(-\xi)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right]}{\pi^{1/2}(-\xi)^{1/4}}, \quad \xi \rightarrow -\infty.$$

В критическом слое с внутренней переменной $\eta = \kappa\alpha(y - y_c)$ имеем $\frac{d^2 p}{d\eta^2} - \left[\frac{2}{\eta} + O(\alpha^{-1})\right] \frac{dp}{d\eta} - [1 + O(\alpha^{-2})] p = 0$. В главном приближении

$$(1.8) \quad p = D_1(\eta - 1)e^\eta + D_2(\eta + 1)e^{-\eta}.$$

Сращивание решений (1.4), (1.7), (1.5) между зонами 1, а, 2 дает связь коэффициентов C_j, A_j, B_j : $C_{1,2} = (-q'_a)^{1/6} \alpha^{-1/6} \pi^{-1/2} \frac{\sqrt{2}}{2} (B_1 \pm B_2)$, $A_1 = (-q'_a)^{1/6} \alpha^{-1/6} \pi^{-1/2} B_2$, $A_2 = (-q'_a)^{1/6} \alpha^{-1/6} \pi^{-1/2} B_1/2$. Сращивание решений (1.5), (1.8), (1.6) между зонами 2, с, 3 приводит к соотношениям

$$D_{1,2} = \alpha^{-1} T_c^{-1/2} U'_c \exp(\pm \alpha S) A_{1,2}, \quad D_{1,2} = \alpha^{-1} T_c^{-1/2} U'_c E_{1,2}, \quad S = \int_{y_a}^{y_c} \sqrt{-q} dy$$

$$(T_c = T(y_c), \quad U'_c = U'(y_c)).$$

Удовлетворяя граничным условиям, получаем дисперсионное соотношение

$$(1.9) \quad \cos \left[\alpha \int_0^{y_a} \sqrt{q} dy + \frac{\pi}{4} \right] = 0, \quad \alpha_m = \frac{\frac{\pi}{4} + \pi m}{\int_0^{y_a} \sqrt{\frac{(U-c)^2 M^2}{T} - \kappa^2} dy}, \quad m \rightarrow \infty.$$

Для дозвуковых собственных колебаний с фазовой скоростью $1 < c < 1 + \kappa/M$ критический слой отсутствует. В этом случае можно построить разложение, равномерно пригодное в областях 1, а, 2 [6]. Представим решение в виде

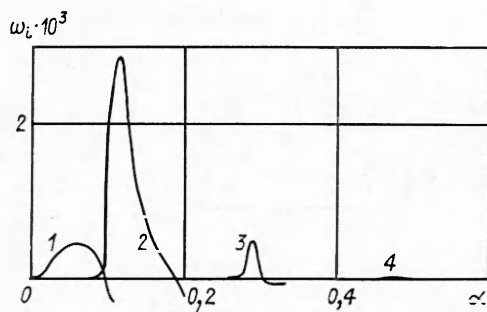
$$u(y) = C_1(y) w(\alpha^{2/3} \xi(y)) + \alpha^{-1/3} C_2(y) w'(\alpha^{2/3} \xi(y)),$$

$$C_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^{-n} A_n(y), \quad C_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^{-n} B_n(y).$$

Здесь $\xi(y)$, A_n , B_n — неизвестные функции; $w(t)$ — решение уравнения Эйри $w'' - tw = 0$. В главном приближении находим решение, затухающее при $y \rightarrow \infty$: $u(\xi) = \xi^{1/4} (-q)^{-1/4} C_0 Ai(\xi)$, $(2/3) \xi^{3/2} = \alpha \int_{y_a}^y \sqrt{-q} dy$ (C_0 —

константа). Удовлетворяя граничному условию $u'(0) = 0$, получаем дисперсионное соотношение (1.9).

2. Построенные решения указывают на следующие свойства коротковолновых собственных колебаний в сверхзвуковом пограничном слое. В области 1 между точкой поворота и стенкой образуются акустические квазиволны, отражающиеся от границ с коэффициентом, равным единице. Критический слой не влияет в главном приближении на дисперсионное соотношение, а приводит только к искажению собственной функции $p(y)$, меняя знак предэкспоненциального множителя. Из дисперсионного соотношения (1.9) вытекает, что коротковолновые моды в главном приближении нейтральны для всего рассматриваемого диапазона фазовой скорости. Это объясняется тем, что критический слой, являющийся источником возникновения невязкой неустойчивости, экспоненциально слабо воздействует на собственные колебания. С увеличением m инкременты роста



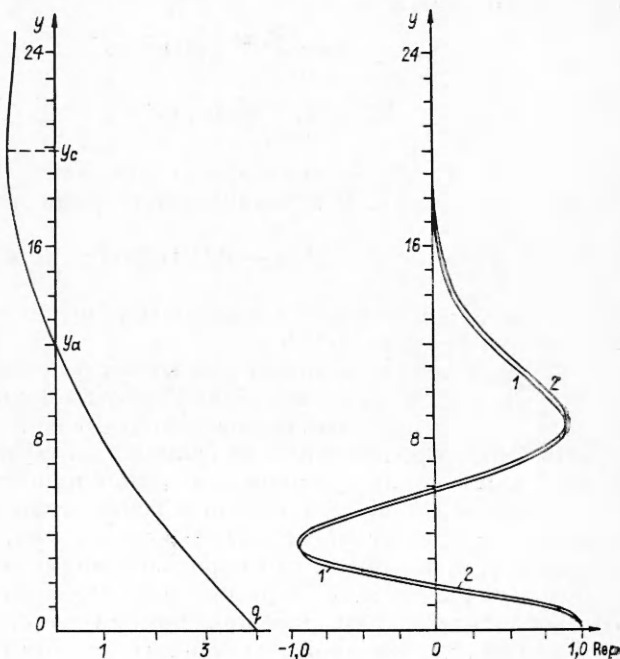
Р и с. 2

от волнового числа α для первых четырех мод. Нумерация мод выполнена согласно [3], n соответствует номеру кривой и связан с m в (1.9) условием $n = m + 2$. Расчет выполнен для $M = 8$ и температуры на внешней границе пограничного слоя $T_\infty = 311$ К. Видно, что, начиная с $n = 3$, инкременты резко уменьшаются. Для четвертой моды максимальные значения $\omega_i = 1,9 \cdot 10^{-5}$ практически соответствуют нейтральному возмущению. Таким образом, относительно коротковолновых возмущений сверхзвуковой пограничный слой проявляет свойства акустического волновода, границы которого — слой вблизи звуковой точки и обтекаемая поверхность.

Для проверки применимости асимптотической теории выполнено сравнение собственных функций четвертой моды с результатами прямого численного расчета. На рис. 3 приведены распределения амплитуды давления $\text{Re}(p(y))$, нормированной условием $|p(0)| = 1$. Координата y безразмерна по $L = (\nu_\infty x^*/U_\infty)^{1/2}$, где ν_∞ — кинематическая вязкость, x^* — расстояние от передней кромки пластины до сечения, в котором рассматривается пограничный слой. Кривая 1 — собственная функция, рассчитанная численным методом для $c = 0,959$, $\alpha = 0,511,2$ получена из асимптотического решения для той же фазовой скорости. Слева показана функция $q(y)$ и отмечены точка поворота и критическая точка.

На рис. 4 представлены зависимости $\omega_r(\alpha)$, рассчитанные по дисперсионному соотношению (1.9) для $n = 3-11$ (сплошные линии), крестиками даны результаты численных расчетов, штриховые линии — предельные фазовые скорости $c = 1 \pm 1/M$. Начиная с $n \geq 3$, асимптотическая теория удовлетворительно согласуется с прямым численным расчетом.

Следует отметить, что полученные асимптотические соотношения можно использовать в качестве начального приближения для расчетов собственных функций и собственных значений высших мод с учетом вязкости. Они также дают возможность выполнять простые оценочные расчеты



Р и с. 3

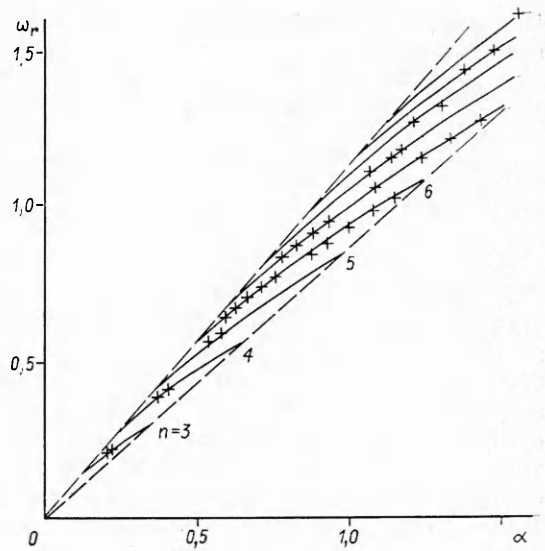
c_i должны быстро уменьшаться, из-за чего неустойчивые моды будут переходить в нейтральные колебания акустического типа. Данный вывод подтверждается численными расчетами для пограничного слоя на теплоизолированной пластине, обтекаемой газом с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$, числом Прандтля 0,72. На рис. 2 показаны инкременты временного роста $\omega_i = \text{Im}(\omega)$ двумерных возмущений ($k = 1$) в зависимости

характеристик коротковолновых невязких возмущений.

3. Для изучения некоторых свойств зависимости собственных значений от волнового числа $\omega(\alpha)$ проведем анализ групповой скорости $\partial\omega/\partial\alpha$. Заменой $p = \varphi_1$, $\varphi_1' = \varphi_2$ приведем (1.1) к системе уравнений второго порядка

(3.1)

$$\begin{aligned} \varphi_1' &= \varphi_2, \quad \varphi_2' = -a\varphi_2 - b\bar{\varphi}_1, \\ \varphi_1(\infty) &= \varphi_2(0) = 0, \\ a &= \frac{T'}{T} - \frac{2U'}{U-c}, \\ b &= \alpha^2 \left[\frac{M^2(U-c)^2}{T} - \kappa^2 \right]. \end{aligned}$$



Р и с. 4

Определяя скалярное произведение двух вектор-функций $(A, B) = \int_0^\infty (A_1\bar{B}_1 + A_2\bar{B}_2) dy$, получаем сопряженную задачу

$$(3.2) \quad \psi_1' = \bar{b}\psi_2, \quad \psi_2' = -\psi_1 + \bar{a}\psi_2, \quad \psi_2(\infty) = \psi_1(0) = 0.$$

Черта сверху обозначает комплексное сопряжение. Дифференцируя (3.1) по параметру α , имеем

$$(3.3) \quad \varphi_{1\alpha}' - \varphi_{2\alpha} = 0, \quad \varphi_{2\alpha}' + a\varphi_{2\alpha} + b\varphi_{1\alpha} = -a_\alpha\varphi_2 - b_\alpha\varphi_1, \quad \varphi_{1\alpha}(\infty) = \varphi_{2\alpha}(0) = 0 \\ (\varphi_{1\alpha} = \partial\varphi_1/\partial\alpha, \quad \varphi_{2\alpha} = \partial\varphi_2/\partial\alpha).$$

Система (3.2) представляет собой неоднородную краевую задачу с однородными граничными условиями. Для ее разрешимости необходима ортогональность правой части решению сопряженной задачи $\int_0^\infty [a_\alpha\varphi_2 + b_\alpha\varphi_1]\bar{\psi}_2 dy = 0$. Отсюда находим соотношение для групповой скорости

$$(3.4) \quad \frac{\partial\omega}{\partial\alpha} = \frac{\int_0^\infty \left[\frac{U'c}{\alpha(U-c)^2} \varphi_2\bar{\psi}_2 + \left(\frac{M^2(U-c)U}{T} - \kappa^2 \right) \alpha\varphi_1\bar{\psi}_2 \right] dy}{\int_0^\infty \left[\frac{U'}{\alpha(U-c)^2} \varphi_2\bar{\psi}_2 + \frac{M^2(U-c)}{T} \alpha\varphi_1\bar{\psi}_2 \right] dy}.$$

Обозначим $\psi = \bar{\psi}_2$, тогда систему (3.2) можно записать в виде

$$(3.5) \quad \psi'' - a\psi' + (b - a')\psi = 0, \quad \psi(\infty) = 0.$$

Легко показать, что если решена прямая задача на собственные значения, то любое решение задачи (3.5) будет соответствовать граничному условию на стенке $\psi(0) = 0$. Производя замену $\psi(y) = T^{1/2}(U-c)^{-1}u(y)$, получим, что функция u удовлетворяет системе (1.3). Таким образом, установлена связь между возмущением давления и функцией ψ : $\psi(y) = p(y)T/(U-c)^2$.

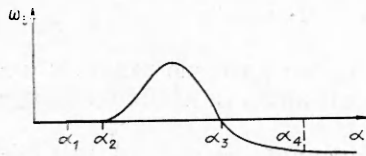
Используя это соотношение, имеем предельный переход формулы (3.4) при больших αM :

$$(3.6) \quad \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} = \frac{\int_0^{\infty} \frac{U p^2}{U-c} dy}{\int_0^{\infty} \frac{p^2}{U-c} dy} + O(\alpha M)^{-1}, \quad \alpha M \rightarrow \infty.$$

Рассмотрим поведение $\omega(\alpha)$ при вещественных волновых числах α . Для фазовой скорости $c_r > 1$ критический слой отсутствует и, как показано в [8], $c_i = 0$. В этом случае $\text{Im } p(y) = 0$ и из (3.4), (3.6) следует, что $0 < \partial \omega_r / \partial \alpha < 1$. При увеличении α вещественная часть ω_r растет, а фазовая скорость уменьшается, так как $\partial c / \partial \alpha = (\partial \omega / \partial \alpha - c) / \alpha < 0$. Таким образом, между точками α_1 ($c = 1 + \kappa/M$) и α_2 ($c = 1$) возмущение нейтрально. В точке α_1 собственное значение дискретного спектра сливается с ветвью непрерывного спектра, определяемой условием $c > 1 + \kappa/M$. Для $\alpha > \alpha_2$ ($c_r < 1$) в пограничном слое присутствует критический слой, из-за чего возникает неустойчивость $\omega_i > 0$. Из численных расчетов следует, что при некотором значении $\alpha_3 > \alpha_2$ ($1 - \kappa/M < c(\alpha_3) < 1$) вновь достигается нейтральный режим $\omega_i = 0$. В этом случае выражение для групповой скорости имеет вид

$$(3.7) \quad \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} = \frac{\int_0^{\infty} \frac{U p^2}{U-c} dy \int_0^{\infty} \frac{p^2}{U-c} dy + \frac{\pi^2 p_c^4 c}{U_c'^2} - i\pi \frac{p_c^2}{U_c'} \int_0^{\infty} p^2 dy}{\left(\int_0^{\infty} \frac{p^2}{U-c} dy \right)^2 + \frac{\pi^2 p_c^4}{U_c'^2}}.$$

Здесь все интегралы берутся в смысле главного значения. Критическая точка y_c обходится снизу в комплексной плоскости y . Из (3.7) вытекает, что $\partial \omega_r / \partial \alpha < 1$, $\partial \omega_i / \partial \alpha < 0$ при $\omega_i = 0$, $0 < c_r < 1$. Таким образом, график $\omega_i(\alpha)$ в точке α_3 имеет отрицательный наклон.



Р и с. 5

При $\alpha > \alpha_4$ ($c_r(\alpha_4) = 1 + \kappa/M$) у верхней границы пограничного слоя появляется вторая точка поворота и пульсации давления во внешнем потоке носят осциллирующий по y характер. На рис. 5 показана качественная зависимость $\omega_i(\alpha)$ и отмечены характерные точки $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$. Наблюдается соответствие с численным расчетом на рис. 2. Используя определения точек α_1, α_2 и дисперсионное соотношение (1.9), легко рассчитать границы нейтральной и неустойчивой областей для каждого конкретного случая.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. — Новосибирск: Наука, 1980.
2. Бечов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. — М.: Мир, 1971.
3. Mack L. M. The stability of the compressible laminar boundary layer according to a direct numerical solution // Recent Developments in Boundary Layer Research. — N. Y., 1965. — Pt 1.
4. Kendall T. M. Wind tunnel experiments relating to supersonic and hypersonic boundary layer transition // AIAA J. — 1975. — V. 13, N 3.
5. Demetriades A. New experiments on hypersonic boundary layer stability including wall temperature effects // Proc. 1978 Heat Transfer and Fluid Mech. Institute. — Stanford, 1978.
6. Федорюк М. В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Наука, 1983.

7. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. — М.: Наука, 1979.
8. Колыхалов П. И. Неустойчивость тангенциального разрыва в газе, движущемся вблизи твердой стенки. — М., 1983. — (Препр./ИКИ АН СССР; № 824).

Поступила 10/XI 1987 г.

УДК 532.526

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПОДВЕТРЕННОЙ СТОРОНЕ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ СО СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПЕРЕДНИМИ КРОМКАМИ

В. Н. Ветлуцкий, Т. В. Поплавская
(Новосибирск)

При сверхзвуковом обтекании конического тела под углом атаки меньше предельного невязкое течение за ударной волной (УВ) коническое. Ламинарный пограничный слой на таком теле описывается уравнениями, зависящими от двух автомодельных переменных [1]. В данной постановке задачи пограничный слой на наветренной стороне треугольной пластины рассмотрен в [2—5]. Существует большое число экспериментальных работ [6—8], где проведено качественное исследование режимов течения на подветренной стороне треугольной пластины при различных значениях числа Маха и угла атаки. Коэффициенты теплоотдачи на подветренной стороне треугольного крыла с углом стреловидности $\chi = 80^\circ$ при $M_\infty = 10$ и разных углах атаки измерены в [9]. Здесь все варианты соответствуют режиму обтекания с отошедшей от кромок УВ. Расчет несжимаемого пространственного пограничного слоя на подветренной стороне треугольного крыла выполнен в [10, 11], где расчетная область располагается между линией присоединения и линией схода вихря.

В настоящей работе найдены параметры ламинарного пограничного слоя на подветренной стороне треугольной пластины, когда УВ присоединена к передним кромкам. От передней кромки решение автомодельных уравнений строится маршевым методом до образующей, от которой начинается поперечный отрыв. Далее к автомодельным уравнениям пограничного слоя добавляются вторые производные искомых функций в окружном направлении, и задача в отрывной области решается методом установления.

1. Рассмотрим сверхзвуковое обтекание треугольной пластины под углом атаки α . Вектор скорости набегающего потока лежит в плоскости симметрии. В случае сверхзвуковых передних кромок течения на верхней и нижней стороне пластины не влияют друг на друга и могут быть рассчитаны независимо. В окрестности кромки невязкий поток разворачивается в течение Прандтля — Майера со скольжением и параметры газа имеют постоянные значения за последней характеристикой. Далее поток переходит в коническое течение общего вида, переход сопровождается резким ростом давления, при этом возможно возникновение внутренней УВ [12—14].

Введем на подветренной стороне пластины цилиндрическую систему координат (r, θ, z) аналогично [3]. Здесь r — расстояние вдоль образующей пластины, θ — угол между образующей и плоскостью симметрии, z — нормаль к поверхности пластины. Аналогично наветренной стороне уравнения пограничного слоя допускают автомодельное решение, зависящее от переменных $\omega = \theta_0 - \theta$, $\eta = z/\sqrt{r(\theta_0 - \theta)}$ (θ_0 — угол передней кромки). Уравнения в автомодельных переменных могут решаться маршевым методом вдоль координаты ω в направлении поперечной компоненты скорости v . В рассматриваемом режиме, как и с наветренной стороны, течение на внешней границе пограничного слоя на подветренной стороне направлено от передних кромок к плоскости симметрии. Поэтому для реализации маршевого метода необходимы начальные условия в окрестности передней кромки. При стремлении ω к нулю уравнения в автомодельных переменных переходят в обыкновенные, решение которых и используется в качестве начальных данных [3].

Автомодельные уравнения пограничного слоя в переменных ω , η решаются на наветренной стороне на всей поверхности пластины [3]. На под-