

УДК 662.215.1

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ МАССОВОЙ СКОРОСТИ

А. П. Ершов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, ers@hydro.nsc.ru

Один из недостатков классического электромагнитного метода Е. К. Завойского — чувствительность к неоднородности течения за фронтом исследуемой волны. Для коррекции измерений в данной работе предлагается четырехконтактный датчик. Регистрируются два сигнала от рамок, одна из которых расположена в касательной к фронту плоскости, а другая — в плоскости, параллельной направлению распространения волны. Далее из двух записей конструируется истинный сигнал скорости, нечувствительный к кривизне фронта. Второе затруднение, возникающее при электромагнитных измерениях, — довольно крупный размер датчиков. Обычно длина рабочего плеча L составляет около 1 см. Анализ распределения потенциала в датчике показал, что предлагаемый комбинированный датчик эквивалентен двум рамкам нулевой ширины, причем эффективная длина L есть расстояние между средними линиями подводящих проводников. Показано, что значение L можно уменьшить до $1.5 \div 2$ мм при ширине выводов около 0.5 мм. Это позволяет проводить локальные измерения в «пятнах» миллиметрового размера, а также работать с малогабаритными зарядами. Указанные усовершенствования приближают электромагнитные измерения к уровню современных оптических методик, при гораздо более скромных затратах на оборудование.

Ключевые слова: детонация, взрыв, эксперимент, электромагнитный метод.

DOI 10.15372/FGV2022.9230

ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитный метод, предложенный Е. К. Завойским в 1947 г. [1], начал широко применяться для измерения массовой скорости в ударных и детонационных волнах с 60-х годов XX в. [2, 3]. Датчиком скорости u является рамка из тонкой фольги, увлекаемая движением среды в магнитном поле. Измеряется напряжение V на выводах рамки:

$$V = BLu, \quad (1)$$

где B — магнитная индукция, L — длина рабочего плеча рамки.

За прошедшие десятилетия были разработаны многочисленные усовершенствования методики. Опробованы разнообразные геометрии рамок (см., например, [4]). Применение всё более тонких фольг позволило улучшить временное разрешение до ≈ 10 нс [5], а использование набора многих датчиков в одном эксперименте позволило проследивать эволюцию волн по мере их распространения [6]. Преимуществом электромагнитной методики является то, что она основана на фундаментальном физическом принципе — законе Фарадея. Тем не менее,

на практике обнаружились и принципиальные недостатки данного подхода.

Во-первых, в экспериментах, как правило, использовались довольно широкие рамки с длиной перекладки $L \simeq 1$ см. Такой выбор размера диктуется как удобством изготовления, так и желанием соблюсти хорошо определенную геометрию датчика, при которой ширина выводов рамки значительно меньше L . Между тем выводы не могут быть сколь угодно узкими из соображений живучести. В результате страдает пространственное разрешение: измеряемая скорость осредняется на масштабе L . Кроме того, это приводит к довольно жестким требованиям к габаритам исследуемого объекта. Например, для детонационного течения диаметр заряда взрывчатого вещества должен значительно превышать L .

Во-вторых, при исследовании взрыва типична неоднородность течения. Большинство исследований проводится с цилиндрическими зарядами, в которых установившийся фронт волны имеет некоторую кривизну. Боковой разлет вещества приводит в движение не только перекладку, но и выводы датчика, что порождает паразитный сигнал, искажающий результаты измерения. Для уменьшения этой ошибки предпринимаются довольно замысловатые меры [7].

Отмеченные недостатки не свойственны современным лазерным оптическим методам: VISAR, ORVIS, PDV и др., которые позволяют проводить измерения в пятнах субмиллиметрового размера и нечувствительны к кривизне волны. Поэтому в последние годы электромагнитная диагностика постепенно вытесняется оптическими подходами. Однако лазерные методики значительно дороже, так что определенная ниша для электромагнитного метода пока сохраняется.

В данной работе предложена модификация электромагнитной диагностики, которая позволяет устранить указанные выше недостатки. В результате электромагнитные измерения удалось приблизить к уровню современных оптических методик при гораздо более скромных затратах на оборудование.

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ ФРОНТА

В этом параграфе рассмотрим два варианта датчиков скорости, изображенных на рис. 1. Плоский датчик (рис. 1, *a*) наиболее прост в изготовлении: имеется всего одна контактная поверхность, на которой он и размещается. Для углового датчика (рис. 1, *б*), выводы которого ориентированы вдоль направления распространения волны, требуется дополнительная поверхность склеивания. Иногда плоскую рамку называют датчиком Лоренца, а угловую или аналогичные конфигурации — датчиком Фарадея [8], хотя эта терминология вряд ли удачна. В обоих случаях можно рассматривать сигнал и как результат возникновения силы Лоренца в движущемся проводнике, и как следствие из-

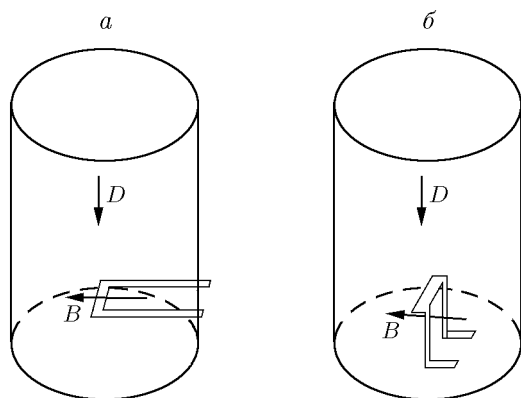


Рис. 1. Плоский (*a*) и угловой (*б*) датчики скорости, размещенные внутри цилиндрического заряда

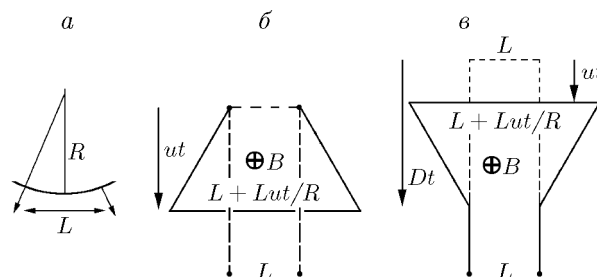


Рис. 2. Направления смещений в сферической волне (*a*) и проекции контуров плоского (*б*) и углового (*в*) датчиков на плоскость, нормаль к которой параллельна магнитному полю (деформации показаны для постоянных скоростей D и u)

менения магнитного потока через подвижный контур.

При детонации цилиндрического заряда в результате бокового разлета фронт волны становится выпуклым в направлении распространения. В первом приближении будем считать радиус кривизны фронта R в процессе измерения постоянным. Кривизна приводит к боковым смещениям проводников (рис. 2, *a*). Рассмотрим влияние искривления фронта на сигнал датчика, пренебрегая шириной выводов датчиков. Влияние конечной ширины обсуждается в приложении. Будем также предполагать малость смещений в боковом направлении по сравнению с продольными.

На рис. 2, *б, в* показаны деформации контуров датчиков в процессе их вовлечения в движение среды. В обоих случаях переключенная рамки из-за кривизны удлиняется.

Вначале рассмотрим плоский датчик. Пусть его переключенная начинает движение в момент $t = 0$. Из-за кривизны подводящие проводники начнут двигаться позже. Найдем сигнал датчика при $t \geq 0$. Ширина участка рамки, который пришел в движение в момент времени τ , $0 < \tau < t$, равна

$$l(t, \tau) = L \left(1 + \frac{1}{R} \int_0^{t-\tau} u(\eta) d\eta \right). \quad (2)$$

Скорость течения u за фронтом волны зависит от времени, η обозначает время, отсчитываемое от начала движения данного элемента. Смещение в направлении распространения волны имеет вид

$$z(t, \tau) = \int_0^{t-\tau} u(\eta) d\eta.$$

Из этих формул видно, что при любой зависимости скорости u от времени деформированная часть контура имеет вид трапеции. Площадь контура для плоского датчика

$$S_{=} = S_0 - \left(L + \frac{L}{2R} \int_0^t u(\eta) d\eta \right) \int_0^t u(\eta) d\eta,$$

где S_0 — начальная площадь контура. Напряжение на выходе

$$\begin{aligned} V_{=} &= -B \frac{dS_{=}}{dt} = \\ &= BLu(t) \left(1 + \frac{1}{R} \int_0^t u(\eta) d\eta \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Для углового датчика вычисления несколько сложнее. Ширина участка рамки, пришедшего в движение в момент τ , по-прежнему дается формулой (2). Соответствующая вертикальная координата

$$z(t, \tau) = D\tau + \int_0^{t-\tau} u(\eta) d\eta, \quad \frac{\partial z}{\partial \tau} = D - u(t - \tau),$$

где D — скорость фронта волны. Минимальное значение $z(t, \tau)$ равно $z(t, 0) = \int_0^t u(\eta) d\eta$, а

максимальное $z(t, \tau) = Dt$. Здесь контур уже не обязан иметь форму трапеции. Изменение площади контура

$$S_{\parallel} = \int_{z(t,0)}^{z(t,t)} l dz - LDt = \int_0^t l(t, \tau) \frac{\partial z}{\partial \tau} d\tau - LDt$$

или

$$\begin{aligned} S_{\parallel} &= L \left(- \int_0^t u(t - \tau) \left(1 + \frac{1}{R} \int_0^{t-\tau} u(\eta) d\eta \right) d\tau + \right. \\ &\quad \left. + \frac{D}{R} \int_0^t d\tau \int_0^{t-\tau} u(\eta) d\eta \right). \end{aligned}$$

После частичной замены $t - \tau = \eta$ и смены обозначения внутренней переменной интегрирования получим

$$\begin{aligned} S_{\parallel} &= L \left(- \int_0^t u(\eta) d\eta \left(1 + \frac{1}{R} \int_0^{\eta} u(\xi) d\xi \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{D}{R} \int_0^t d\tau \int_0^{t-\tau} u(\xi) d\xi \right). \end{aligned}$$

Выходной сигнал датчика

$$\begin{aligned} V_{\parallel} &= -B \frac{dS_{\parallel}}{dt} = BLu(t) \left(1 + \frac{1}{R} \int_0^t u(\xi) d\xi \right) - \\ &\quad - \frac{BLD}{R} \int_0^t u(t - \tau) d\tau, \end{aligned}$$

что можно переписать в виде

$$\begin{aligned} V_{\parallel} &= -B \frac{dS_{\parallel}}{dt} = BLu(t) \left(1 + \frac{1}{R} \int_0^t u(\eta) d\eta \right) - \\ &\quad - \frac{BLD}{R} \int_0^t u(\eta) d\eta. \end{aligned} \quad (4)$$

Различие с (3) заключается в последнем (отрицательном) слагаемом. Таким образом, в начальный момент $t = 0$ показания плоского и углового датчиков совпадают, а по мере роста t они становятся различными. Опуская константу BL , введем две непосредственно измеряемые скорости:

$$\begin{aligned} u_{=} &= u(t) \left(1 + \frac{1}{R} \int_0^t u(\eta) d\eta \right), \\ u_{\parallel} &= u_{=} - \frac{D}{R} \int_0^t u(\eta) d\eta. \end{aligned} \quad (5)$$

Видно, что $u_{=}$ больше, а $u_{\parallel}$, напротив, меньше истинной скорости $u(t)$. Естественно, возникает идея извлечения истинной скорости из двух наборов данных $u_{=}(t)$ и $u_{\parallel}(t)$.

Выше скорость фронта D считалась постоянной, что соответствует измерениям в установившейся детонационной волне. На

практике часто датчик размещается на торце заряда, и тогда в оконный материал проходит затухающая ударная волна. Но и в этом случае для рассматриваемой задачи обычно можно не учитывать изменения D , так как скорость волны — более консервативная величина по сравнению с массовой скоростью $u(t)$, а вносимая поправка, как будет видно, невелика. В случае $D = \text{const}$ имеем

$$u_{\perp} - u_{\parallel} = \frac{D}{R} \int_0^t u(\eta) d\eta.$$

Последнее выражение позволяет явно учесть ошибку в измерении $u_{\perp}$:

$$u(t) = \frac{u_{\perp}}{1 + \frac{1}{R} \int_0^t u(\eta) d\eta} = \frac{u_{\perp}}{1 + \frac{u_{\perp} - u_{\parallel}}{D}}. \quad (6)$$

После извлечения $u(t)$ определяется и радиус кривизны волны:

$$R = \frac{D}{u_{\perp} - u_{\parallel}} \int_0^t u(\eta) d\eta. \quad (7)$$

На практике ширина подводящих проводников s не является пренебрежимо малой и часто бывает сравнима с длиной плеча рамки L . Например, для плоского датчика, описанного в [7], $s = 2$ мм, полная ширина рамки 10 мм, а ширина выреза (расстояние между выводами) 6 мм. При таком соотношении размеров необходимо обосновать выбор L . Уменьшение плеча рамки до значений порядка 1 мм, необходимое для локальных измерений «в точке», тем более требует четкого определения L . Принято считать, что L соответствует средней линии датчика ($L = 8$ мм в [7]). Это естественное предположение применяется и в других работах [8, 9]. Для плоского датчика теоретическое обоснование такого выбора L проведено в [10]. Ниже в приложении уточнены оценки работы [10] и показано, что то же определение среднего значения L следует применять и для углового датчика.

ИЗМЕРЕНИЯ МАССОВОЙ СКОРОСТИ

В ряде опытов были испытаны различные комбинации плоского и углового датчиков. Наиболее удачный вариант показан на рис. 3.

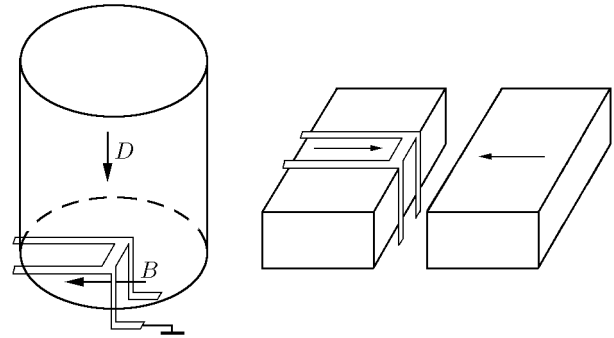


Рис. 3. Геометрия измерений с использованием комбинированного датчика и его расположение перед склейкой

Оба датчика имеют общую перекладину, так что в отсутствие кривизны фронта волны их показания должны совпадать. Сигналы с выводов плоской и угловой частей записывались на двух осциллографах, каждый из которых имел независимое от сети питание (использовались источники бесперебойного питания, на время эксперимента отключавшиеся от сети). Благодаря этому исключалась замкнутая гальваническая петля по земле, которая способна исказить результаты измерений.

Раздельные рамки оказались менее удобными. Во-первых, их перекладины несколько удалены друг от друга и потому измеряют скорости в разных местах. Во-вторых, при измерениях обнаружилось наводки из-за емкости между цепями двух каналов измерения.

Датчик вырезался из алюминиевой фольги толщиной 9 мкм, предварительно наклеенной на две взаимно перпендикулярные плоскости блока из оргстекла толщиной 8 мм. Далее приклеивался второй блок той же толщины, так что по поверхности склеивания проходили выводы угловой части датчика (см. рис. 3). Особое внимание уделялось качеству склейки: присутствие пузырей приводило к появлению нефизических всплесков на записях.

Измерения проводились с зарядами малого диаметра (обычно 20 мм), поэтому датчик имел длину рабочего плеча порядка 1 мм. Перекладина рамки располагалась на оси заряда. Датчик защищался эпоксидным слоем толщиной $50 \div 100$ мкм. Иницирование заряда проводилось малогабаритным генератором плоской волны. Магнитное поле $B = 0.15$ Тл создавалось импульсной одноразовой катушкой Гельмгольца. Для устранения поляризационной помехи выше по течению и несколько в сто-

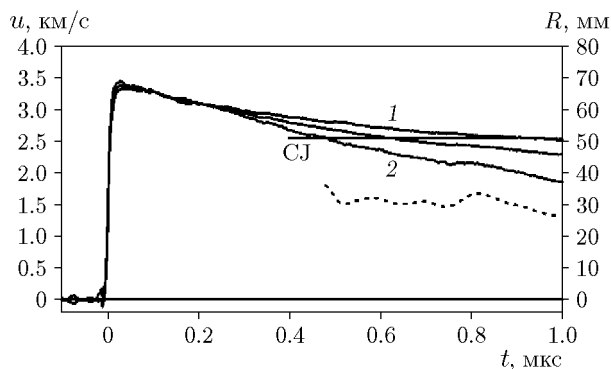


Рис. 4. Результаты измерений для заряда гексогена плотности 1.64 г/см^3 :

кривая 1 — плоский датчик, кривая 2 — угловой датчик

роне от датчика (на $2 \div 3 \text{ мм}$) выставлялся тонкий заземленный алюминиевый электрод. Временное разрешение составляло около 5 нс .

Результат одного из опытов представлен на рис. 4. Заряд прессованного гексогена составлялся из отдельных таблеток диаметром 20 мм и высотой 10 мм . Плечо датчика $L = 1.82 \text{ мм}$, ширина выводов $s = 0.57 \text{ мм}$. Вначале данные обоих датчиков практически совпадают, но со временем их показания начинают расходиться, причем угловой датчик дает заметно меньшую скорость. Между экспериментальными профилями плоского и углового датчиков, ближе к плоскому, проходит скорректированный по формуле (6) профиль. Штриховой линией показан вычисленный согласно (7) радиус кривизны волны. Поскольку в знаменателе (7) присутствует разность показаний датчиков, вычисление радиуса имеет смысл с того момента, когда сигналы существенно расходятся. Из-за экспериментальных шумов радиус несколько колеблется, но несильно отличается от среднего значения, в данном опыте 31 мм .

Для ориентировки указан также расчетный уровень CJ скорости в оконном материале (2.55 км/с) при воздействии продуктов детонации, находящихся в состоянии Чепмена — Жуге. Начальная скорость явно выше этого уровня, как и должно быть при наличии химпика.

В некоторый момент $t_r \simeq r^2/2RD$ фронт волны достигает участка рамки, находящегося на границе заряда радиуса r . После этого движение плоского датчика изменяется. Разумно допустить, что внешняя часть проводников практически не движется поперек магнитного поля, а внутренняя продолжает дви-

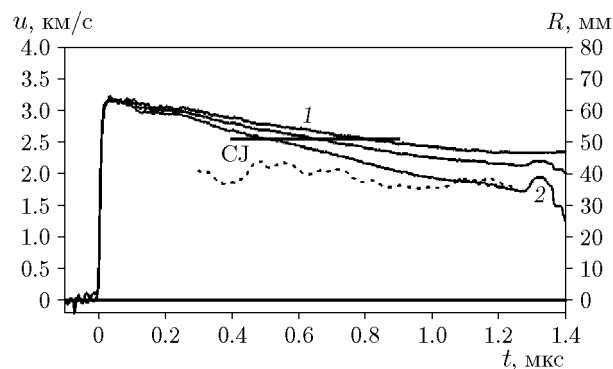


Рис. 5. Результаты измерений в двух различных экспериментах:

кривая 1 — плоский датчик, $L = 2 \text{ мм}$, кривая 2 — угловой датчик, $L = 1.62 \text{ мм}$

жение описанным выше образом. Тогда контур на рис. 2,б по-прежнему имеет вид трапеции, и формула (3) остается справедливой. Для описанного опыта время $t_r \simeq 200 \text{ нс}$. Как видно из рис. 4, заметных особенностей на профиле скорости в окрестности 200 нс не имеется, что подтверждает возможность корректировки данных по описанной выше процедуре.

При достаточно стабильном качестве зарядов возможно использовать поочередно плоский и угловой датчики, а затем комбинировать записи датчиков, полученные в разных экспериментах. Это несколько упрощает подготовку и проведение опытов, но удваивает их количество. Естественно, при этом предполагается, что и радиусы кривизны будут идентичными. На рис. 5 изображены результаты двух опытов, проведенных с такими же зарядами, как и на рис. 4. Здесь средний радиус кривизны составил около 39 мм .

На профиле скорости углового датчика на рис. 5 при $t = 1.28 \text{ мкс}$ спад сигнала сменяется подъемом, что вызвано движением подводящих проводников после выхода волны из оконного материала. Это позволяет оценить среднюю скорость волны D , входящую в формулу коррекции (6). По результатам ряда опытов с прессованным гексогеном $D = 6.43 \text{ км/с}$. Поскольку разность сигналов датчиков заметна, но не особенно велика (около 20%), поправка при вычислении истинной скорости также получается небольшой, и учет переменной D был бы превышением точности. Однако для оценки времени достижения уровня скорости CJ поправка необходима, так как времена пересечения профилей $u_{\perp}$ и $u_{\parallel}$ с уровнем CJ мо-

гут отличаться вдвое. Момент пересечения с истинным профилем $u(t)$ дает представление о кинетике реакции (см., например, [11]), и его уточнение принципиально.

ИЗМЕРЕНИЯ ПРИ ИЗВЕСТНОЙ КРИВИЗНЕ ФРОНТА

Преимуществом описанного выше подхода является возможность одновременного определения в одном опыте профиля скорости и радиуса кривизны фронта волны. Однако при этом требуется информация от двух датчиков. Радиус кривизны можно определять и независимо (см., например, [12, 13]). Тогда достаточно иметь сигнал с единственного датчика. Если применяется плоский датчик, из (5) имеем

$$\frac{u_{\infty}}{u(t)} = 1 + \frac{1}{R} \int_0^t u(\tau) d\tau$$

или

$$\frac{u_{\infty}}{u} \frac{d}{dt} \left(\frac{u_{\infty}}{u} \right) = \frac{u_{\infty}}{R}.$$

Интегрирование последнего равенства дает

$$\frac{u_{\infty}^2}{u^2} - 1 = \frac{2}{R} \int_0^t u_{\infty}(\eta) d\eta,$$

и окончательно

$$u(t) = \frac{u_{\infty}(t)}{\sqrt{1 + \frac{2}{R} \int_0^t u_{\infty}(\tau) d\tau}}. \quad (8)$$

Если же используется угловой датчик, из (5) имеем

$$u(t) = \frac{u_{\parallel}(t) + \frac{D}{R} \int_0^t u(\tau) d\tau}{1 + \frac{1}{R} \int_0^t u(\tau) d\tau}. \quad (9)$$

Взяв начальное приближение $u_0(t) = u_{\parallel}(t)$, после нескольких итераций получим уточненную зависимость $u(t)$. Хотя угловой датчик сложнее в изготовлении, его преимущество состоит

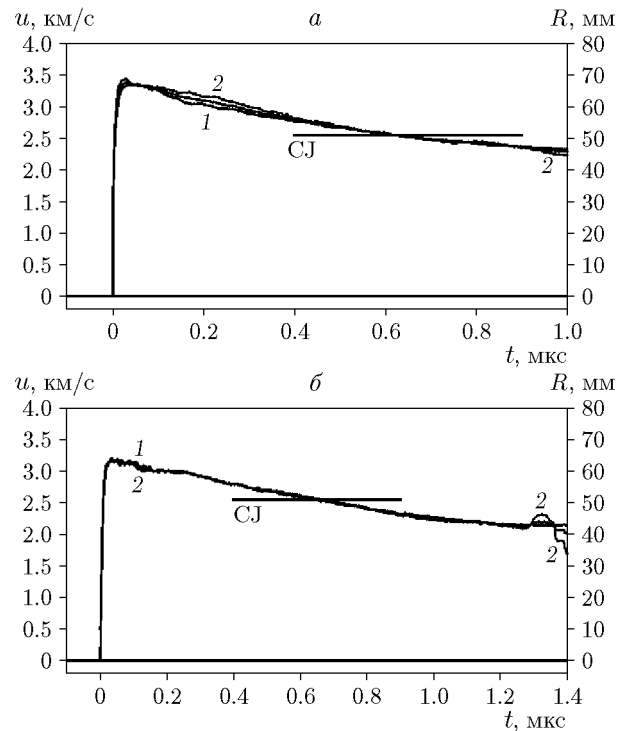


Рис. 6. Скорректированные профили на фоне ранее определенных зависимостей $u(t)$:

a — данные опыта с рис. 4, *б* — данные опытов с рис. 5, кривые 1 получены по формуле (8) для плоского датчика, 2 — по формуле (9) для углового датчика

в том, что измерение скорости проводится локально, тогда как коррекция данных плоского датчика предполагает постоянство радиуса кривизны вплоть до поверхности заряда, что не всегда возможно.

Применение формул (8), (9) к данным, показанным на рис. 4, 5, представлено на рис. 6. Средние радиусы кривизны для пересчета взяты те же, что получены при предыдущей процедуре. Отклонения скорректированных кривых от эталонных зависимостей $u(t)$ невелики (не более 2.5 % для рис. 6, *a* и менее 1 % для рис. 6, *б*). Заметные различия кривых в последнем случае возникают только после $t = 1.28$ мкс, когда ударная волна выходит из оргстекла и процедура пересчета уже неприменима.

Плоский датчик завышает, а угловой занижает измеряемый сигнал. Естественный интерес представляет ситуация при некотором среднем расположении рамки. Не останавливаясь на деталях анализа, укажем здесь, что для плоского датчика, наклоненного под неко-

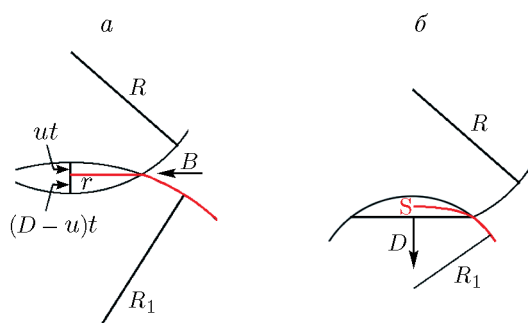


Рис. 7. Геометрия измерений при размещении датчика на выпуклой поверхности:

a — образование плоской границы раздела, *б* — образование плоского фронта волны, *S* — положение датчика за плоским фронтом

торым углом α , ошибка обращается в нуль в определенный момент времени t_* . Для случая постоянной скорости u

$$t_* = \frac{2R(D-u) \operatorname{tg}^2(\alpha)}{u^2}.$$

Например, при $R = 40$ мм, $D = 6$ км/с, $u = 2$ км/с, $\operatorname{tg}(\alpha) = 0.1$ имеем $t_* = 0.8$ мкс. Поскольку в начальный момент ошибка также зануляется, в течение приблизительно 1 мкс она будет достаточно мала (по оценкам, порядка 1 %). Для переменной скорости можно ожидать, что будет устранена основная часть ошибки. Однако такая конфигурация, с косым срезом заряда, явно менее удобна, чем рассмотренные выше.

Еще один способ «аппаратного» исключения помехи — размещение датчика на кривой поверхности, выпуклой навстречу направлению распространения волны. Если фронт волны превращает эту поверхность в плоскость, параллельную вектору магнитной индукции, деформация проводников не будет искажать сигнал (рис. 7, *a*).

При постоянной скорости u выполняются равенства

$$ut = \frac{r^2}{2R_1}, \quad (D-u)t = \frac{r^2}{2R},$$

откуда радиус кривизны поверхности $R_1 = R(D/u - 1)$. Как и в предыдущем варианте, здесь возникают технологические затруднения, тем более что при переменной скорости u не удастся ограничиться постоянной кривизной.

Во избежание путаницы следует отметить, что упомянутый выше вариант отлича-

ется от известного приема преобразования расходящегося фронта волны в плоский (для чего требуется несколько увеличить кривизну границы). Как видно из рис. 7, *б*, в такой взрывной линзе поверхность раздела остается кривой и не может стать параллельной магнитному полю, так как скорость течения u всегда меньше волновой скорости D .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена модификация электромагнитного метода с использованием четырехконтактного датчика, нечувствительная к расходимости течения. Обоснована возможность применения малогабаритных датчиков с размером перекладки порядка 1 мм. Это особенно важно для исследования детонации сравнительно небольших зарядов, для которых параметры детонации могут заметно отличаться от таковых в крупных зарядах и сравнительно менее изучены.

При условии предварительного определения радиуса кривизны фронта волны возможна коррекция показаний более простых традиционных рамок.

Описанные усовершенствования электромагнитной методики приближают ее возможности к уровню современных интерференционных измерений. Некоторое отставание в ряде случаев не критично и во многом компенсируется существенно меньшими затратами.

Автор благодарен И. А. Рубцову за помощь в подготовке экспериментов и Д. А. Медведеву за содействие в анализе отклика датчиков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов Ю. Н. Евгений Константинович Завойский — участник советского атомного проекта // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. Физ.-мат. науки. — 2008. — Т. 150, № 3. — С. 140–157.
2. Зайцев В. М., Похил П. Ф., Шведов К. К. Электромагнитный метод измерения скорости продуктов взрыва // Докл. АН СССР. — 1960. — Т. 132, № 6. — С. 1339–1340.
3. Дремин А. Н., Савров С. Д., Трофимов В. С., Шведов К. К. Детонационные волны в конденсированных средах. — М.: Наука, 1970.
4. Андреев С. Г., Бабкин А. В., Баум Ф. А. и др. Физика взрыва. — М.: Физматлит, 2004. — Т. 1.

5. **Hayes B.** Particle-velocity gauge system for nanosecond sampling rate of shock and detonation waves // *Rev. Sci. Instrum.* — 1981. — V. 52, N 4. — P. 594–603. — DOI: 10.1063/1.1136643.
6. **Vorthman J., Andrews G., Wackerle J.** Reaction rates from electromagnetic gauge data // *Proc. 8th Symp. (Int.) Detonation*, Albuquerque, NM, 1985. — P. 99–110.
7. **Erickson L. M., Johnson C. B., Parker N. J., Vantine H. C., Weingart R. C., Lee R. S.** The electromagnetic velocity gauge: use of multiple gauges, time response, and flow perturbations // *Proc. of 7th Symp. (Int.) Detonation*, Annapolis, MD, 1981. — P. 1062–1071.
8. **Уртъев П. А., Эриксон Р. М., Хейс Б., Паркер М. Л.** Измерения давления и массовой скорости в твердых телах при динамическом нагружении // *Физика горения и взрыва.* — 1986. — Т. 22, № 5. — С. 113–126.
9. **Воробьев А. А., Трофимов В. С., Михайлюк К. М., Королев А. Н., Брауэр Г. Б.** Исследование инициирования детонации в литом тротиле динамическим методом. I. Постановка задачи и методика эксперимента // *Физика горения и взрыва.* — 1985. — Т. 21, № 2. — С. 106–116.
10. **Ершов А. П., Андреев В. В., Кашкаров А. О., Лукьянов Я. Л., Медведев Д. А., Прууэл Э. Р., Рубцов И. А., Сатонкина Н. П., Соловьев С. А.** Детонация ультрадисперсных взрывчатых веществ // *Физика горения и взрыва.* — 2021. — Т. 57, № 3. — С. 111–118. — DOI: 10.15372/FGV20210311.
11. **Ершов А. П., Сатонкина Н. П., Пластинин А. В., Юношев А. С.** О диагностике зоны химической реакции при детонации твердых взрывчатых веществ // *Физика горения и взрыва.* — 2020. — Т. 56, № 6. — С. 95–106. — DOI: 10.15372/FGV20200610.
12. **Смирнов Е. Б., Аверин А. Н., Лобойко Б. Г., Костицын О. В., Беленковский Ю. А., Просвирнин К. М., Киселёв А. Н.** Динамика фронта детонационной волны в твердых взрывчатых веществах // *Физика горения и взрыва.* — 2012. — Т. 48, № 3. — С. 69–78.
13. **Тен К. А., Евдоков О. В., Жогин И. Л., Жуланов В. В., Зубков П. И., Кулипанов Г. Н., Лукьянчиков Л. А., Мерзиевский Л. А., Пирогов Б. Я., Прууэл Э. Р., Титов В. М., Толочко Б. П., Шеромов М. А.** Распределение плотности во фронте детонации цилиндрических зарядов малого диаметра // *Физика горения и взрыва.* — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 91–99.
14. **Курант Р.** Уравнения с частными производными. — М.: Мир, 1964.
15. **Градштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: ГИФМЛ, 1963.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ ВЫВОДОВ

Рассмотрим отклик комбинированного датчика. На рис. 8 показана его развертка. Выводы углового датчика расположены правее, а перекладина и выводы плоской части датчика — левее оси y .

Скорость u зависит от места (координаты x), так что вне заряда (для плоского) и впереди фронта волны (для углового датчика) скорость обращается в нуль (см. график в верхней части рис. 8). Как показано в [10], потенциал $\varphi(x, y)$ подчиняется уравнению Лапласа $\nabla^2 \varphi = 0$. На границах рамки равна нулю нормальная компонента плотности тока. В результате на горизонтальных (на рис. 8) границах $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = Bu$.

Пусть в данный момент времени скорость перекладины датчика равна U . Следуя [10], запишем потенциал φ в виде

$$\varphi = Bu(x)y \pm \frac{BL}{2}(U - u(x)) + \psi, \quad (10)$$

где L — ожидаемая эффективная длина перекладины, т. е. расстояние между средними линиями выводов. Положительный знак в (10) соответствует верхним выводам (1, 3 на рис. 8), а отрицательный — нижним (выводы 2, 4). В пределах перекладины второе слагаемое в (10) равно нулю. В неподвижных частях выводов (где $u(x) = 0$) потенциалы равны $\pm BLU/2 + \psi$. Поскольку BLU — это ожидаемый сигнал датчика, остается показать, что вне движущейся части датчика величиной ψ можно пренебречь.

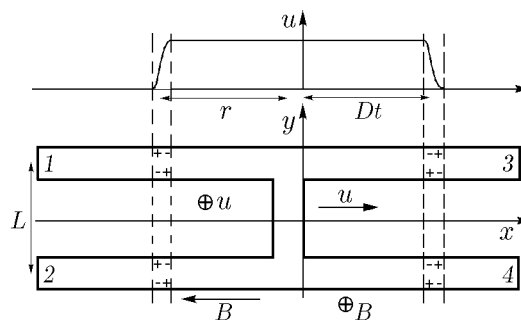


Рис. 8. Развертка комбинированного датчика и схематическое распределение скорости

Уравнение для поправки ψ имеет вид

$$\nabla^2 \psi = -B\tilde{y} \frac{d^2 u}{dx^2}, \quad (11)$$

причем координаты $\tilde{y} = y \mp L/2$ отмеряются от средней линии выводов. На всех участках границы нормальная производная ψ равна нулю, чем и оправдано его введение. Поправка ψ порождается пространственным зарядом, сосредоточенным в областях изменения скорости. Распределение этого заряда показано на рис. 8. Разумеется, в действительности пространственный заряд в датчике отсутствует, но для функции ψ он возникает из-за того, что ψ не является физическим потенциалом.

Нас интересует распределение ψ в неподвижных частях датчика, на удалении от границы заряда и от фронта волны, где присоединяются измерительные контакты. В таких местах для ψ имеем уравнение Лапласа. Ниже уточнены оценки работы [10] и показано, что главная часть ψ на достаточном удалении от областей пространственного заряда имеет вид

$$\psi \simeq \frac{2BU s}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi \tilde{y}}{s}\right) \exp\left(-\frac{\pi \tilde{x}}{s}\right),$$

где $\tilde{x}$ — расстояние от границы движения до рассматриваемой точки. Из-за экспоненциального спада переменная поправка ψ пренебрежимо мала при удалении измерительных контактов уже на расстояние порядка ширины выводов s , что на практике легко выполняется. Этот вывод не зависит от вида распределения скорости $u(x)$. Таким образом, конечная ширина выводов не является препятствием для измерений как для плоского, так и для углового датчика, а также для их комбинации.

Решение уравнения (11) при заданном распределении пространственного заряда в плоской геометрии

$$\rho = \varepsilon_0 B \tilde{y} \frac{d^2 u}{dx^2}$$

имеет вид [14]

$$\psi(x, \tilde{y}) = -\frac{B}{4\pi} \int \xi \ln((\xi - \tilde{y})^2 + (\eta - x)^2) \times \frac{d^2 u}{d\eta^2} d\xi d\eta. \quad (12)$$

После однократного интегрирования по продольной координате η имеем

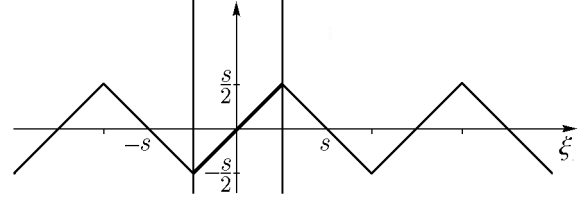


Рис. 9. Распространение функции $f(\xi) = \xi$ за границей проводника

$$\psi(x, \tilde{y}) = \frac{B}{2\pi} \int \xi \frac{\eta - x}{(\xi - \tilde{y})^2 + (\eta - x)^2} \times \frac{du}{d\eta} d\xi d\eta. \quad (13)$$

В выражении (13) интегрирование по η распространяется на область пространственного заряда (в которой изменяется скорость u). Для выполнения условий на горизонтальных (см. рис. 8) границах датчика следует распространить интегрирование по поперечной координате на всю ось ξ , дополнив заряды в физической области зарядами-изображениями в границах, как показано на рис. 9.

Изображенную на рис. 9 функцию можно представить в виде

$$\xi \Rightarrow f(\xi) = \frac{4s}{\pi^2} \left(\sin\left(\frac{\pi\xi}{s}\right) - \frac{1}{9} \sin\left(\frac{3\pi\xi}{s}\right) + \frac{1}{25} \sin\left(\frac{5\pi\xi}{s}\right) \dots \right).$$

Потенциал ψ запишем в виде

$$\psi(x, \tilde{y}) = \frac{B}{2\pi} \int (\eta - x) \frac{du}{d\eta} d\eta \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi) d\xi}{(\xi - \tilde{y})^2 + (\eta - x)^2}. \quad (14)$$

Интеграл по ξ вычисляется точно. Согласно [15]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(k\pi\xi/s) d\xi}{(\xi - \tilde{y})^2 + (\eta - x)^2} = \pi \frac{\sin(k\pi\tilde{y}/s)}{\sqrt{(\eta - x)^2}} \exp(-k\pi\sqrt{(\eta - x)^2}/s).$$

Рассмотрим потенциал ψ в пределах выводов 3, 4 углового датчика впереди ударной волны (при $x > Dt$). Для простоты предположим, что датчик за ударной волной мгновенно

разгоняется до конечной скорости U , так что $\frac{du}{d\eta} = -U\delta(\eta - Dt)$. Тогда

$$\psi(\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{2BU s}{\pi^2} \left(\sin\left(\frac{\pi\tilde{y}}{s}\right) \exp\left(-\frac{\pi\tilde{x}}{s}\right) - \frac{1}{9} \sin\left(\frac{3\pi\tilde{y}}{s}\right) \exp\left(-\frac{3\pi\tilde{x}}{s}\right) \dots \right),$$

где $\tilde{x} = x - Dt$. Достаточно ограничиться наиболее медленно спадающим слагаемым:

$$\psi(x, \tilde{y}) = \frac{2BU s}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi\tilde{y}}{s}\right) \exp\left(-\frac{\pi(x - Dt)}{s}\right).$$

Уже при удалении от фронта волны на расстояние s максимальное значение ψ не превосходит

$2BU s \exp(-\pi)/\pi^2 = 0.0088BU s$, т. е. ошибка в худшем случае составляет доли процента от измеряемой величины BUL . Размазывание области разгона датчика еще уменьшит значения ψ впереди фронта волны.

При $x < Dt$ потенциал ψ имеет обратный знак и также спадает с удалением от фронта (следует заменить $x - Dt \rightarrow Dt - x$). Отметим, что решение (15) не учитывает граничных условий на перекладине, но быстрое спадание ψ позволяет пользоваться этой оценкой ошибки уже при $Dt \simeq s$. Для плоской части датчика ошибки измерений тем более несущественны, так как область изменения скорости удалена на макроскопическое расстояние r от перекладины и наружные выводы всегда можно сделать достаточно длинными.

Поступила в редакцию 28.09.2022.

После доработки 02.11.2022.

Принята к публикации 14.12.2022.