

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ
НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ

С. С. Моисеев

(Новосибирск)

1. Развитие теории устойчивости магнитного удержания плазмы в последние годы шло, в частности, по пути учета влияния диссипативных факторов на характер неустойчивых колебаний (см., например, [1-2]). Это привело к обнаружению ряда опасных неустойчивостей, отсутствующих в среде без диссипации. Так, в [3] было показано, что с учетом электрон-ионного трения в неоднородной плазме возникает неустойчивость (так называемая дрейфово-диссипативная), которая может вызывать аномальную диффузию Бома [4] с коэффициентом

$$D \sim cT_0 / eH_0 \quad (1.1)$$

Здесь c — скорость света в вакууме, H_0 — напряженность магнитного поля, T_0 — температура плазмы, e — заряд электрона.

Полученный результат позволил объяснить ряд экспериментов, где наблюдалась диффузия Бома (по этому поводу см. [2]). В то же время экспериментальные данные показывают, что диффузия Бома наблюдается в более широких пределах, чем это следует из теории дрейфово-диссипативной неустойчивости (см., например, [5]).

Существенную роль в развитии дрейфово-диссипативной неустойчивости играют поперечные по отношению к H_0 ионные токи (в частности, дрейф ионов за счет их инерции). Продольное движение ионов при исследовании этой неустойчивости не учитывается. Вместе с тем, с ростом k_z / k_\perp (k_z — проекция волнового вектора \mathbf{k} на направление магнитного поля, k_\perp — соответственно проекция \mathbf{k} в перпендикулярном направлении) ситуация может измениться, и продольное движение ионов окажется более существенным. Это особенно относится к диапазону частот $\omega \leq k_z v_{Ti}$ (v_{Ti} — тепловая скорость ионов). Причем речь идет, вообще говоря, о длинноволновых возмущениях в направлении, перпендикулярном H_0 , т. е. о возмущениях, которые могут приводить к большой диффузии в случае развития неустойчивости.

Подчеркнем, что исследование устойчивости плазмы в диапазоне частот $\omega \leq k_z v_{Ti}$ имеет важное значение в связи с вопросом об эффективности использования установок с перекрещенными силовыми линиями [6].

Следует заметить, что в ряде работ (см., например, [7]) предполагалась повышенная устойчивость плазмы в указанной области частот.

Выше было отмечено, что электрон-ионное трение приводит в неоднородной плазме к дрейфово-диссипативной неустойчивости. При этом имелась в виду та часть трения, которая зависит от средней относительной скорости между электронами и ионами или, иначе говоря, от плотности тока \mathbf{j} . Вместе с тем, трение между электронами и ионами в плазме возникает также при наличии градиента электронной температуры (так называемая термосила — см. [8]). Как известно, термосила возникает из-за того, что на «подогретые» электроны действует меньшая сила трения, чем на более холодные. Влияние термосилы на устойчивость плазмы изучено мало. Поскольку термосила связана с градиентом электронной температуры, то ясно, что ее роль определяется характером температурных возмущений в плазме. Проведенное ниже рассмотрение показывает, что последовательный учет продольного движения электронного и ионного газов приводит к необходимости учитывать возмущение электродной и ионной температур, даже если начальная температура плазмы однородна.

2. Перейдем к выводу дисперсионного уравнения в интересующем нас приближении. Будем рассматривать потенциальные возмущения ($\text{rot } \mathbf{E} = 0$; \mathbf{E} — электрическое поле возмущения). Считая начальные параметры плазмы медленно меняющимися, выберем возмущения в виде

$$\sim \exp(i\omega t + ik_y y + ik_z z)$$

Будем пренебрегать инерционным дрейфом ионов, а также конечностью ларморовского радиуса ионов, но учтем их продольное движение. Уравнение сохранения заряда при сделанных предположениях принимает вид

$$v_{ze} - v_{zi} = 0 \quad (2.1)$$

Здесь v_{ze} , v_{zi} — продольные возмущенные скорости электронов и ионов, соответственно.

Для дальнейшего понадобятся еще уравнения

$$i\omega M v_{zi} n_0 = sik_z n_0 T_e + en_0 E_z - ik_z n_0 T_i - ik_z n T_0 - \frac{4}{3} k_z^2 T_0 n_0 v_{zi} / v_{i/i} \quad (2.2)$$

$$(1 + s) ik_z n_0 T_e - ik_z n T_0 - en_0 E_z = 0 \quad (2.3)$$

$$i\omega n + c E_y n_0' / H_0 + ik_z v_{ze} n_0 = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{3}{2} i\omega T_e + iT_0 k_z v_{ze} = -\chi_e k_z^2 T_e - 3v_{i/e} (T_e - T_i) \quad (2.5)$$

$$\frac{3}{2} i\omega T_i + iT_0 k_z v_{zi} = -\chi_i k_z^2 T_i + 3v_{i/e} (T_e - T_i) \quad (2.6)$$

$$v_{xe} = c \frac{E_y}{H_0} + ik_y \frac{c}{eH_0} \left(T_e + T_0 \frac{n}{n_0} \right) \quad (2.7)$$

$$v_{xi} = c \frac{E_y}{H_0} - ik_y \frac{c}{eH_0} \left(T_i + T_0 \frac{n}{n_0} \right) \quad (2.8)$$

$$s = 0.71, \quad n_0' = \frac{dn_0}{dx}, \quad \omega_i = k_y \frac{cT_0 n_0'}{eH_0 n_0}$$

Здесь (2.2), (2.3) — соответственно уравнения движения ионов и электронов вдоль \mathbf{H}_0 ; (2.4) — уравнение непрерывности электронов; (2.5), (2.6) — соответственно уравнения теплового баланса для электронов и ионов; M — масса ионов; n , T_e , T_i — возмущения плотности, электронной и ионной температуры соответственно; $n_0(x)$ — начальная плотность плазмы; T_0 — начальная температура плазмы, предполагаемая однородной; χ_e , χ_i — соответственно коэффициенты теплопроводности электронов и ионов вдоль \mathbf{H}_0 , отнесенные к одной частице; $v_{i/i}$ — частота ион-ионных столкновений (в уравнении (2.2) учтен член, пропорциональный $v_{i/i}^{-1}$, возникающий из продольной компоненты тензора вязкости ионов); $v_{i/e}^{-1}$ — время обмена теплом между электронами и ионами¹. Уравнения (2.7) и (2.8) — соответственно выражения для скорости электронов и ионов вдоль неоднородности. В написанных выше уравнениях учтена также термосила, играющая здесь особую роль в (2.2) и (2.3) — это члены, пропорциональные s .

Уравнения (2.1) — (2.8) приводят к следующему дисперсионному уравнению

$$\frac{\frac{3}{2}\omega(1 - \frac{4}{3}ik_z^2 v_{Ti}^2 / v_{i/i}\omega)}{k_z^2 v_{Ti}^2} (\omega - \omega_i) \left\{ \left(\omega - \frac{2}{3} i\chi_e k_z^2 \right) \left(\omega - 2iv_{i/e} - \frac{2}{3} i\chi_i k_z^2 \right) - \right. \\ \left. - 2iv_{i/e}\omega - \frac{4}{3} v_{i/e}\chi_i k_z^2 \right\} = 5\omega^2 + \omega \left\{ 2s\omega_i - \frac{8}{3} ik_z^2 \chi_e - 20iv_{i/e} \right\} - \\ - 4v_{i/e}\chi_e k_z^2 - \frac{4}{3} \chi_i \chi_e k_z^4 + \frac{2}{3} i\chi_e k_z^2 \omega_i - 8is\omega_i v_{i/e} \quad (2.9)$$

¹ На необходимость учитывать обмен теплом между электронами и ионами обратил внимание автора Б. Б. Кадомцев.

Рассмотрим случай $\omega \ll k_z v_{Ti}$. Тогда из уравнения (2.9) имеем

$$\begin{aligned} 5\omega^2 + \omega \left\{ 2s\omega_i - \frac{8}{3} ik_z^2 \chi_e - 20i v_{i/e} \right\} - 4v_{i/e} \chi_e k_z^2 - \\ - \frac{4}{3} \chi_i \chi_e k_z^4 + \frac{2}{3} i \chi_e k_z^2 \omega_i - 8is\omega_i v_{i/e} + \\ + i \frac{\omega^2 \chi_e k_z^2}{k_z^2 v_{Ti}^2} (\omega - \omega_i) + \frac{2\omega (\omega - \omega_i) v_{i/e} \chi_e k_z^2}{k_z^2 v_{Ti}^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Неустойчивое решение (2.10) имеет вид

$$\text{Im } \omega \sim {}^2/9 (8sv_{i/e} - {}^2/3 \chi_e k_z^2) \quad (\omega_i > \chi_e k_z^2 \sim v_{i/e} \sim k_z v_{Ti}) \quad (2.11)$$

В случае $\omega_i > \omega$ из (2.9) вытекает существование следующей неустойчивости:

$$\begin{aligned} \text{Im } \omega \sim \sqrt{s} k_z v_{Ti}, \quad \text{Re } \omega \sim k_z^2 v_{Ti}^2 / \omega_i \quad (\chi_e k_z^2 \ll k_i v_{Ti}) \\ \text{Im } \omega \sim sv_{Ti}^2 / \chi_e \quad (\chi_e k_i^2 \sim k_z v_{Ti}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Неустойчивость (2.12) существует также при холодных ионах.

Обратим внимание, что полученные здесь неустойчивости плохо стабилизируются перекрещенностью силовых линий магнитного поля, поскольку они охватывают диапазон частот $\omega \ll k_z v_{Ti}$. Характерной особенностью развивающегося неустойчивого режима является тепловое расширение плазмы.

3. Попробуем теперь проанализировать по известным в настоящее время результатам, когда в плазме, рассматриваемой в приближении двухжидкостной гидродинамики, возможно развитие аномальной диффузии Бома. Для простоты будем считать $T_0 = \text{const}$. Как известно (см., например, [2]), если $\text{Im } \omega \sim \omega_i$ и при этом размер турбулентных пульсаций — порядка поперечных размеров системы, то коэффициент аномальной диффузии плазмы за счет развивающейся неустойчивости может стать порядка бомовского. Обратим внимание, что если $k_z v_{Ti}$ оказывается порядка $\omega^\circ = r^{-2} cT_0 / lH_0$ (r — характерный поперечный размер), то, как следует из (2.12), данная неустойчивость приводит к диффузии Бома. Здесь сделано то естественное допущение, что в турбулентном режиме $k_x \sim k_y$, а размер турбулентных пульсаций может достигнуть поперечных размеров системы, поскольку рассматриваемый неустойчивый режим развивается также и для таких пульсаций. При этом следует иметь в виду, что необходимо также выполнение условия $\chi_e k_z^2 \ll k_z v_{Ti}$, которое можно записать в виде

$$k_z \lambda_e \sqrt{M/m} < 1 \quad (3.1)$$

Здесь λ_e — длина свободного пробега электронов, m — масса электронов.

Как показано в [3], дрейфово-диссипативная неустойчивость приводит к диффузии Бома, если $\omega^\circ \sim \omega_s$, где

$$\omega_s = (k_z / k_y)^2 \omega_{ne} \omega_{ni} / v_e \quad (3.2)$$

Здесь ω_{ne} , ω_{ni} — ларморовские частоты электронов и ионов соответственно, v_e — частота электрон-ионных соударений. В данном случае также $k_y \sim 2\pi / r$.

В обычных экспериментальных условиях ω_s — весьма большая величина. Сравнивая ω_s и $\chi_e k_z^2$, видим, что условие $\omega_s \gg \chi_e k_z^2$ дает

$$k_y v_{Ti} / \omega_{ni} \ll 1 \quad (3.3)$$

Поэтому можно представить себе следующие возможности развития диффузии Бома в плазменных установках в зависимости от значений параметра ω° . Для достаточно больших значений ω_B когда достигнуто условие $\omega^\circ \sim \omega_s$, диффузия Бома возникает за счет развивающейся дрейфово-диссипативной неустойчивости. С уменьшением ω_B , если возможно выполнение (3.1), диффузия Бома обязана неустойчивости (2.12.)

Отметим, что результаты данной работы и [3] позволяют, например, объяснить наблюдавшуюся в [5] аномальную диффузию Бома.

Если условие (3.1) не выполнено, то, кроме дрейфово-диссипативной неустойчивости, к диффузии Бома может приводить также неустойчивость разреженной плазмы, развивающаяся при весьма больших значениях дрейфовой частоты $\omega_z = k_z k_y^{-1} \cdot \sqrt{M/m} \omega_{ni}$ (см. [1]).

В заключение обратим еще внимание на возможность следующего эффекта при наличии кривизны силовых линий. Как отмечалось выше, одной из причин дрейфово-диссипативных неустойчивостей являются силы трения, направленные вдоль \mathbf{H}_0 и приводящие к сдвигу фазы между действующими на плазму силами и движением.

Рассмотрим частицу, движущуюся со скоростью $u_{\parallel 1}$ вдоль силовой линии магнитного поля с радиусом кривизны R . В системе отсчета, где частица вдоль силовой линии не движется, на нее, в частности, действует сила Кориолиса, пропорциональная угловой скорости вращения системы отсчета u_{\parallel} / R и скорости относительного движения частицы поперек \mathbf{H}_0 . Поскольку эта сила, подобно силе трения, пропорциональна u_{\parallel} , то она может приводить к возникновению аналогичных неустойчивостей.

Так, в дрейфовом приближении в уравнении для средней продольной скорости ионов u_{\parallel} появляется сила $f = -Mu_{\parallel} n_0 (\mathbf{h}, (\mathbf{h} \nabla) \mathbf{w}_F)$ (см., например, [9]); здесь \mathbf{h} — единичный вектор вдоль магнитного поля, \mathbf{w}_F — скорость дрейфа ионов за счет силы F , имеющей проекцию на бинормаль к силовой линии). Эта сила приводит к возможности возникновения неустойчивости с $\text{Im} \omega \sim w_F / R$. Если в качестве w_F взять скорость электрического дрейфа, соответствующую электрическим потенциалам в плазме с энергией порядка тепловой ($w_F \sim v_{Ti}^2 / \omega_{ni} r$), то видим, что появляется возможность аномального ухода частиц с коэффициентом диффузии $D \sim rR^{-1} cT_0 / eH_0$. Для достаточно крутых тороидальных систем ($r \leq R$) эта диффузия мало отличается от бомовской.

В заключение автор благодарит А. А. Галева, Б. Б. Кадомцева, А. Б. Михайловского, Р. З. Сагдеева за ценное обсуждение ряда результатов данной работы.

Поступила 6 VI 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Ка дом цев Б. Б. Турбулентность плазмы. Сб. «Вопросы теории плазмы», т. 4, Атомиздат, 1964.
2. Га лее в А. А., Мо и сее в С. С., Са г дее в Р. З. Теория устойчивости неоднородной плазмы и аномальная диффузия. Атомная энергия, 1963, т. 15, № 6.
3. Мо и сее в С. С., Са г дее в Р. З. О коэффициенте диффузии Бома. Ж. эксперимент. и теорет. физ., 1963, т. 44, № 2, стр. 763.
4. In th r i e A., W a k e r l i n g R. K. The Characteristics of Electrical Discharge in Magnetic Field. N. Y., 1949.
5. S t o d i e k W., I r o v e D. J., K e s s l e r I. O. Plasma Confinement in Low-Density Stellarator Discharges. Plasma Physics and controlled nuclear fusion research Proc. of a Conference on Plasma Physics and controlled nuclear fusion research held by the Internat. atomic energy agency at Culham, 6.X.1965, Vienna, Internat. atomic energy agency, 1966.
6. Ка дом цев Б. Б., По г у ц е О. П. Неустойчивость и связанные с ней макроскопические эффекты в тороидальных разрядах. Материалы Международной конф. по термоядерным исследованиям, Калэм 1965.
7. K r a l l N. A., R o s e n b l u t h M. N. Universal Instability in Complex Fields Geometries, Phys. Fluids, 1965, vol. 8, p. 1488.
8. Бра г и н с к и й С. И. Явления переноса в плазме. Сб. «Вопросы теории плазмы», т. 1, Атомиздат, 1963.
9. Ру да ков Л. И., Са г дее в Р. З. О квазигидродинамическом описании разреженной плазмы. Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. III. Изд-во АН СССР, 1958, стр. 268.