

УДК 622.272

**О ВЫБОРЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ
ДЛЯ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД**

С. М. Ши, Б. Г. Лиу, Ю. Ю. Сян, Ю. Ци

*Школа гражданского строительства, Пекинский транспортный университет,
E-mail: snsxm66@gmail.com, 100044, г. Пекин, Китай*

На основании лабораторных экспериментов и результатов регрессионного анализа предложен метод выбора эквивалентных материалов для физического моделирования различных процессов и объектов, связанных с массивом горных пород. Для реализации данного метода разработан программный комплекс Python. Полученные результаты исследований подтверждают эффективность и целесообразность используемого метода.

Физическое моделирование, горная порода, эквивалентный материал, независимые критерии, регрессионный анализ

DOI: 10.15372/FTPRPI20180607

Несмотря на широкое применение численных методов расчета, физическое моделирование также играет важную роль в геотехнике и горном деле [1 – 3]. Физическое моделирование горных процессов и объектов с помощью эквивалентных материалов может обеспечить прямой доступ к изучению геологических и геотехнических явлений. Как отмечали Харрис и Сабнис [4], полномасштабные эксперименты являются более дорогими и трудоемкими процессами, а также требуют большого количества дублирующих опытов с необходимым количеством измерений. Основная сложность физического моделирования с учетом масштабного фактора заключается в правильном выборе эквивалентных материалов, обеспечивающих корректное соответствие процессов, протекающих в модели и в натуре.

Материалы для моделирования горных пород получили различные названия, например: породоподобные, аналоговые, эквивалентные, синтетические и т. д. В Китае общепринято называть такие материалы эквивалентными [5 – 9].

В период развития физического моделирования в основном использовались такие материалы, как бетон, штукатурный гипс, резина, пластмасса и желатин [10]. Синтетическая мягкая горная порода, известная как Джонстоун, была разработана Джонстоуном и Чой [11]. В [12] предложена синтетическая мягкая горная порода, состоящая из гипсового цемента, мелкого песка и воды. В настоящее время для физического моделирования процессов, протекающих в массиве горных пород, наибольшее распространение получили эквивалентные материалы, состоящие из кварцевого песка и барита, скрепленные цементом или гипсом (известью). Составы и свойства данных материалов известны и хорошо изучены [13].

Однако из-за требования подобия физических и механических свойств эквивалентных материалов горным породам, изготовление образцов из эквивалентных материалов занимает много времени. Выбор эквивалентного материала, позволяющего корректно моделировать натурные процессы или объекты, требует проведения многочисленных испытаний.

В данной работе физические и механические свойства эквивалентных материалов разных составов определялись лабораторными испытаниями по независимым критериям. Для проведения корректного физического моделирования предложен метод выбора эквивалентных материалов. Для его реализации разработан программный комплекс Python, который значительно упрощает выбор эквивалентных материалов для эксперимента моделирования горных пород при выполнении.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Материалы. Компоненты эквивалентных материалов можно разделить на связующие материалы, заполнители и добавки. Например, цемент, гипс и известь — недорогие и безвредные материалы, близкие к горным породам, широко применяются как связующие. Кварцевый песок — наиболее распространенный заполнитель, а барит используется для изменения плотности. Регулирование схватывания составов при изготовлении эквивалентных материалов осуществляется необходимым количеством буры. Основные виды сырьевых компонентов и их параметры, используемые в предлагаемом исследовании, приведены на рис. 1 и в табл. 1.



Рис. 1. Компоненты эквивалентных материалов

Механические характеристики цемента, гипса и извести хорошо изучены и приведены в табл. 2 [14]. Однако свойства эквивалентных материалов в значительной степени зависят от связующих, поэтому для выполнения физического моделирования разработаны два типа эквивалентных материалов: Li-Gy — материал, скрепленный известью и гипсом; Се-Gy — материал, скрепленный цементом и гипсом.

Независимые критерии. Основным преимуществом метода независимых критериев является существенное сокращение количества испытаний. С его помощью изучены многие эквивалентные материалы [15, 16]. В качестве факторов влияния выбраны следующие параметры: A/B — относительная масса заполнителей и связующих материалов, V_a/A — массовая доля барита в заполнителях, Li/B (Se/B) — процент массы извести (или цемента) в связующих. Данные параметры характеризуют состав эквивалентных материалов.

ТАБЛИЦА 1. Характеристика компонентов сырья

Сырье	Основные компоненты	Размер частиц, мм	Плотность, г/см ³
Заполнители:			
кварцевый песок / желтый и белый	SiO ₂ > 95 %	0.5 ~ 1	2
баритовый порошок / серо-черный	Барит натрия > 95 %	0.5 ~ 1	4.0
Добавки:			
бура (белый кристаллический)	Тетраборат > 99.5 %		
Связующие:			
цемент	Портландцемент		
гипс	Кальцинированный гипсовый порошок		
известь	Густой известковый порошок		

ТАБЛИЦА 2. Механические свойства цемента, гипса и извести

Связующие	Предел прочности при сжатии σ_c , МПа	Предел прочности при растяжении σ_t , МПа	Отношение σ_t / σ_c
Портландцемент	30	1.8	1/16.5
Строительный гипс	5	1.25	1/4
Известь	0.075	0.0054	1/13

Основными физико-механическим свойствами горных пород являются плотность, предел прочности на одноосное сжатие и модуль упругости. Исходя из теории подобия, соотношение одноименных величин есть постоянные числа:

$$\rho = \rho_0 / C_\rho, \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma_0 / C_\sigma, \quad (2)$$

$$E = E_0 / C_E, \quad (3)$$

где ρ_0 , σ_0 и E_0 — плотность, предел прочности на одноосное сжатие и модуль упругости горной породы; ρ , σ и E — плотность, предел прочности на одноосное сжатие и модуль упругости эквивалентных материалов; C_ρ , C_σ и C_E — масштабы моделирования плотности, предела прочности на одноосное сжатие и модуля упругости.

Приведенные физико-механические характеристики рассматривались в качестве показателей подобия и независимых критериев в модели и натуре. Факторы и показатели независимых критериев представлены в табл. 3. Для разработанных эквивалентных материалов Li-Gy и Se-Gy проведены две серии экспериментов. Для материала Li-Gy параметры A/B , Li/B и V_a/A выбраны в качестве конструктивных факторов независимых критериев. Выполнено 16 экспериментов. В табл. 4 приведены уровни и факторы выполненных экспериментов. При этом расход воды составил 10 % от общего веса, а концентрация буры в воде — 1 %.

ТАБЛИЦА 3. Факторы и показатели независимых критериев

Параметр	Описание
Фактор: A/B Ba/A Li/B (или Ce/B)	Соотношение массы заполнителя и связующих Массовая доля барита в заполнителях Массовая доля извести (или цемента) в связующих
Показатель: ρ σ E	Плотность эквивалентного материала Предел прочности на одноосное сжатие эквивалентных материалов Модуль упругости эквивалентного материала

ТАБЛИЦА 4. Независимый расчет уровней и факторов влияния

Уровень	Фактор		
	A/B	Li/B (или Ce/B), %	Ba/A , %
1	2:1	20	20
2	4:1	40	40
3	6:1	60	60
4	8:1	80	80

В табл. 5 представлены значения факторов влияния в каждом эксперименте.

ТАБЛИЦА 5. Значения факторов влияния

Номер эксперимента	A/B	Li/B (или Ce/B), %	Ba/A , %
1	2:1	20	20
2		40	40
3		60	60
4		80	80
5	4:1	20	40
6		40	20
7		60	80
8		80	60
9	6:1	20	60
10		40	80
11		60	20
12		80	40
13	8:1	20	80
14		40	60
15		60	40
16		80	20

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Образцы цилиндров (диаметр 50 мм и высота 100 мм) были подготовлены в соответствии с составами, указанными в табл. 5. Определение предела прочности на одноосное сжатие и модуля упругости эквивалентных материалов осуществлялось на прессе (рис. 2). Результаты испытаний представлены в табл. 6.

Анализ диапазона полученных значений — это статистический метод определения чувствительности факторов к результатам эксперимента по данным независимого исследования. Диапазон значений рассчитывается как расстояние между предельными значениями данных. Чем больше диапазон, тем более чувствителен фактор. Результаты анализа диапазона значений физико-механических свойств Li-Gy материалов представлены в табл. 7. На рис. 3 показано влияние различных составов на свойства материалов (изменения свойств эквивалентных материалов с различными факторами).

Эксперименты продемонстрировали, что все три фактора оказали влияние на свойства эквивалентных материалов. Установлено, что соотношение Ba/A оказывает существенное влияние на плотность и меньше на предел прочности при сжатии и на модуль упругости. При этом с увеличением A/B и Li/B предел прочности на одноосное сжатие и модуль упругости уменьшаются.

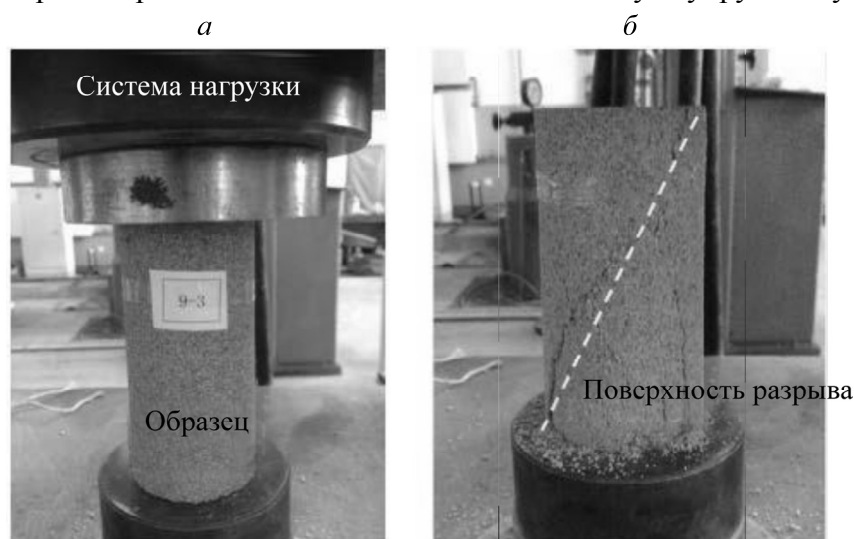


Рис. 2. Определение предела прочности на одноосное сжатие и модуля упругости эквивалентных материалов: образец до разрушения (а) и после него (б)

ТАБЛИЦА 6. Результаты испытаний

Номер эксперимента	Плотность ρ , г/см ³	Предел прочности на одноосное сжатие σ , МПа	Модуль упругости E , МПа
1	1.79	5.06	800.56
2	2.00	4.72	755.85
3	2.13	3.70	630.62
4	2.19	2.69	546.69
5	1.98	2.16	453.01
6	1.80	1.54	397.25
7	2.12	2.34	430.50
8	2.12	1.41	364.70
9	1.96	2.20	425.71
10	2.10	1.80	369.49
11	1.91	0.73	229.97
12	1.95	0.37	206.68
13	2.10	1.55	323.57
14	2.01	0.83	225.21
15	1.89	0.63	200.07
16	1.88	0.25	185.83

ТАБЛИЦА 7. Анализ диапазона значений физико-механических свойств Li-Gy материалов

Уровень	Плотность ρ , г/см ³			Предел прочности на одноосное сжатие σ , МПа			Модуль упругости E , МПа		
	A/B	Li/B	Ba/A	A/B	Li/B	Ba/A	A/B	Li/B	Ba/A
1	2.027	1.958	1.845	4.043	2.743	1.895	683.43	500.712	403.403
2	2.005	1.978	1.955	1.863	2.223	1.970	411.365	436.95	403.903
3	1.980	2.013	2.055	1.275	1.850	2.035	307.962	372.79	411.56
4	1.970	2.035	2.127	0.815	1.180	2.095	233.67	325.975	417.563
Диапазон значений	0.057	0.077	0.282	3.230	1.563	0.200	449.760	174.737	14.160

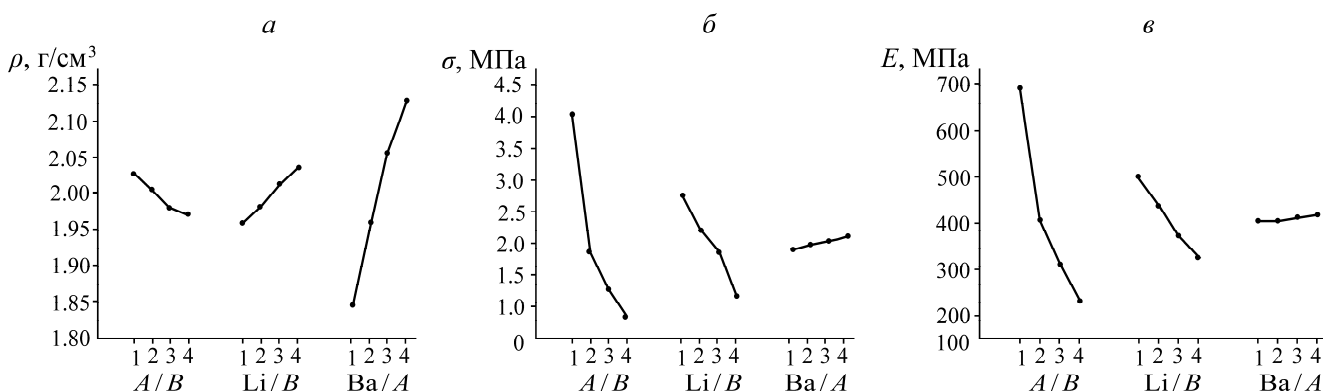


Рис. 3. Влияние состава Li-Gy материала на плотность (а), предел прочности на одноосное сжатие (б), модуль упругости (в)

Количественные соотношения между факторами A/B, Li/B и Ba/A и свойствами эквивалентных материалов получены методом множественной линейной регрессии:

$$\begin{aligned}
 \rho &= 1.74 - 0.01X_1 + 0.13X_2 + X_3, \\
 \sigma &= 5.67 - 0.51X_1 - 2.53X_2 + 0.33X_3, \\
 E &= 906.84 - 72.63X_1 - 294.19X_2 + 25.07X_3,
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

где $X_1 = A/B$ ($0 < X_1 \leq 8$), $X_2 = Li/B$ ($0 \leq X_2 \leq 1$), $X_3 = Ba/A$ ($0 \leq X_3 \leq 1$).

В табл. 8 представлены результаты испытаний Се-Gy материалов, а в табл. 9 — анализ диапазона значений данных материалов. На рис. 4 показано изменение свойств эквивалентных материалов Се-Gy при различных факторах. Установлено, что факторы Ba/A и Се/B имеют меньшее влияние на значения σ и E , чем фактор A/B, а влияние фактора Се/B не столь значительно.

Количественное соотношение между факторами A/B, Се/B, и Ba/A и свойствами эквивалентных материалов Се-Gy выражается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
 \rho &= 1.85 - 0.03X_1 + 0.06X_2 + 0.36X_3, \\
 \sigma &= 6.05 - 0.75X_1 + 1.08X_2 + 0.38X_3, \\
 E &= 1018.87 - 112.59X_1 + 176.67X_2 + 71.53X_3,
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

где $X_1 = A/B$ ($0 < X_1 \leq 8$), $X_2 = Се/B$ ($0 \leq X_2 \leq 1$), $X_3 = Ba/A$ ($0 \leq X_3 \leq 1$).

ТАБЛИЦА 8. Результаты независимых испытаний

Номер эксперимента	Плотность ρ , г/см ³	Предел прочности на одноосное сжатие σ , МПа	Модуль упругости E , МПа
1	1.88	5.18	870.84
2	1.96	5.65	956.98
3	2.05	6.05	1003.12
4	2.13	6.49	1089.26
5	1.89	2.66	587.77
6	1.83	3.05	610.20
7	2.06	3.15	650.05
8	2.00	3.25	672.48
9	1.90	1.90	354.70
10	1.99	1.92	380.85
11	1.78	2.22	435.56
12	1.87	2.31	451.70
13	1.92	1.02	291.64
14	1.86	1.15	302.06
15	1.80	1.20	310.49
16	1.74	1.30	312.92

ТАБЛИЦА 9. Анализ диапазона физико-механических свойств Се-Гу материалов

Уровень	Плотность ρ , г/см ³			Предел прочности на одноосное сжатие σ , МПа			Модуль упругости E , МПа		
	A/B	Ce/B	Ba/A	A/B	Ce/B	Ba/A	A/B	Ce/B	Ba/A
1	2.005	1.897	1.808	5.842	2.690	2.938	980.050	526.238	557.380
2	1.945	1.910	1.880	3.027	2.942	2.955	630.125	562.526	576.735
3	1.885	1.922	1.952	2.087	3.155	3.088	405.702	599.805	583.090
4	1.830	1.935	2.025	1.167	3.338	3.145	304.278	631.590	602.950
Диапазон значений	0.175	0.038	0.217	4.675	0.648	0.207	675.772	105.352	45.570

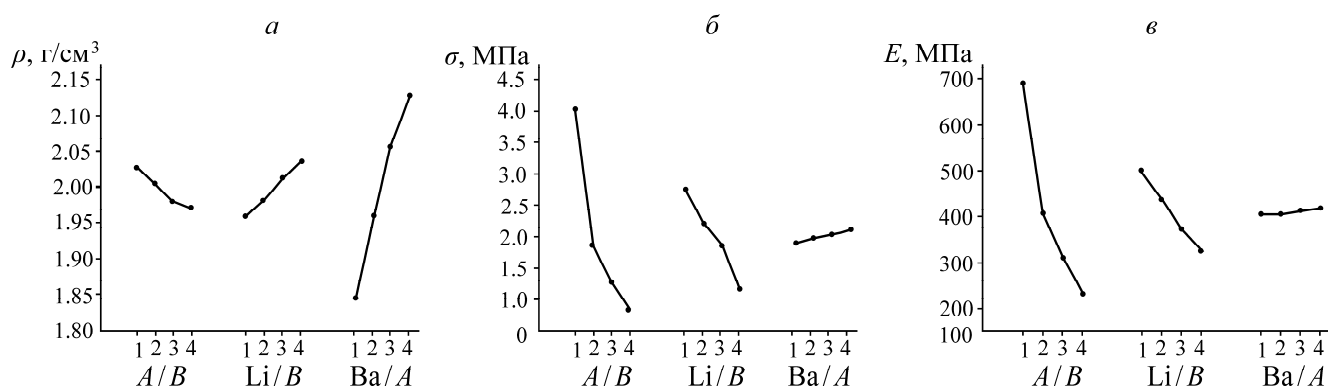


Рис. 4. Влияние состава Се-Гу материала на плотность (а), предел прочности при сжатии (б) и модуль упругости (в)

МЕТОД ВЫБОРА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

При физическом моделировании тип горной породы определяется параметрами ρ_0 , σ_0 и E_0 . Основанные на теории подобия, характеристики ρ , σ и E эквивалентных материалов могут быть установлены с помощью выражений (1)–(3).

Согласно полученным результатам (табл. 6 и 8), определены границы применения эквивалентных материалов при выполнении физического моделирования для материала Li-Gy — $\sigma \leq 1$ МПа, $E \leq 300$ МПа; для Се-Gy — $\sigma \geq 5$ МПа, $E \geq 800$ МПа. Физико-механические свойства пород в зависимости от масштаба подобия согласно [13] показаны в табл. 10.

В сочетании с результатами испытаний в данной работе доказано, что эквивалентные материалы подходят для имитации распространенных типов горных пород в различных масштабах подобия.

ТАБЛИЦА 10. Свойства распространенных горных пород в зависимости от масштаба подобия, МПа

Масштаб подобия	Мягкая порода		Порода средней твердости		Твердая порода	
	σ	E	σ	E	σ	E
1:20	0.51–1.36	440–580	1.36–2.72	580–850	2.72–5.10	850–1530
1:40	0.26–0.68	220–290	0.68–1.36	290–430	1.36–2.55	430–770
1:100	0.1–0.27	90–110	0.27–0.54	110–170	0.54–1.02	170–310

Теоретически, после выбора связующих материалов, составы $X_1 = A/B$, $X_2 = Ce/B$ и $X_3 = Ba/A$ можно рассчитать, подставив ρ , σ и E в (4) или (5). Однако расчеты могут быть неверными из-за ограниченного диапазона допустимых решений ($0 < X_1 \leq 8$, $0 \leq X_2 \leq 1$, $0 \leq X_3 \leq 1$). Поэтому в большинстве случаев необходимо искать оптимальное, а не точное решение.

Для выбора типа связующих компонентов и определения оптимального состава эквивалентного материала разработан программный комплекс Python, в основе которого лежит алгоритм, построенный в соответствии с эмпирическими уравнениями регрессии (4) и (5). Блок-схема алгоритма программного комплекса Python представлена на рис. 5.

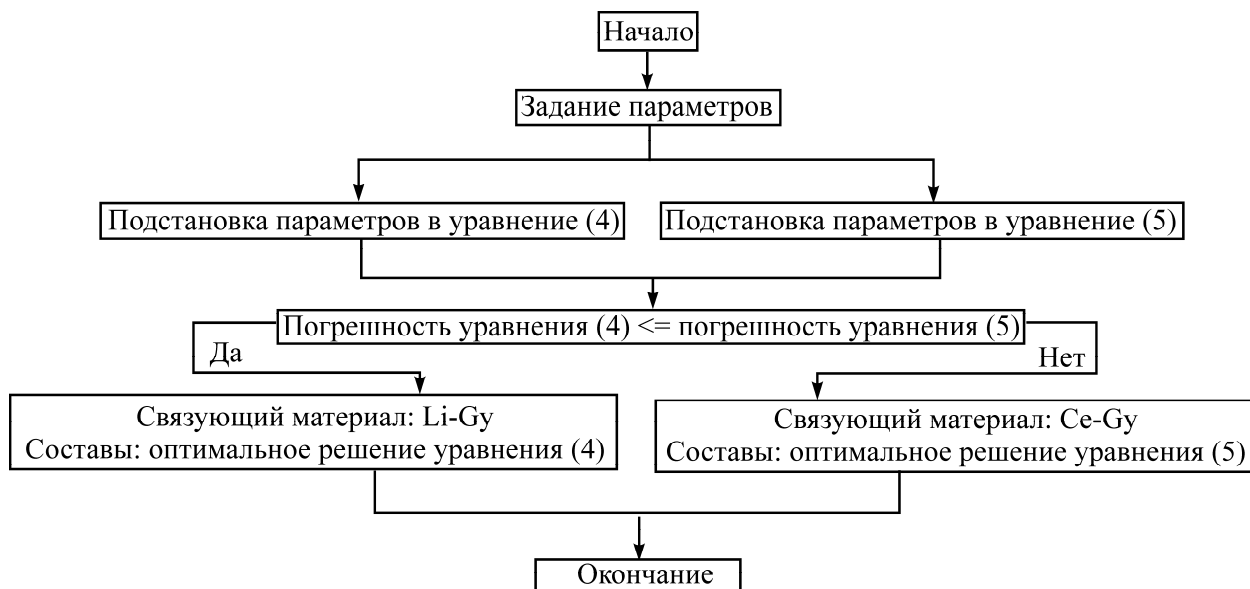


Рис. 5. Блок-схема алгоритма Python

Алгоритм предусматривает следующие действия.

Вводятся значения ρ , σ и E эквивалентных материалов, которые затем подставляются в уравнение (4) и (5) соответственно, чтобы найти оптимальные решения. Для получения оптимального решения используется перебор возможных значений X_1 , X_2 , X_3 . Длина шага X_1 — 0.1, диапазон от 0 до 8. Длина шага X_2 и X_3 — 1 %, диапазон от 0 до 100 %. Оптимальное решение дает минимальную сумму квадратов процентной погрешности между параметрами иско-

мого и фактического эквивалентного материала. Далее проводится сравнение минимальной суммы квадратов процентной погрешности уравнения (4) с суммой квадратов уравнения (5). Если погрешность уравнения (4) меньше, чем погрешность уравнения (5), то проводится выбор Li-Gy материала. В этом случае оптимальное решение уравнения (4) дает состав целевого эквивалентного материала. В противном случае выбирается Se-Gy материал, а его состав является оптимальным решением уравнения (5).

В целом программный комплекс определяет варианты связующего компонента и фактические параметры оптимального состава эквивалентного материала. При этом в ходе исследований может наблюдаться погрешность между фактическими и искомыми параметрами. При получении погрешности, выходящей за рамки приемлемости, используемый материал не может быть сырьем для изготовления эквивалентного материала. Необходимо использовать другое сырье или другие добавки.

ПРИМЕР РАСЧЕТА

Предложенный подход впервые применен при строительстве длинного наклонного ствола на угольной шахте Шэньхуа Синьцзие. Для изучения влияния угледобычи на устойчивость крепи шахтного ствола проведен эксперимент с использованием трехмерного физического моделирования. Константы подобия для геометрии и плотности $C_L = 35$ и $C_\rho = 1.3$; константы подобия для предела прочности на сжатие и модуля упругости $C_\sigma = C_E = C_L C_\rho = 45.5$. Физико-механические свойства горных пород в натуре и модели представлены в табл. 11.

ТАБЛИЦА 11. Механические параметры горных пород и эквивалентных материалов

Горная порода	Плотность ρ , г/см ³	Предел прочности при растяжении σ , МПа	Модуль упругости E , МПа
Крупнозернистый песчаник:	горная порода	23.60	$11.90 \cdot 10^3$
	эквивалентный материал	0.52	262
Среднезернистый песчаник	горная порода	18.61	$9.02 \cdot 10^3$
	эквивалентный материал	0.41	198
Мелкозернистый песчаник	горная порода	33.74	$10.4 \cdot 10^3$
	эквивалентный материал	0.75	231
Песчаный аргиллит	горная порода	26.88	10.48
	эквивалентный материал	0.59	230

В табл. 12 приведены оптимальные составы эквивалентных материалов и их фактические параметры, полученные в программе Python.

ТАБЛИЦА 12. Оптимальные составы эквивалентных материалов

Горная порода	Связующий материал	Оптимальный состав			Фактический параметр		
		A/B	Li/B, %	Va/A, %	ρ , г/см ³	σ , МПа	E, МПа
Крупнозернистый песчаник	Li-Gy	5.3	100	30	1.96	0.53	235
Среднезернистый песчаник		6.7	80	55	2.04	0.41	199
Мелкозернистый песчаник		7.1	60	66	2.06	0.75	231
Песчаный аргиллит		5.8	93	70	2.13	0.59	230

Сравнительная оценка фактических параметров эквивалентных материалов (табл. 12) с натурными (табл. 11) показала, что среднезернистый, мелкозернистый песчаник и песчаный аргиллит могут быть вполне корректно симитированы при физическом моделировании Li-Gy материала. Результаты исследований параметров крупнозернистого песчаника выявили отличие в пределах приемлемой погрешности.

ВЫВОДЫ

Для корректного физического моделирования процессов и объектов, связанных с массивом горных пород, разработаны два типа эквивалентных материалов: Li-Gy — материал, скрепленный известью и гипсом, Се-Gy — материал, скрепленный цементом и гипсом. Выполненные лабораторные эксперименты и полученные на их основе эмпирические уравнения регрессии позволили разработать метод выбора связующих компонентов и оптимального состава эквивалентных материалов для имитации горных пород при выполнении физического моделирования. Для определения компонентов и составов эквивалентных материалов разработан программный комплекс Python, который значительно упрощает выбор связующих элементов, заполнителей и добавок.

Авторы выражают признательность Национальной программе поддержки науки и техники (№ 2013BAB10B06) и Национальному фонду естественных наук Китая (№ 71771020).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liu J., Feng X. T., Ding X. L., Zhang J., and Yue D. M. Stability assessment of the Three-Gorges Dam foundation, China, using physical and numerical modeling — Part I: physical model tests, *Int. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2003, Vol. 40, No. 5. — P. 609–631.
2. Sterpi D. and Cividini A. A physical and numerical investigation on the stability of shallow tunnels in strain softening media, *Rock Mech. and Rock Eng.*, 2004, Vol. 37, No. 4. — P. 277–298.
3. Manzella I. and Labiouse V. Qualitative analysis of rock avalanches propagation by means of physical modelling of non-constrained gravel flows, *Rock Mech. and Rock Eng.*, 2008, Vol. 41, No. 1. — P. 133–151.
4. Harris H. G. and Sabnis G. *Structural modeling and experimental techniques*, London: CRC press, 1999.
5. He M. C., Gong W. L., Zhai H. M., et al. Physical modeling of deep ground excavation in geologically horizontal strata based on infrared thermography, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2010, Vol. 25, No. 4. — P. 366–376.
6. Dong J. Y., Yang J. H., Yang G. X., et al. Research on similar material proportioning test of model test based on orthogonal design, *J. of China Coal Society*, 2012, Vol. 37, No. 1. — P. 44–79.
7. Huang F., Zhu H. H., Xu Q., et al. The effect of weak interlayer on the failure pattern of rock mass around tunnel — Scaled model tests and numerical analysis, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2013, Vol. 35, No. 4. — P. 207–218.
8. Zhang Q. Y., Li S. C., Guo X. H., et al. Research and development of new typed cementitious geotechnical similar material for iron crystal sand and its application, *Rock and Soil Mechanics*, 2008, Vol. 29, No. 8. — P. 2126–2130.
9. Ma P. F., Li Z. K. and Luo G. F. NIOS model material and its use in geo-mechanical similarity model test, *J. of Hydroelectric Eng.*, 2004, Vol. 23, No. 1. — P. 48–52.
10. Stimpson B. Modelling materials for engineering rock mechanics, *Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1970, No. 7. — P. 71–121.

11. **Johnston I. W. and Choi S. K.** A synthetic soft rock for laboratory model studies, *Geotechnique*, 1986, Vol. 36, No. 2. — P. 251–263.
12. **Indraratna B.** Development and applications of a synthetic material to simulate soft sedimentary rocks, *Geotechnique*, 1990, Vol. 40, No. 2. — P. 189–200.
13. **Chen S., Wang H., Zhang J., et al.** Experimental study on low-strength similar-material proportioning and properties for coal mining, *Advances in Materials Science and Eng.*, 2015, No. 3. — P. 1–6.
14. **Wu Y. Y., Wang S. Y., Guan Y. S., et al.** A study of the proportion of mixture of similar materials, *J. of Fuxin Mining Institute*, 1981, Vol. 1, No. 3. — P. 32–49.
15. **Shi X. M., Liu B. G. and Xiao J.** A method for determining the ratio of similar materials with cement and plaster as bonding agents, *Rock and Soil Mechanics*, 2015, Vol. 36, No. 5. — P. 1357–1362.
16. **Shi X. M., Liu B. G. and Qi Y.** Applicability of similar materials bonded by cement and plaster in solid-liquid coupling tests, *Rock and Soil Mechanics*, 2015, Vol. 36, No. 9. — P. 2624–2638.

Поступила в редакцию 07/I 2018

После доработки 5/VI 2018

Принята к публикации 28/XI 2018