

УДК 532.517.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЗАКРУЧЕННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ НА ДВИЖЕНИЕ ОДИНОЧНОЙ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ

А. В. Шваб, В. Ю. Хайруллина

Томский государственный университет, 634050 Томск
E-mail: vikushka1985@inbox.ru

Проведено моделирование нестационарного закрученного турбулентного течения между двумя плоскими вращающимися дисками, движение которого направлено вдоль радиуса к оси вращения. С использованием известной двухпараметрической $(k-\omega)$ -модели турбулентности Уилкокса исследуется квазистационарный характер турбулентного течения, обусловленный колебаниями радиальной скорости на входе в зазор между дисками с периодом, близким к времени динамической релаксации частицы. Изучено влияние числа Стокса, частоты и амплитуды колебаний несущей среды на движение одиночных частиц в поле действия центробежных и аэродинамических сил.

Ключевые слова: воздушно-центробежный классификатор, нестационарное закрученное течение газа, зона сепарации, $(k-\omega)$ -модель турбулентности, численное моделирование.

Введение. В настоящее время существенно возросли потребности в получении тонкодисперсных порошков заданного гранулометрического состава. Наиболее эффективными и экологически чистыми способами получения таких порошков являются пневматические методы переработки. При проведении фракционной классификации порошковых материалов наиболее перспективно использование вихревых камер, циклонных и ротационных сепараторов, воздушно-центробежных классификаторов. Одним из факторов, препятствующих дальнейшему повышению эффективности процесса фракционного разделения частиц по размерам, является попадание мелких частиц в крупную фракцию вследствие захвата их крупными частицами или попадания в аэродинамический след, образующийся за частицей. Существуют различные способы борьбы с этим явлением, например дополнительная продувка частиц крупной фракции несущей средой. Эффективной мерой может также стать создание нестационарных периодических колебаний расхода несущей среды, что позволит уменьшить агрегацию частиц, а также время пребывания частиц граничного и близкого к нему размеров в зоне сепарации центробежного аппарата и тем самым уменьшить вероятность образования в ней жгутов из частиц. Под граничным размером частицы понимается размер частицы, для которой вероятность оказаться в мелкой или крупной фракции равна 50 %.

Таким образом, целью настоящей работы является определение амплитуды и частоты колебательного закрученного турбулентного течения, которое, с одной стороны, не оказывает влияния на изменение граничного размера частиц в процессе разделения, а с другой — позволяет уменьшить время пребывания в сепарационной зоне частиц граничного размера, для которых центробежная сила приблизительно равна аэродинамической.

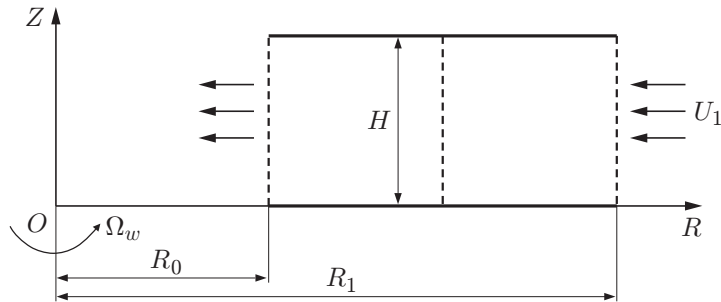


Рис. 1. Схема расчетной области междискового пространства

1. Физико-математическая постановка задачи. Геометрия зоны сепарации воздушно-центробежного классификатора [1], в которой происходит процесс разделения порошка на крупную и мелкую фракции, представляет собой два параллельно расположенных на расстоянии H друг от друга плоских диска, вращающихся с угловой скоростью Ω_w вокруг оси OZ (рис. 1). С внешней стороны по периметру получившегося цилиндра ($R = R_1$) задается равномерное распределение радиальной скорости $U_1 = Q/(2\pi H R_1)$ (Q — объемный расход несущей среды при стационарном режиме турбулентного течения), а также считается известным среднее значение угловой скорости вращения газа Ω_g во входном сечении.

Будем рассматривать квазистационарный режим турбулентного течения, который получается за счет колебаний радиальной скорости на входе в зону сепарации (при $R = R_1$) по гармоническому закону с периодом колебаний T , близким к времени динамической релаксации транспортируемой шарообразной частицы $T = \gamma\tau_p$, т. е. по закону

$$U_r = U_1 \left[1 + A \sin \left(\frac{2\pi t}{\gamma\tau_p} \right) \right], \quad \tau_p = \frac{\rho_p \delta^2}{18\rho\nu}.$$

Здесь A , ν — амплитуда колебаний и кинематическая вязкость несущей среды; t — время; δ — диаметр частицы; ρ_p , ρ — истинная плотность частицы и несущей среды соответственно; γ — постоянная, определяющая период колебаний расхода газа, зависящий от времени динамической релаксации частицы.

Для описания турбулентного течения несжимаемой вязкой жидкости используются записанные в цилиндрической системе координат уравнения количества движения (уравнения Рейнольдса) и уравнение неразрывности, замыкаемые с помощью обобщенной гипотезы Буссинеска, согласно которой рейнольдсовы напряжения считаются пропорциональными скорости деформации осредненного течения. Турбулентная вязкость определяется с использованием двухпараметрической ($k-\omega$)-модели турбулентности Уилкокса [2], содержащей уравнения переноса кинетической энергии пульсационного движения k и удельной скорости ее диссипации ω .

Для получения уравнений в безразмерной форме применяются масштабы длины (расстояние между дисками H) и радиальной скорости U_1 на входе в исследуемую область:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r^2}{\partial r} + \frac{\partial u_z u_r}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = \\ = u_\varphi^2 - r \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{(1 + \nu_t) u_r}{\text{Re} r} + \frac{r}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \nu_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial \nu_t}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right); \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r u_z r}{\partial r} + \frac{\partial u_z^2 r}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \\ = -r \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{r}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \nu_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial \nu_t}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\varphi r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r u_\varphi r}{\partial r} + \frac{\partial u_z u_\varphi r}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right) = \\ = -u_r u_\varphi - \frac{u_\varphi}{\text{Re}} \left(\frac{1 + \nu_t}{r} + \frac{\partial \nu_t}{\partial r} \right); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r k r}{\partial r} + \frac{\partial u_z k r}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial z} \right) = \\ = -\beta_k \omega k r + \frac{G}{\text{Re}}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r \omega r}{\partial r} + \frac{\partial u_z \omega r}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) = \\ = -\beta_\omega \omega^2 r + \frac{\alpha \omega}{k} \frac{G}{\text{Re}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} G = \nu_t r \left\{ \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right)^2 + 2 \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}, \\ \nu_t = \text{Re} \frac{k}{\omega}, \quad \text{Re} = \frac{U_1 H}{\nu}, \quad \sigma_k = \frac{1}{2}, \quad \sigma_\omega = \frac{1}{2}, \quad \beta_k = \frac{9}{100}, \quad \beta_\omega = \frac{3}{40}, \quad \alpha = \frac{5}{9}. \end{aligned}$$

Для получения единственного решения используем граничные условия в безразмерной форме. На входе в зону сепарации задаются постоянные значения кинетической энергии k_1 и удельной скорости диссипации ω_1 , компоненты скорости определяются из следующих условий:

$$(u_r)_1 = \left[1 + A \sin \left(\frac{2\pi\tau}{\gamma \text{Sk}} \right) \right], \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0, \quad u_\varphi = \text{Rg} r_1$$

($\text{Sk} = \tau_p U_1 / H$ — число Стокса; $\text{Rg} = \Omega_g H / U_1$ — параметр вращения газа). На выходе из расчетной области ($r = r_0$) для всех искомым переменных ставятся условия Неймана ($\partial/\partial r = 0$). На стенках используются условия прилипания жидкости. Для окружной компоненты скорости из условия прилипания следует зависимость $u_\varphi = \text{R}\omega r$, где $\text{R}\omega = \Omega_w H / U_1$ — параметр вращения дисков; $r = R/H$ — текущее значение радиуса. В соответствии с уравнением (6) для удельной скорости диссипации на стенках имеет место равенство

$$\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right)_w = \beta_\omega \text{Re} \omega^2. \quad (7)$$

При $z \rightarrow z_w$ решение уравнения (7) имеет вид

$$\omega \Big|_{z \rightarrow z_w} = \frac{6}{\text{Re} \beta_\omega (z - z_w)^2}.$$

Здесь индекс w соответствует параметрам на стенке.

Для определения частоты и амплитуды колебательного закрученного турбулентного течения необходимо изучить поведение граничного размера частицы в сепарационной зоне воздушно-центробежного аппарата. Рассмотрим движение тяжелой частицы ($\rho_p \gg \rho$),

попавшей в центральную часть исследуемой области. Очевидно, что такая частица будет находиться в основном под действием двух противоположно направленных сил: силы аэродинамического сопротивления частицы, направленной к оси вращения, и центробежной силы, направленной от оси к периферии. Для частиц граничного размера имеет место приближенное равенство этих сил, что приводит к существенному увеличению времени нахождения частицы в зоне сепарации. Колебания радиальной скорости приведут к периодическому изменению аэродинамической силы, которая в зависимости от фазы колебаний ускорит попадание частицы в мелкую или крупную фракцию.

Для твердой частицы основными силами, определяющими ее движение, являются сила аэродинамического сопротивления и противодействующая ей центробежная сила. С учетом этого уравнения движения частицы шарообразной формы можно записать в безразмерном виде (используются те же масштабы скорости U_1 и длины H) в лагранжевых переменных:

$$\frac{dw_r}{d\tau} = \frac{w_\varphi^2}{r} + \frac{u_r - w_r}{Sk} \xi, \quad \frac{dw_\varphi}{d\tau} = -\frac{w_r w_\varphi}{r} + \frac{u_\varphi - w_\varphi}{Sk} \xi, \quad \frac{dw_z}{d\tau} = \frac{u_z - w_z}{Sk} \xi, \quad (8)$$

где

$$\xi = 1 + 1/(6 \text{Re}_p^{2/3}), \quad \text{Re}_p = |\mathbf{u} - \mathbf{w}| \delta / \nu,$$

w_r, w_φ, w_z — компоненты скорости частицы; ξ — полученный из формулы Л. С. Клячко коэффициент, учитывающий отклонение коэффициента сопротивления от его значения, найденного из закона Стокса; Re_p — критерий Рейнольдса для частицы.

Зная поле скорости частицы, можно рассчитать траекторию ее движения, вычислив координаты по формуле

$$\frac{\Delta r}{w_r} = \frac{\Delta z}{w_z} = \frac{r \Delta \varphi}{w_\varphi} = \Delta \tau. \quad (9)$$

2. Метод решения. Решение системы (1)–(6) проводилось в физических переменных скорость — давление с использованием схемы физического расщепления полей скорости и давления [3]. Решение системы уравнений сводилось к решению уравнений переноса с помощью метода факторизации [4], имеющего второй порядок точности по времени. Конвективные члены уравнений переноса аппроксимировались с использованием экспоненциальной схемы, что обеспечивает второй порядок точности по координатам и снимает ограничение, накладываемое на сеточное число Рейнольдса [5]. На каждом шаге по времени вводились дополнительные итерации для уточнения конвективных членов, а также для интегрирования уравнения Пуассона, определяющего поправку к давлению с необходимой точностью. Решение системы (8), (9) проводилось на основе неявной схемы второго порядка точности по времени.

3. Анализ результатов расчетов. Достоверность численного решения проверялась с использованием тестовых расчетов сеточной сходимости, а также путем сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными [6], представленными на рис. 2.

На рис. 3 показано распределение радиальной компоненты скорости во входном и выходном сечениях для стационарного и нестационарного турбулентного режимов течения. Видно, что радиальная составляющая скорости увеличивается с уменьшением радиуса и имеет два максимума скорости вблизи вращающихся дисковых элементов. Увеличение радиальной скорости объясняется уменьшением площади поверхности $2\pi r H$, через которую движется газовый поток. Появление максимумов объясняется уменьшением центробежной силы вблизи стенок по сравнению с центробежной силой в ядре потока. Результаты численных исследований показывают, что величина максимумов скорости тем больше, чем

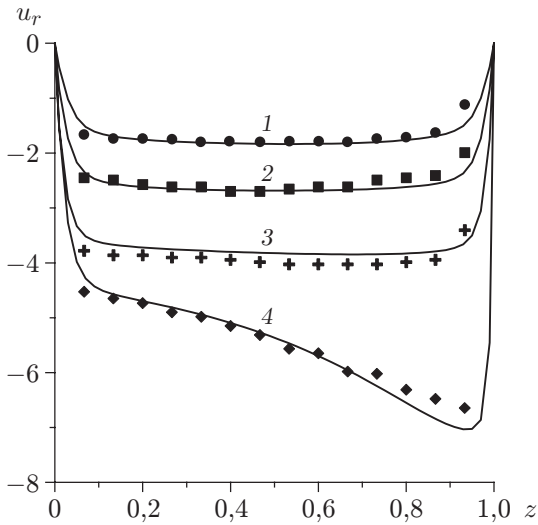


Рис. 2

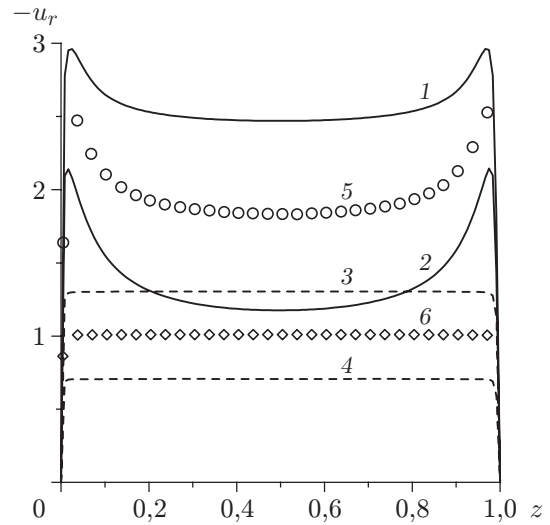


Рис. 3

Рис. 2. Распределение радиальной компоненты скорости в различных сечениях при $Re = 2204$, $r_1 = 10$:

линии — результаты расчета, точки — экспериментальные данные [6]; 1 — $r = 0,6$, 2 — $r = 0,4$, 3 — $r = 0,275$, 4 — $r = 0,185$

Рис. 3. Зависимость радиальной компоненты скорости от расстояния между дисками при $Re = 5000$, $A = 0,3$, $R\omega = 0,1$, $Rg = 0,3$:

1–4 — квазистационарный режим течения (1, 2 — в выходном сечении, 3, 4 — во входном сечении), 5, 6 — стационарный режим течения; 1, 3, 5 — максимальные значения радиальной скорости, 2, 4, 6 — минимальные значения радиальной скорости

больше параметр закрутки Rg газового потока. В случае квазистационарного течения амплитуда колебаний радиальной скорости также возрастает в направлении выходного сечения, что объясняется увеличением в целом радиальной составляющей скорости. Однако вблизи вращающихся дисков амплитуда колебаний существенно меньше, чем в ядре потока, что, по-видимому, обусловлено более существенным влиянием сил трения (рис. 4). Для турбулентного режима характерен интенсивный обмен импульсом в ядре потока, поэтому компоненты радиальной скорости практически совпадают (кривые 2, 3 на рис. 4). Результаты численных исследований показывают, что колебания испытывают также окружная и аксиальная компоненты скорости, но их амплитуда значительно меньше [7].

Для того чтобы определить параметры квазистационарного режима течения несущей среды, при котором повышается эффективность процесса классификации, необходимо исследовать колебания расхода газа с периодом, близким к периоду динамической релаксации частицы граничного размера. Предварительно для стационарного турбулентного закрученного течения несущей среды по уравнениям (8), (9) определялись траектории движения одиночных частиц и находился граничный размер δ частицы, положение которой вдоль радиуса практически не меняется с течением времени. Следует отметить, что вследствие турбулентной диффузии и других стохастических эффектов реальный граничный размер частиц может отличаться от полученного в расчетах. Для таких частиц определялись траектории движения при квазистационарном режиме течения несущей среды, причем для них задавались такие же начальные условия на входе в сепарационную зону, как и в стационарной задаче: $u_r = w_r$, $u_\varphi = w_\varphi$, $w_z = 0$ при $R = R_1$; $Z = 0,5H$. Данные начальные условия задавались в силу малости частицы, причем при задании скорости

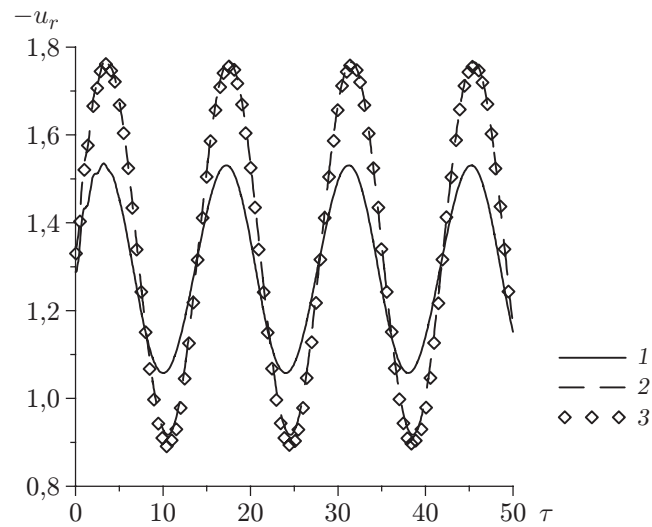


Рис. 4. Зависимость радиальной компоненты скорости от времени в трех точках, расположенных на различной высоте в среднем сечении зоны сепарации, при $Re = 5000$, $A = 0,3$, $R\omega = 0,1$, $Rg = 0,3$:
 1 — $Z/H \approx 0$; 2 — $Z/H = 0,25$; 3 — $Z/H = 0,5$

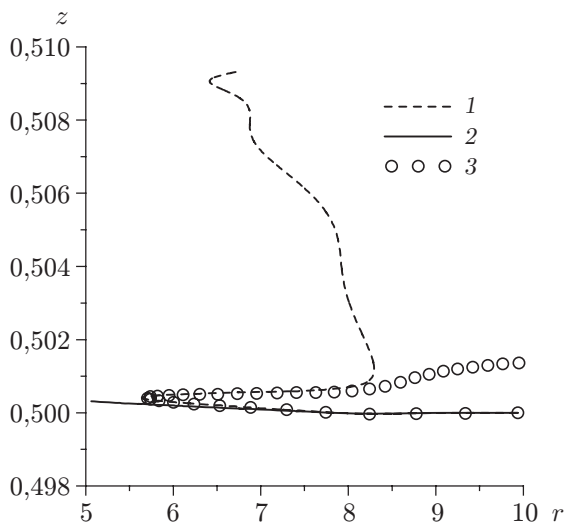


Рис. 5

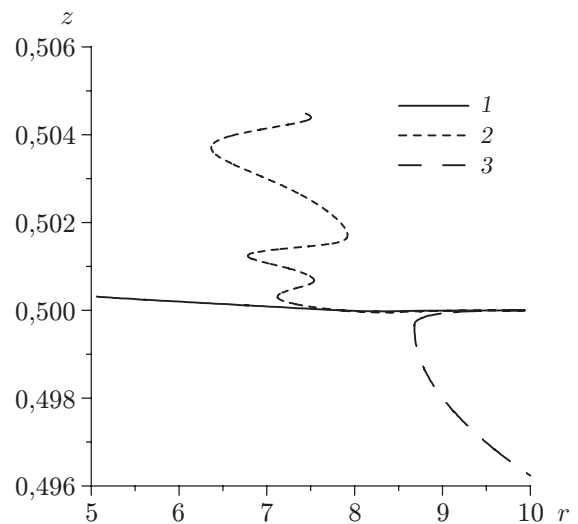


Рис. 6

Рис. 5. Траектории движения частицы в турбулентном нестационарном потоке в рабочей зоне классификатора при $Re = 5000$, $Rg = R\omega = 0,1$, $A = 0,5$, $Sk = 7$ ($\delta = 35,5$ мкм):
 1 — $\gamma = 1$, 2 — $\gamma = 2$, 3 — $\gamma = 10$

Рис. 6. Траектории движения частицы в турбулентном нестационарном потоке в рабочей зоне классификатора при $Re = 5000$, $Rg = R\omega = 0,1$, $A = 0,5$, $Sk = 7$ ($\delta = 35,5$ мкм), $\gamma = 2$:
 1 — максимальное значение радиальной скорости несущей среды во входном сечении;
 2 — среднее значение; 3 — минимальное значение радиальной скорости

частиц, меньшей, чем скорость газа, окончательное положение частицы не изменялось. На рис. 5 показано влияние частоты (значение которой получено при изменении постоянной γ) колебательного движения несущей среды на траекторию движения частицы граничного размера. Видно, что частота колебательного движения оказывает существенное влияние на окончательное положение частицы (в мелкой или крупной фракции).

При тех же начальных условиях на входе в сепарационную зону значительное влияние на траекторию движения частицы оказывает фазовый угол колебаний несущей среды. На рис. 6 показаны три траектории частицы при различных значениях фазового угла на входе в исследуемую зону. Видно, что при колебательном движении несущей среды во входном сечении частицы граничного размера также могут оказаться в крупной или мелкой фракции. В то же время численный анализ показал, что колебательный характер движения несущей среды не оказывает влияния на процесс сепарации частиц другого размера, т. е. при колебательном и стационарном режимах турбулентного закрученного течения несущей среды граничный размер частицы практически не меняется.

Проведенное исследование показало, что квазистационарное турбулентное закрученное течение с заданными частотой и амплитудой оказывает влияние только на частицы, имеющие граничный размер (и близкий к нему). В конечном счете это позволяет повысить эффективность фракционного разделения частиц в пневматических центробежных аппаратах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Росляк А. Т.** Пневматические методы и аппараты порошковой технологии / А. Т. Росляк, Ю. А. Бирюков, В. Н. Пачин. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990.
2. **Wilcox D. C.** Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // AIAA J. 1988. V. 26, N 11. P. 1299–1310.
3. **Chorin A. J.** Numerical solution of Navier — Stokes equation // Math. Comput. 1968. V. 22. P. 745–762.
4. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. Т. 1.
5. **Патанкар С.** Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
6. **Singh A., Vyas B. D., Powle U. S.** Investigations on inward flow between two stationary parallel disks // Intern. J. Heat Fluid Flow. 1999. N 20. P. 395–401.
7. **Хайруллина В. Ю.** Нестационарное закрученное течение в воздушно-центробежном классификаторе // Сб. материалов 5-й Всерос. конф. молодых ученых “Физика и химия высокоэнергетических систем”, Томск, 22–25 апр. 2009 г. Томск: ТМЛ-Пресс, 2009. С. 386–389.

Поступила в редакцию 13/1 2010 г.