

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Шалль. Физика детонации. В сб. «Физика быстропротекающих процессов». М., «Мир», 1971.
2. А. А. Дерибас, В. М. Кудинов и др. ФГВ, 1967, 3, 2.
3. G. Cowan, A. Balchan. Phys. Fluids, 1965, 8, 10.
4. R. Hill and D. Pack. Proceedings of the Royal Soc., 1947, Sec. A, 1027.
5. А. А. Дерибас, Г. Е. Кузьмин. ПМТФ, 1970, 1.
6. Н. М. Кузнецов, К. К. Шведов. ФГВ, 1967, 3, 2.
7. А. А. Дерибас. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, «Наука», 1972.
8. А. А. Дерибас, В. М. Кудинов, Ф. И. Матвеенков. ФГВ, 1967, 3, 4.
9. R. W. Gurney. V. R. L. Report, 1943, 405.

УДК 532.593

О ЗАТУХАНИИ ПЛОСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ УДАРЕ

Э. И. Андрианкин, М. М. Кононенко
(Москва)

Распространение плоской ударной волны при сверхскоростном ударе пластины по полупространству изучалось в ряде работ [1—11]. Поэтому ограничимся рассмотрением вопроса о выборе эффективного масштаба затухания амплитуды давления на фронте волны при разных плотностях ударника ρ_0 и преграды ρ_1 . Исследуем также распределение массы, импульса и энергии газа после выхода ударной волны на тыльную сторону преграды.

Определение масштаба затухания ударной волны

При ударе с большими скоростями вещество за фронтом ударных волн, возникающих в месте соударения, превращается в плазму, движение которой описывается уравнениями газовой динамики:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial m} &= 0, & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial m} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(e + \frac{u^2}{2} \right) + \frac{\partial pu}{\partial m} &= 0, & e &= \frac{pV}{\gamma - 1}, \end{aligned} \quad (1)$$

где V — удельный объем; u — массовая скорость; e — внутренняя энергия; m — массовая лагранжева координата.

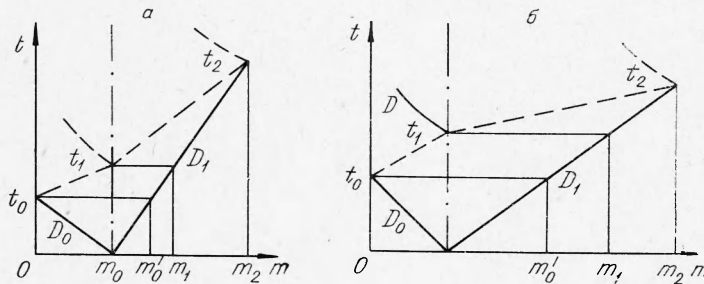
Начальная стадия соударения, пока ударная волна, идущая по пластине толщиной h_0 , не дойдет до свободной границы при $t=t_0$ и возникающая после этого волна разрежения не догонит контактный разрыв при $t=t_1$, происходит при постоянной энтропии отдельно справа и слева от контактного разрыва, даже если материалы пластины и преграды разные. Движение вещества при $t \leq t_1$ определяется соотношениями на фронте ударных волн, идущих по пластине и преграде, условиями равенства скоростей и давлений на контактном разрыве и соотношениями в волне Римана. Скорость ударной волны D_1 , идущей по преграде, остается постоянной до момента времени $t=t_2$, пока волна разрежения не догонит фронт сильного разрыва (см. рисунок). После этого волна

ослабляется и в асимптотике $t \gg t_2$ ее затухание описывается автомодельным решением короткого удара [1].

$$p_* = A p_0 \left(\frac{m'}{m_*} \right)^{n(\gamma)}, \quad m_* = \rho_0 h_0 + \rho_1 \int_0^t D_1 dt, \quad (2)$$

где p_0 — начальное давление при ударе; p_* — давление на фронте волны в преграде; m_* — массовая лагранжева координата.

Коэффициент затухания A зависит от выбора характерного масштаба m' , отношения плотностей $\rho_1/\rho_0 = \varepsilon^2$ и γ . Показатель степени n зависит только от γ и может быть определен либо после интегрирования уравнений в частных производных (1) вплоть до выхода на асимптотику, либо из решения автомодельных уравнений [1–4].



Параметры вещества на начальной стадии соударения выражаются так:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{v_0}{1+\varepsilon}, \quad D_1 = \frac{\gamma+1}{2} \frac{v_0}{1+\varepsilon}, \quad p_{1*} = \frac{\gamma+1}{2} \rho_1 \frac{v_0^2}{(1+\varepsilon)^2}, \\ \rho_{1*} &= \rho_1 \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad c_{1*}^2 = \frac{\gamma(\gamma-1)}{2} \frac{v_0^2}{(1+\varepsilon)^2}, \quad c_{0*} = \varepsilon c_{1*}, \\ D_0 &= \frac{v_0 [2 - (\gamma-1)\varepsilon]}{2(1+\varepsilon)}, \quad t_0 = \frac{2h_0(1+\varepsilon)}{(\gamma+1)\varepsilon v_0}, \quad \varepsilon = \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{1/2}, \\ t_1 &= t_0 \left(1 + \sqrt{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \right), \quad t_2 = t_0 \left(1 + \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \right) \frac{\gamma-1}{\gamma+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Возникает вопрос, каким образом следует выбрать характерный масштаб m' в формуле (2), чтобы коэффициент A слабее всего зависел от ε . В качестве характерного масштаба можно принять начальную массу ударника $m_0 = h_0 \rho_0$, массу, захваченную ударной волной в разные моменты времени, например, когда $t = t_0$,

$$m'(t_0) = \rho_0 h_0 + D_1 \rho_1 t_0, \quad m'(t_0) = m'_0 = m_0 (1 + \varepsilon)$$

или при $t = t_1$

$$m'(t_1) = \rho_0 h_0 + D_1 \rho_1 t_1, \quad m'(t_1) = m_1 = m_0 + \rho_1 D_1 t_1,$$

или же в качестве m' считать всю испаренную массу к моменту взаимодействия волны разрежения с ударным фронтом

$$\frac{m_2}{m_0} = 1 + \varepsilon \left(1 + \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \right) \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad m_2 = m'(t_2).$$

Чтобы решить, какой выбор m' целесообразнее, было проведено численное решение системы уравнений (1) при следующих граничных и начальных условиях (см. рисунок). На контактном разрыве

$$u(m_0+0, t) = u(m_0-0, t), \quad p(m_0+0, t) = p(m_0-0, t).$$

На свободной границе

$$p(0, t) = 0, \quad V(0, t) \rightarrow \infty.$$

Перед фронтом волны при $m > m_*$

$$V = 1/\rho_1, \quad u = 0, \quad e = 0, \quad p = 0.$$

На сильной ударной волне

$$V = \frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad u = \frac{2}{\gamma + 1} \rho_1 \frac{dm_*}{dt}, \quad p = \frac{2}{(\gamma + 1) \rho_1} \left(\frac{dm_*}{dt} \right)^2.$$

Начальные условия: при $t = t_0$

$$p = \frac{\gamma + 1}{2} \cdot \frac{v_0^2 \rho_1}{(1 + \varepsilon)}, \quad V = \begin{cases} \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \cdot \frac{1}{\rho_0} & \text{при } m \leq m_0 \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \cdot \frac{1}{\rho_1} & \text{при } m_0 < m \leq m_1^1 \end{cases}$$

$$u = v_0 / (1 + \varepsilon),$$

Интегрирование уравнений проводилось по известной схеме Рихтмайера [12] с введением искусственной вязкости вплоть до выхода на асимптотику, когда производная $d \ln m_*/dt \rightarrow \text{const}$ становилась постоянной.

Вторая ударная волна, иногда возникавшая при отражении волны разрежением от контактного разрыва (см. рисунок, б), не портила счет, так как скорость свободной границы в момент выхода на нее второй ударной волны хотя и резко возрастает (теоретически до бесконечности), но это не приводит к бесконечной плотности энергии. Действительно, к моменту выхода второй ударной волны на свободную поверхность распределение плотности по эйлеровой координате z , отсчитываемой от границы с вакуумом, будет $\rho = \rho_1 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \cdot \frac{z}{h_0} \right)^\alpha$; $\alpha = 2/(\gamma - 1)$,

а скорость второй ударной волны будет возрастать как $z^{-\lambda}$, где приближенное значение λ , согласно работе [11], вычисляется по формуле

$$\lambda = (\gamma - 1 + \sqrt{\gamma(\gamma - 1)/2})^{-1}. \quad \text{Поэтому интеграл } \Delta E \sim \int_0^\varepsilon p dz \sim \int_{\varepsilon \rightarrow 0}^\varepsilon z^{\alpha - 2\lambda} \times$$

$\times dz \rightarrow 0$ сходится.

Критерием правильности счета служило сравнение полного импульса и энергии вещества с их начальными значениями, а также расчет для частного случая $\varepsilon = 1$ [2], который можно было использовать для сравнения, считая время действия прямоугольного импульса давления при ударе $\tau = 2t_0$.

В результате расчета при $\gamma = 1,4$ и разных ε найдены коэффициенты $A_0 = A(m_0, \varepsilon)$, $A_1^0 = A(m_0^1, \varepsilon)$, $A_1 = A(m_1, \varepsilon)$, $A_2 = A(m_2, \varepsilon)$, значения которых приведены в табл. 1.

Из таблицы видно, что наиболее стабильным является коэффициент A_2 , который при изменении отношения плотностей в 100 раз (от $\rho_1/\rho_0 = 100$ до $\rho_1/\rho_0 = 0,1$) меняется всего на 10%, в то время как A_0 изменяется в 10 раз, а A_1 и A_2 — в полтора-два раза. Это и естественно, так как затухание ударной волны определяется взаимодействием с волной разрежения. Вычисленные также по затуханию ударной волны значения A для случая $\gamma = 5/3$ при $\rho_0 = \rho_1$ ($n = 1,275$) оказались соответственно равными $A_0 =$

Таблица 1

ρ_1/ρ_0	A_0	A_1^0	A_1	A_2
10	14,9	2,22	1,64	0,937
7	12,0	2,13	1,6	0,928
5	9,8	2,04	1,54	0,92
3	7,26	1,9	1,45	0,9
1	4,02	1,6	1,27	0,85
1/3	2,5	1,36	1,16	0,815
1/5	2,05	1,25	1,094	0,817
1/7	1,88	1,22	1,09	0,84
1/10	1,69	1,17	1,05	0,84

$= 4,75$, $A_1^0 = 1,88$, $A_1 = 1,44$ и $A_2 = 0,93$.

Значения A_2 оказываются близкими к единице, поэтому приближенно можно считать, что давление на фронте волны, оставаясь постоянным $p_* = p_0$ при $m_* \leq m_2$, затем сразу спадает по закону (2) короткого удара.

Затухание ударной волны с показателем, соответствующим $n(\gamma) > 1$, происходит только при сверхскоростном ударе, когда вещество ударника и преграды превращается в плазму. При ударе со скоростями порядка скорости звука, когда в $D-u$ -соотношении члены $\lambda u \sim c$ одного порядка, как показывают расчеты и эксперименты [8, 9], эффективный показатель степени затухания давления в формуле (2) оказывается меньше единицы.

Разлет плазмы после выхода ударной волны на тыльную сторону преграды

После выхода сильной ударной волны на тыльную сторону преграды происходит разлет газа в направлении удара, и его скорость вначале можно определить из соотношений в волне Римана, движущейся по газу, параметры которого соответствуют ударной волне в момент выхода на тыльную сторону преграды

$$u_+ = \frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \right) D,$$

$$D = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{A_2 p_0}{\rho_1}} \cdot \left\{ \frac{1 + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(1 + \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \right)^2 \varepsilon}{1 + \varepsilon^2 h_1/h_0} \right\}^{\frac{n(\gamma)}{2}}. \quad (4)$$

По мере распространения волны Римана происходит перераспределение массы газа m_+ , импульса I_+ и энергии E_+ , идущих в направлении удара.

При равных плотностях ударника и преграды этот вопрос исследовался в работе [5]. Для анализа влияния плотности ударника на характер распределения массы, импульса и энергии была численно решена задача о разлете газа после выхода ударной волны на тыльную сторону преграды для случая $\gamma=1,4$, $\rho_1/\rho_0=3$ и $h_1/h_0=2$ и 5. Результаты расчета приведены в табл. 2, где введены обозначения m_- — масса газа, движущегося в сторону, противоположную удару, $I_0 = m_0 v_0$ — начальный импульс, E_K — кинетическая энергия газа, $t^0 = 0,254 t/t_0$.

Из сравнения расчетов с данными работы [5] видно, что вычисленные значения $E = E_+/E_K$ лежат ниже, а значения $Q = m_+/(m_+ + m_-)$ выше соответствующих величин при соударении пластин равной плотности. Это объясняется большим реактивным импульсом разлета вещества ударника при уменьшении его плотности, но при постоянной массе ($h_0/\rho_0 = \text{const}$). Из табл. 2 видно, что после выхода ударной волны на

Таблица 2

E_K	I_0	$m_+ + m_-$	E_+/E_K	I_+/I_0	$m_+/(m_+ + m_-)$	t^0
13,909	5,0	4,857	0,82	1,160	0,876	0,31
13,781	4,987	8,80	0,749	1,277	0,886	1,058
13,700	4,953	12,457	0,692	1,374	0,835	2,018
13,681	4,946	13,857	0,670	1,416	0,821	2,444
13,664	4,941	15,800	0,644	1,474	0,810	3,084
14,286	5,013	16,0	0,657	1,472	0,809	3,147
13,734	5,0	16,0	0,587	1,616	0,732	5,16
13,696	5,007	16,0	0,544	1,855	0,664	11,202
13,681	5,009	16,0	0,545	1,913	0,666	15,710
13,664	5,012	16,0	0,546	1,961	0,668	21,263

тыльную сторону преграды кинетическая энергия E_+ несколько возрастает (при $t^0=3,147$) из-за перехода тепловой энергии газа в волне Римана в энергию направленного разлета. Можно заметить также, что масса вещества m_+ , движущегося в сторону удара, сначала выходит на режим, близкий к автомодельному при коротком ударе по полупространству [10], когда $m_+/m_* = 1-3^{-3/2} \approx 0,81$, затем, немного колеблясь, падает и приближается к своему асимптотическому значению. Асимптотическое значение параметра $m_+/(m_++m_-)$ при разлете преграды достаточно большой толщины, когда ударная волна успевает выйти на режим короткого удара, можно оценить из простых физических соображений.

Определим лагранжеву координату θ , от которой происходит разлет газа в разные стороны, и условия равенства реактивных импульсов $I_+=I_-$, считая, что тепловая энергия при расширении каждой частицы газа переходит в кинетическую независимо и перераспределение энергии не происходит. Тогда закон сохранения импульса при разлете можно записать:

$$\int_0^\theta V d\eta dm - \int_0^\theta u dm = \int_\theta^M V d\eta dm + \int_\theta^M u dm,$$

$$d\eta = \frac{\rho dm}{\rho(\gamma-1)}, \quad dm = x_* dx, \quad x = x_0/x_*, \quad (5)$$

$$M = \rho_0 h_0 + \rho_1 h_1, \quad p = \frac{2}{\gamma+1} \rho_1 D^2 f(x), \quad \rho = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \rho_1 q(x),$$

где x_0 — начальная лагранжева координата.

Поскольку при коротком ударе $\int_0^M u dm = 0$, то из (5) получаем уравнение

$$\int_0^{x^1} (f/q)^{1/2} dx = \int_{x^1}^1 (f/q) dx \quad (6)$$

для безразмерной лагранжевой координаты покоящейся частицы x^1 .

Уравнение (6) при $\gamma=1,4$, когда, согласно известному решению [2], $f=x$, а $q=x^{5/3}$, имеет корень $x^1=2^{-3/2}$. Следовательно, асимптотическое значение $m_+/(m_++m_-) = 1-2^{-3/2} \approx 0,65$, что близко к строго вычисленному значению этого параметра 0,668 (см. табл. 2).

Поступила в редакцию
12/III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. Акуст. ж., 1956, 2, 1, 28.
2. А. И. Жуков, Я. М. Кадан. Акуст. ж., 1956, 2, 4, 352.
3. C. Weizsäcker. Z. f. Naturforschung, 1954, 9a, 269.
4. В. Б. Адамский, Н. А. Попов, ПММ, 1959, 23, 31.
5. Э. И. Андрианкин. ПМТФ, 1963, 4, 68.
6. Э. И. Андрианкин. ПМТФ, 1965, 1, 88.
7. Э. И. Андрианкин. ПММ, 1966, 30, 6, 1133.
8. В. М. Любошиц. ФГВ, 1967, 3, 2.
9. Л. А. Богомолова, В. А. Гриднева, И. Е. Хорев. ПМТФ, 1971, 3, 94.
10. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
11. A. Sakurai. Commun. on Pure and Appl. Math., 1960, 13, 353.
12. Р. Д. Рихтмайер. Разностные методы решения краевых задач. М., ИЛ, 1960.