

УДК 536.2

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НАНОЖИДКОСТИ В ХОЛОДИЛЬНОЙ КАМЕРЕ ОТ РАЗМЕРА НАНОЧАСТИЦ

А. Хафури\*, Н. Пурмахмуд\*\*, А. Ф. Джозаи\*

\* Исламский университет Азад, Ахваз, Иран

\*\* Университет г. Урмия, Урмия, Иран

E-mails: a.ghafouri@iauahvaz.ac.ir, n.pormahmod@urmia.ac.ir, falavand@iauahvaz.ac.ir

Представлены результаты численного моделирования влияния размера наночастиц на тепловые характеристики наножидкости в холодильной камере, заполненной водой с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ). Используемая математическая модель позволяет изучить зависимость теплопроводности и динамической вязкости наножидкости от концентрации наночастиц, параметра броуновского движения, температуры, размера наночастиц, толщины межфазного слоя. Горизонтальные границы холодильной камеры полагаются теплоизолированными, вертикальные — изотермическими. Уравнения турбулентного течения решаются с использованием конечно-разностной схемы второго порядка, удовлетворяющей законам сохранения массы и энергии. Полученные результаты согласуются с известными результатами, полученными при решении ряда конкретных задач. Исследования проведены при постоянном числе Рейнольдса  $Re = 100$  и различных значениях объемной доли наночастиц, числа Ричардсона, температуры наножидкости и диаметра наночастиц. Установлено, что скорость теплопереноса и число Нуссельта увеличиваются с увеличением объемной доли наночастиц и с уменьшением числа Ричардсона, число Нуссельта увеличивается также с уменьшением диаметра наночастиц.

Ключевые слова: наножидкость, диаметр наночастиц, теплопроводность, число Нуссельта.

DOI: 10.15372/PMTF20170213

**Введение.** Эффективность работы тепловых машин (ядерных реакторов, солнечных батарей) существенно зависит от способов их охлаждения и нагрева, а также от теплопроводности рабочих жидкостей. В работе [1] показано, что теплопроводность наножидкости даже при малой концентрации в ней наночастиц значительно больше теплопроводности несущей жидкости. В работах [2–5] обсуждается применимость наножидкостей в технике.

Течение и теплопроводность наножидкостей изучались экспериментально, и для их описания предложены различные математические модели, учитывающие влияние температуры, броуновского движения, размеров и формы наночастиц, толщины межфазного слоя [6–8]. В работах [9–13] приведены результаты исследования в двумерной постановке как смешанной, так и естественной конвекции тепла в потоке наножидкости в холодильной камере.

В большинстве указанных выше работ используются классические модели вязкости и теплопроводности, в которых увеличение теплопроводности наножидкостей объясняется только наличием наночастиц, а влияние размера наночастиц на теплопроводность не учитывается.

В работе [14] приведен обзор теоретических и экспериментальных исследований теплопроводности и теплопереноса в наножидкостях и сделан вывод, что использование классических моделей вязкости и теплопроводности не позволяет корректно описать вязкость и теплопроводность наножидкостей. В работе [15] с использованием восьми различных моделей вязкости исследована ламинарная смешанная конвекция в закрытой квадратной камере, заполненной наножидкостью, и установлено, что скорость теплопереноса увеличивается с уменьшением числа Ричардсона и увеличением объемной доли твердой фракции. Авторы работы [15] сделали вывод, что основным условием корректного моделирования скорости теплопереноса в наножидкостях и влияния на нее числа Нуссельта является выбор адекватной модели вязкости. Так, модель вязкости Бринкмана [16] и модель теплопроводности Максвелла [17] не позволяют учесть зависимость характеристик наножидкостей от температуры, параметра броуновского движения и диаметра наночастиц.

В работах [18–21] предложены модели теплопроводности, в работах [22–25] — модели динамической вязкости, в которых учитывается влияние размера частиц и температуры на скорость теплопереноса в наножидкости.

В [26] теоретически исследована естественная конвекция в прямоугольной полости с наножидкостью, подогреваемой снизу. В качестве несущей жидкости использовалась вода. Установлено, что коэффициент теплопереноса уменьшается с увеличением размера наночастиц и уменьшением температуры. В [27] численно исследовано влияние диаметра частиц и температуры на теплоперенос, возникающий вследствие естественной конвекции в наножидкости (оксид алюминия — вода) в вертикальной камере, а также изучена зависимость скорости теплопереноса в наножидкости, содержащей частицы различного размера, от среднего размера наночастиц, их объемной доли в наножидкости, чисел Прандтля и Грасгофа. Установлено, что скорость теплопереноса увеличивается при уменьшении среднего диаметра наночастиц, равного 250 нм, до 5 нм.

В данной работе исследуется смешанная конвекция в потоке наножидкости (воды, содержащей частицы оксида алюминия) в квадратной холодильной камере, стенки которой движутся с постоянной скоростью в горизонтальном направлении. Температура левой вертикальной стенки больше температуры правой стенки. Нижняя и верхняя стенки теплоизолированы. Эффективная теплопроводность наножидкости вычисляется как функция диаметра наночастицы с использованием модели, предложенной в [20]. Вязкость наножидкости определяется в соответствии с моделью [23]. Исследуется влияние диаметра и объемной доли наночастиц, температуры, числа Ричардсона на характеристики течения и теплопроводность в потоке наножидкости.

**1. Геометрия течения и уравнения задачи.** На рис. 1 приведена схема двумерной холодильной камеры, заполненной водой, содержащей частицы оксида алюминия. Верхняя стенка камеры движется вправо с постоянной скоростью  $U_m$ . Температура левой стенки камеры равна  $T_h$ , правой —  $T_c$  ( $T_h > T_c$ ), верхняя и нижняя стенки теплоизолированы. Наножидкость полагается ньютоновской несжимаемой, поток — ламинарным.

Безразмерные уравнения для функции потока  $\Psi$ , функции вихря  $\Omega$  и температуры  $\theta$  в декартовой системе координат можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega,$$

$$U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{\mu_{nf}/\mu_f}{1 - \varphi + \varphi \rho_{np}/\rho_f} \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \left( 1 - \varphi + \varphi \frac{\beta_{np}}{\beta_f} \right) \frac{\text{Ra}}{\text{Pr Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad (1)$$

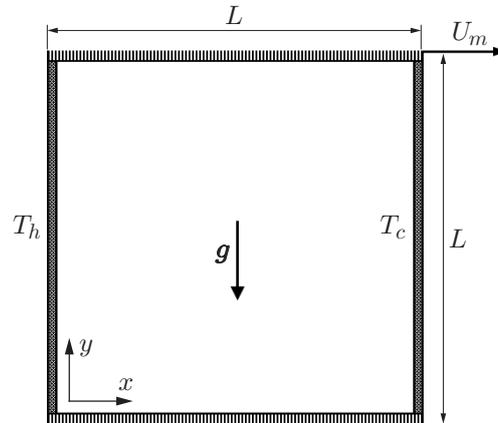


Рис. 1. Схема задачи

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{k_{nf}/k_f}{1 - \varphi + \varphi (\rho c_p)_{np}/(\rho c_p)_f} \frac{1}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right).$$

Здесь числа Рейнольдса  $\text{Re}$ , Прандтля  $\text{Pr}$ , Рэлея  $\text{Ra}$  и Ричардсона  $\text{Ri}$  определены следующим образом:

$$\text{Re} = \frac{U_m L}{\nu_f}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad \text{Ra} = \frac{g \beta_f (T_h - T_c) L^3}{\alpha_f \nu_f}, \quad \text{Ri} = \frac{\text{Ra}}{\text{Pr Re}^2},$$

$\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $U$ ,  $V$  — безразмерные величины:

$$\Psi = \frac{\psi}{U_m L}, \quad \Omega = \frac{\omega L}{U_m}, \quad U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}.$$

Граничные условия для уравнений (1) в безразмерных переменных имеют следующий вид:

— на левой стенке

$$U = V = \Psi = 0, \quad \theta = 1, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}; \quad (2)$$

— на правой стенке

$$U = V = \Psi = 0, \quad \theta = 0, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}; \quad (3)$$

— на верхней стенке

$$V = \Psi = 0, \quad U = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}; \quad (4)$$

— на нижней стенке

$$V = \Psi = 0, \quad U = -1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}. \quad (5)$$

**2. Термофизические свойства и модель наножидкости.** Термофизические характеристики воды и наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  при температуре, равной  $25^\circ\text{C}$ , приведены в табл. 1 [28]. Все термофизические характеристики, за исключением плотности, полагаются постоянными. Плотность изменяется в соответствии с моделью Буссинеска.

Эффективная плотность  $\rho_{nf}$ , теплоемкость  $(\rho c_p)_{nf}$ , термодиффузия  $\alpha_{nf}$  и коэффициент температурного расширения  $(\rho \beta)_{nf}$  определены следующим образом [29]:

$$\begin{aligned} \rho_{nf} &= (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_{np}, & (\rho c_p)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_{np}, \\ \alpha_{nf} &= k_{nf}/(\rho c_p)_{nf}, & (\rho \beta)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho \beta)_f + \varphi(\rho \beta)_{np}. \end{aligned}$$

Таблица 1

Термофизические характеристики жидкости и наночастиц [28]

Компоненты наножидкости	$c_p$ , Дж/(кг · К)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$k$ , Вт/(м · К)	$\beta \cdot 10^{-5}$ , К <sup>-1</sup>
Вода	4179	997,1	0,613	21,00
Наночастицы Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	765	3970,0	25,000	0,85

Вязкость наножидкости как функция температуры, параметра броуновского движения, диаметра наночастиц определяется в соответствии с моделью, предложенной в работе [23]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 + \frac{\rho_{np} V_B d_{np}^2}{72 C \delta \mu_f}.$$

Здесь скорость броуновского движения  $V_B$ , расстояние между частицами  $\delta$  и корректирующий множитель  $C$  определены следующим образом:

$$V_B = \frac{1}{d_{np}} \sqrt{\frac{18 k_B T}{\pi \rho_{np} d_{np}}}, \quad \delta = \sqrt[3]{\frac{\pi}{6 \varphi}} d_{np},$$

$$C = 10^{-5} (-(0,1133 d_{np} + 0,2771) \varphi + 0,009 d_{np} - 0,0393) / \mu_f.$$

Модель, предложенная в [23], описывает наножидкости с частицами оксидов алюминия, титана, меди. В качестве жидкой фазы используется вода или этиленгликоль. Объемная доля наночастиц изменяется в диапазоне  $\varphi = 0,01 \div 0,05$  при температуре  $T = 293 \div 340$  К [23]. Данная модель соответствует экспериментальным данным [30].

В работе [20] при моделировании теплопроводности наножидкости получено соотношение

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64,7 \varphi^{0,7640} \left(\frac{d_f}{d_{np}}\right)^{0,3690} \left(\frac{k_{np}}{k_f}\right)^{0,7476} \text{Pr}_T^{0,9955} \text{Re}_T^{1,2321},$$

где

$$\text{Pr}_T = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f}, \quad \text{Re}_T = \frac{\rho_f k_B T}{3 \pi \mu_f^2 l_f}, \quad l_f = \frac{1}{\sqrt{2 m \pi} d_f^2},$$

$k_B = 1,3807 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана;  $l_f = 0,17$  нм — средняя длина свободного пробега частиц в несущей жидкости [20].

Модель, предложенная в [20], позволяет учесть влияние размера наночастиц и температуры на теплопроводность наножидкости в диапазоне температур  $T = 21 \div 70$  °С. Точность этой модели подтверждается экспериментальными данными [31].

**3. Численный метод и тестовые расчеты.** Для дискретизации уравнений (1) и краевых условий (2)–(5) использовались центральные разности второго порядка. Для решения уравнения относительно функции тока применялся метод верхней релаксации.

Численная реализация алгоритма решения уравнений для функций тока, вихря и для температуры, а также процедура перехода с одного шага по времени на другой выполнены на языке FORTRAN. Считалось, что установившееся решение найдено, если разность  $\lambda$  решений, полученных на двух последовательных шагах по времени, меньше  $10^{-6}$  (шаг по времени  $d\tau = 0,0017$ ):

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^{j=M} \sum_{i=1}^{i=N} |\gamma^{n+1} - \gamma^n|}{\sum_{j=1}^{j=M} \sum_{i=1}^{i=N} |\gamma^{n+1}|} \leq 10^{-6}.$$

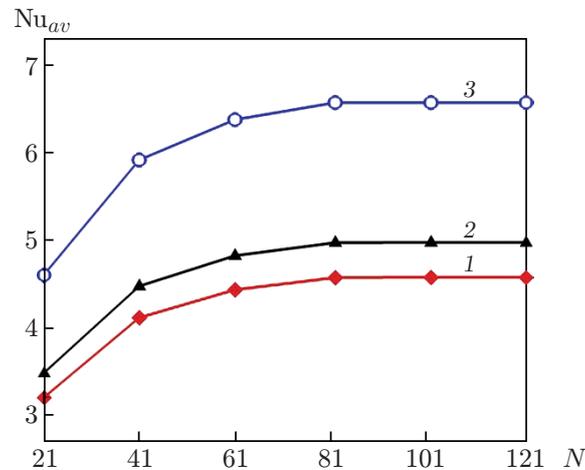


Рис. 2. Зависимость среднего числа Нуссельта от размера расчетной сетки  $N$  при различных значениях числа Рэлея:  
 1 —  $Ra = 1,75 \cdot 10^3$ , 2 —  $Ra = 1,75 \cdot 10^4$ , 3 —  $Ra = 1,75 \cdot 10^5$

Здесь  $M$ ,  $N$  — число точек сетки в направлениях  $X$ ,  $Y$  соответственно;  $\gamma$  — любая из скалярных величин  $\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $\theta$ .

Локальная и средняя скорости теплопереноса в холодильной камере характеризуются значениями локального и среднего чисел Нуссельта. Локальное число Нуссельта  $Nu$  вычисляется на левой нагретой стенке, среднее число Нуссельта  $Nu_{av}$  определяется путем интегрирования локального числа Нуссельта вдоль нагретой стенки:

$$Nu(Y) = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0};$$

$$Nu_{av} = \int_0^1 Nu(X) dY. \quad (6)$$

Было введено нормированное число Нуссельта  $Nu_{av}^*$ , равное отношению числа Нуссельта при некотором значении объемной доли наночастиц  $\varphi$  к числу Нуссельта для чистой воды [28]:

$$Nu_{av}^*(\varphi) = \frac{Nu_{av}(\varphi)}{Nu_{av}|_{\varphi=0}}.$$

Проведены вычисления среднего числа Нуссельта на левой стенке холодильной камеры при различных значениях числа Рэлея на расчетных сетках, имеющих следующие размеры:  $21 \times 21$ ,  $41 \times 41$ ,  $61 \times 61$ ,  $81 \times 81$ ,  $101 \times 101$ ,  $121 \times 121$  (рис. 2). Из полученных результатов следует, что для проведения вычислений достаточно использовать сетку размером  $81 \times 81$ . Дальнейшее измельчение сетки не приводит к изменению результатов. Также были выполнены вычисления для случая естественной конвекции в полости, заполненной чистой водой, и проведено сравнение с результатами, полученными ранее [29, 32–35] (табл. 2). Результаты, полученные в данной работе, хорошо согласуются с известными данными.

**4. Результаты исследования и их обсуждение.** Ниже приводятся результаты численного исследования влияния размера наночастиц на тепловые характеристики наножидкости (воды, содержащей наночастицы оксида алюминия) в камере охлаждения. Были вычислены локальное и среднее числа Нуссельта на нагретой стенке камеры при значениях числа Ричардсона  $Ri = 0,1; 1,0; 10,0$  в диапазоне температур  $T = 25 \div 65$  °C для

Таблица 2

Зависимость среднего числа Нуссельта на нагретой стенке от числа Рэлея

Источник	$Nu_{av}$			
	$Ra = 10^3$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^6$
Данная работа	1,123	2,246	4,521	8,984
[35]	1,120	2,242	4,514	8,790
[29]	1,118	2,245	4,522	8,826
[34]	1,052	2,302	4,646	9,012
[33]	1,108	2,201	4,430	8,754
[32]	1,118	2,243	4,519	8,799

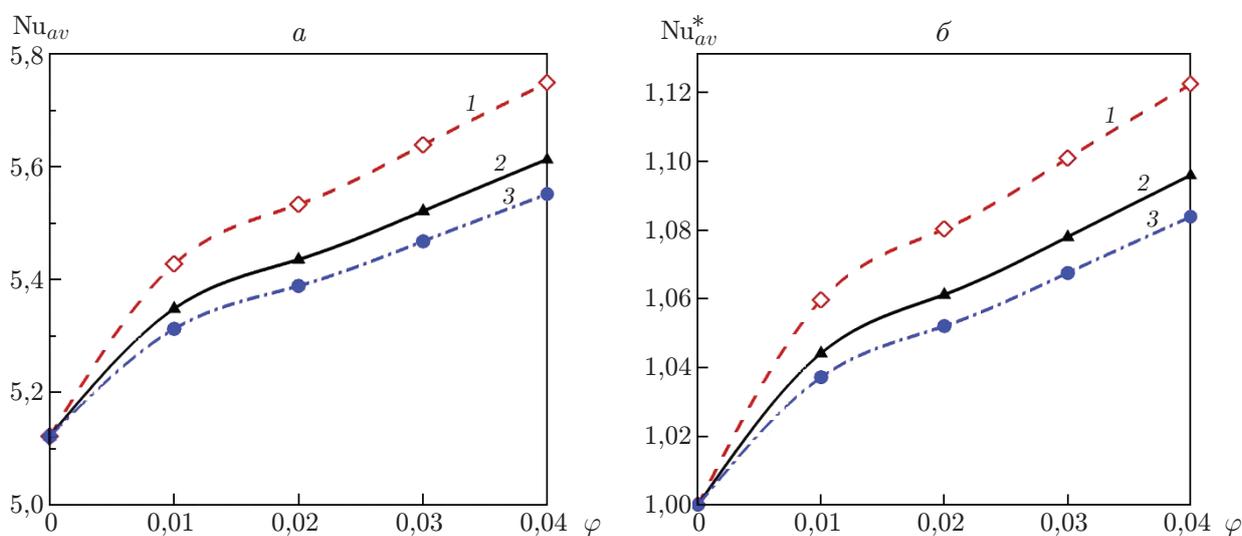


Рис. 3. Зависимости среднего (а) и нормированного среднего (б) чисел Нуссельта от объемной доли наночастиц при  $Ri = 1$ ,  $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  и различных значениях диаметра наночастиц:  
 1 —  $d_{np} = 30 \text{ нм}$ , 2 —  $d_{np} = 60 \text{ нм}$ , 3 —  $d_{np} = 90 \text{ нм}$

объемных долей наночастиц  $\varphi = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04$ . Расчеты проведены для трех значений диаметра наночастиц  $d_{np} = 30, 60, 90 \text{ нм}$ . Результаты вычислений представлены на рис. 3–8.

На рис. 3 приведены зависимости среднего и нормированного среднего чисел Нуссельта от объемной доли наночастиц. На рис. 3,а видно, что при температуре наножидкости  $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  среднее число Нуссельта увеличивается с увеличением объемной доли наночастиц и уменьшается с увеличением диаметра наночастиц. При увеличении значения объемной доли наночастиц  $\varphi$  от 0 до 0,04 и числе Ричардсона  $Ri = 1$ , соответствующем режиму смешанной конвекции, среднее число Нуссельта увеличивается на 12 % при  $d_{np} = 30 \text{ нм}$  и на 8 % при  $d_{np} = 90 \text{ нм}$  (см. рис. 3,б). При использовании модели теплопроводности, учитывающей влияние броуновского движения, температуру наножидкости и размер частиц [20], наибольшее значение среднего числа Нуссельта  $Nu_{av} = 5,75$  соответствует наименьшему диаметру наночастиц  $d_{np} = 30 \text{ нм}$  (см. рис. 3,б).

На рис. 4 представлены зависимости среднего и нормированного среднего чисел Нуссельта от объемной доли наночастиц при  $d_{np} = 30 \text{ нм}$  и различных значениях температуры. Видно, что при уменьшении температуры в камере с 65 до 25  $^\circ\text{C}$  скорость теплопереноса в наножидкости увеличивается при любом значении объемной доли наночастиц.

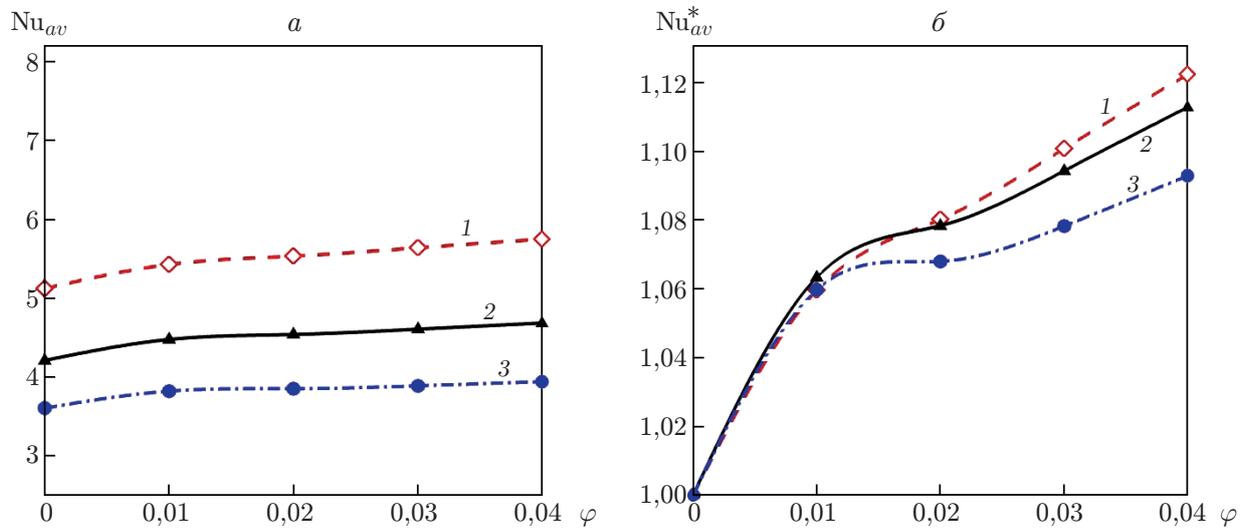


Рис. 4. Зависимости среднего (а) и нормированного среднего (б) чисел Нуссельта от объемной доли наночастиц при  $Ri = 1$ ,  $d_{np} = 30$  нм и различных значениях температуры наножидкости:  
 1 —  $T = 25^\circ\text{C}$ , 2 —  $T = 45^\circ\text{C}$ , 3 —  $T = 65^\circ\text{C}$

С увеличением температуры число Прандтля уменьшается, следовательно, скорость теплопереноса и число Нуссельта также уменьшаются. Увеличение объемной доли наночастиц оксида алюминия на 4 % приводит к увеличению числа Нуссельта на нагретой стенке приблизительно на 9 %.

На рис. 5 приведены зависимости среднего и нормированного среднего чисел Нуссельта от диаметра наночастиц при различных значениях температуры и объемной доли наночастиц. Из приведенных зависимостей следует, что с увеличением диаметра наночастиц скорость теплопереноса на нагретой стенке холодильной камеры уменьшается.

Из зависимостей, приведенных на рис. 6, следует, что с увеличением температуры скорость теплопереноса на нагретой стенке холодильной камеры уменьшается независимо от объемной доли наночастиц и их диаметра.

На рис. 7, 8 представлены зависимости среднего числа Нуссельта от числа Ричардсона при различных значениях диаметра наночастиц и температуры. Видно, что с увеличением числа Ричардсона от 0,1 до 10,0 среднее число Нуссельта уменьшается.

При  $\varphi = 0,04$ ,  $T = 25^\circ\text{C}$  и  $Ri = 0,1; 1,0; 10,0$  среднее число Нуссельта на нагретой стенке для жидкости, содержащей наночастицы диаметром 30 нм, равно  $Nu_{av} = 7,9; 5,7; 4,5$  соответственно (см. рис. 7). При температуре наножидкости  $T = 65^\circ\text{C}$  и  $Ri = 0,1; 1,0; 10,0$  среднее число Нуссельта на нагретой стенке равно  $Nu_{av} = 5,4; 3,9; 3,1$  соответственно (см. рис. 8).

**Заключение.** В работе изучена задача о теплообмене в холодильной камере при смешанной конвекции в потоке наножидкости (воды, содержащей частицы оксида алюминия) при различных значениях числа Ричардсона и объемной доли наночастиц.

Использовались модели теплопроводности и динамической вязкости наножидкости, учитывающие влияние концентрации наночастиц, параметра броуновского движения, температуры, размера наночастиц и толщины межфазного слоя на характеристики теплообмена.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. С увеличением объемной доли наночастиц число Нуссельта и скорость переноса тепла от левой стенки хо-

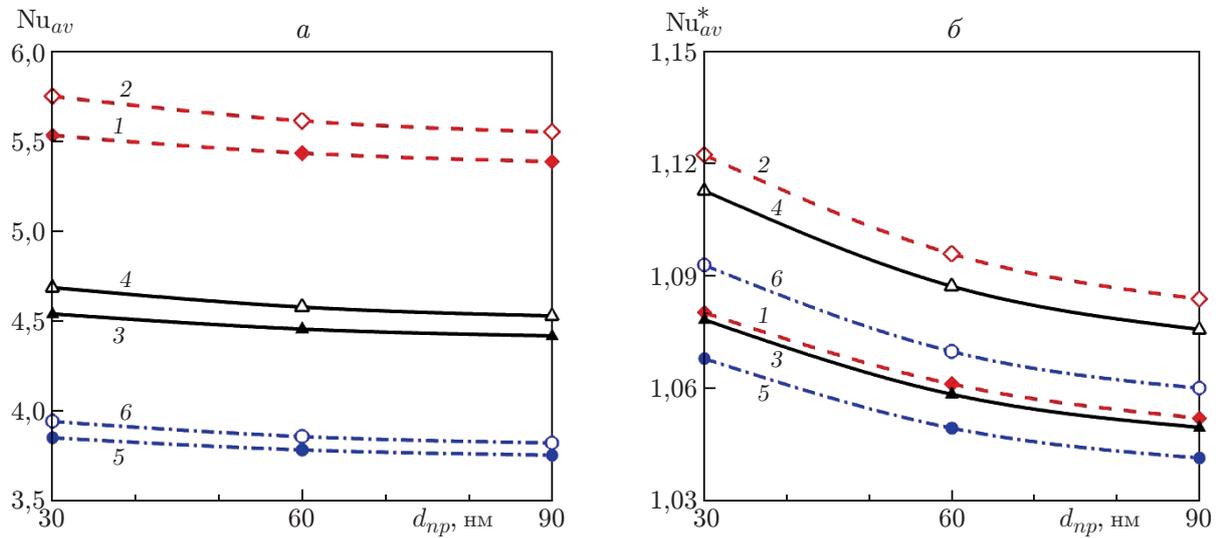


Рис. 5. Зависимости среднего (а) и нормированного среднего (б) чисел Нуссельта от диаметра наночастиц при  $Ri = 1$  и различных значениях объемной доли наночастиц и температуры наножидкости:  
 1, 3, 5 —  $\varphi = 0,02$ , 2, 4, 6 —  $\varphi = 0,04$ ; 1, 2 —  $T = 25\text{ }^\circ\text{C}$ , 3, 4 —  $T = 45\text{ }^\circ\text{C}$ , 5, 6 —  $T = 65\text{ }^\circ\text{C}$

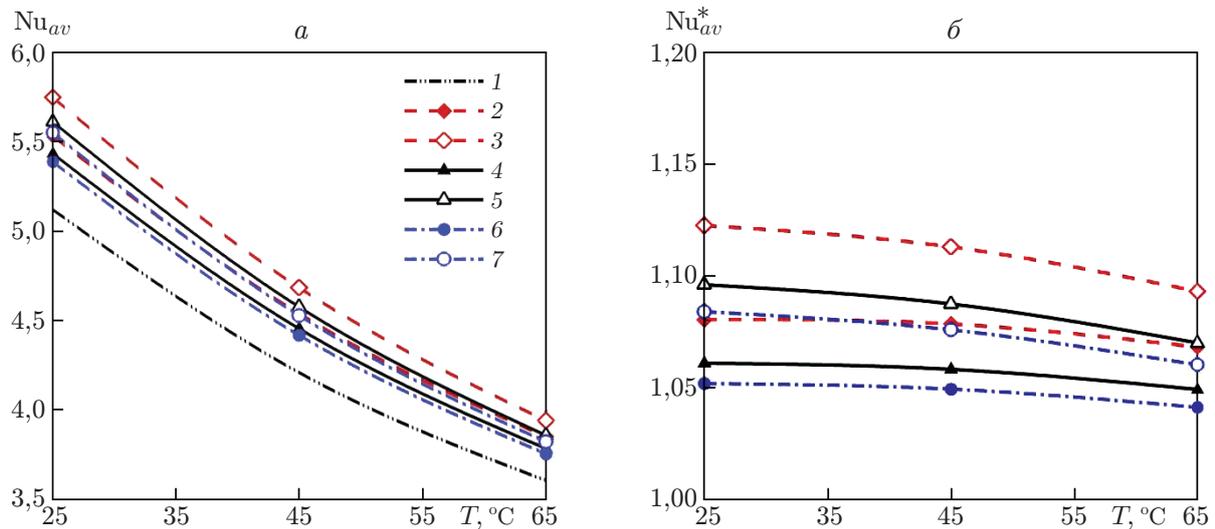


Рис. 6. Зависимости среднего (а) и нормированного среднего (б) чисел Нуссельта от температуры наножидкости при  $Ri = 1$  и различных значениях диаметра наночастиц и их объемной доли:  
 1 — несущая жидкость, 2–7 — наножидкость; 2, 3 —  $d_{np} = 30\text{ нм}$ , 4, 5 —  $d_{np} = 60\text{ нм}$ , 6, 7 —  $d_{np} = 90\text{ нм}$ ; 2, 4, 6 —  $\varphi = 0,02$ , 3, 5, 7 —  $\varphi = 0,04$

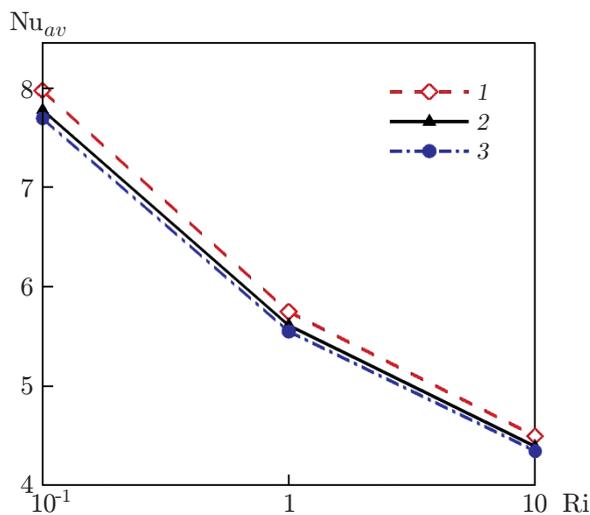


Рис. 7

Рис. 7. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Ричардсона при  $T = 25\text{ °C}$  и различных значениях диаметра наночастиц:

1 —  $d_{np} = 30\text{ нм}$ , 2 —  $d_{np} = 60\text{ нм}$ , 3 —  $d_{np} = 90\text{ нм}$

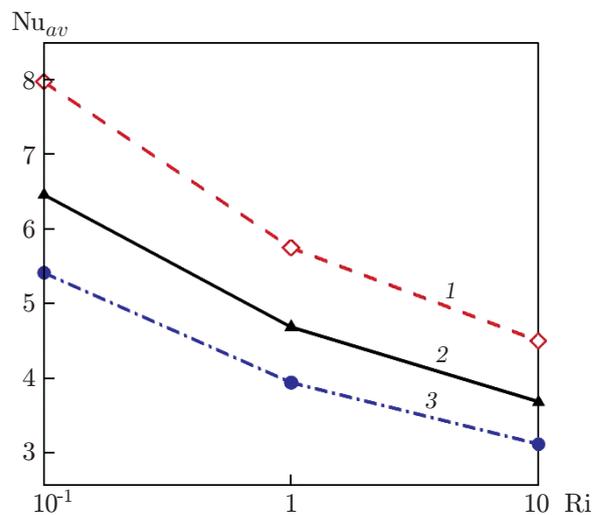


Рис. 8

Рис. 8. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Ричардсона при  $d_{np} = 30\text{ нм}$  и различных значениях температуры:

1 —  $T = 25\text{ °C}$ , 2 —  $T = 45\text{ °C}$ , 3 —  $T = 65\text{ °C}$

лодильной камеры увеличиваются. При уменьшении числа Ричардсона и фиксированных других параметрах процесса скорость теплообмена увеличивается независимо от размера наночастиц и температуры. При увеличении диаметра наночастиц с 30 до 90 нм скорость теплообмена в наножидкости увеличивается. При большой объемной доле наночастиц нормированное среднее число Нуссельта существенно зависит от диаметра наночастиц. При уменьшении температуры в камере с 65 до 25 °C оно увеличивается независимо от размера частиц.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Choi S. U. S.** Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // ASME Fluids Engng Division. 1995. V. 231. P. 99–105.
2. **Trisaksri V., Wongwises S.** Critical review of heat transfer characteristics of nanofluids // Renewable Sustainable Energy Rev. 2007. V. 11. P. 512–523.
3. **Daungthongsuk W., Wongwises S.** A critical review of convective heat transfer nanofluids // Renewable Sustainable Energy Rev. 2007. V. 11. P. 797–817.
4. **Kakac S., Pramuanjaroenkij A.** Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52. P. 3187–3196.
5. **Saidur R., Leong K. Y., Mohammad H. A.** A review on applications and challenges of nanofluids // Renewable Sustainable Energy Rev. 2011. V. 15. P. 1646–1668.
6. **Buongiorno J., Venerus D. C., Prabhat N., et al.** A benchmark study on the thermal conductivity of nanofluids // J. Appl. Phys. 2009. V. 106, N 9. 094312.
7. **Mahbubul I. M., Saidur R., Amalina M. A.** Latest developments on the viscosity of nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2012. V. 55. P. 874–885.

8. **Yu W. H., France D. M., Routbort J. L., Choi S. U. S.** Review and comparison of nanofluid thermal conductivity and heat transfer enhancements // *Heat Transfer Engng.* 2008. V. 29, N 5. P. 432–460.
9. **Muthtamilselvan M., Kandaswamy P., Lee J.** Heat transfer enhancement of copper-water nanofluids in a lid-driven enclosure // *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2010. V. 15. P. 1501–1510.
10. **Sheikhzadeh G. A., Arefmanesh A., Kheirkhah M. H., Abdollahi R.** Natural convection of Cu — water nanofluid in a cavity with partially active side walls // *Europ. J. Mech. B. Fluids.* 2011. V. 30. P. 166–176.
11. **Cho C. C., Yau H. T., Chen C. K.** Enhancement of natural convection heat transfer in a U-shaped cavity filled with  $\text{Al}_2\text{O}_3$  — water nanofluid // *Thermal Sci.* 2012. V. 16, N 5. P. 1309–1316.
12. **Oztop H. F., Mobedi M., Abu-Nada E., Pop I.** A heatline analysis of natural convection in a square inclined enclosure filled with a CuO nanofluid under non-uniform wall heating condition // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2012. V. 55. P. 5076–5086.
13. **Sheikhzadeh G. A., Hajjaligol N., Ebrahim Qomi M., Fattahi A.** Laminar mixed convection of Cu — water nanofluid in twosided lid-driven enclosures // *J. Nanostructure.* 2012. V. 1. P. 44–53.
14. **Murshed S. M. S., Leang K. C., Yang C.** Thermophysical and electro kinematic properties of nanofluids: a critical review // *Appl. Thermal Engng.* 2008. V. 28. P. 2109–2125.
15. **Pourmahmoud N., Ghafouri A., Mirzaee I.** Numerical comparison of viscosity models on mixed convection in double lid-driven cavity utilized CuO — water nanofluid // *Thermal Sci.* 2016. V. 20, N 1. P. 347–358.
16. **Brinkman H. C.** The viscosity of concentrated suspensions and solutions // *J. Chem. Phys.* 1952. V. 20. P. 571–581.
17. **Maxwell-Garnett J. C.** Colours in metal glasses and in metallic films // *Philos. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1904. V. 203. P. 385–420.
18. **Koo J., Kleinstreuer C.** A new thermal conductivity model for nanofluids // *J. Nanoparticle Res.* 2004. V. 6. P. 577–588.
19. **Patel H. E., Pradeep T., Sundararajan T., et al.** A micro-convection model for thermal conductivity of nanofluid // *Pramana J. Phys.* 2005. V. 65. P. 863–869.
20. **Chon C. H., Kihm K. D., Lee S. P., Choi S. U. S.** Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) thermal conductivity enhancement // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 87. 153107.
21. **Mallick S. S., Mishra A., Kundan L.** An investigation into modeling thermal conductivity for alumina — water nanofluids // *Powder Technol.* 2013. V. 233. P. 234–244.
22. **Koo J., Kleinstreuer C.** Laminar nanofluid flow in micro heat-sinks // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2005. V. 48, N 13. P. 2652–2661.
23. **Masoumi N., Sohrabi N., Behzadmehr A.** A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2009. V. 42, N 5. 055501.
24. **Hosseini S. M., Moghadassi A. R., Henneke D. E.** A new dimensionless group model for determining the viscosity of nanofluids // *J. Thermal Anal. Calorim.* 2010. V. 100, N 3. P. 873–877.
25. **Azmi W. H., Sharma K. V., Mamat R., et al.** Correlations for thermal conductivity and viscosity of water based nanofluids // *Materials Sci. Engng.* 2012. V. 36, N 1. 2029.
26. **Hwang K. S., Lee J. H., Jang S. P.** Buoyancy-driven heat transfer of water-based  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanofluids in a rectangular cavity // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2007. V. 50. P. 4003–4010.
27. **Lin K. C., Violi A.** Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: Effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity // *Intern. J. Heat Fluid Flow.* 2010. V. 31. P. 236–245.

28. **Abu-Nada E.** Effects of variable viscosity and thermal conductivity of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  — water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2009. V. 30, N 4. P. 679–690.
29. **Khanafar K., Vafai K., Lightstone M.** Buoyancy driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2003. V. 46. P. 3639–3653.
30. **Nguyen C. T., Desgranges F., Roy G., et al.** Temperature and particle-size dependent viscosity data for water based nanofluids-hysteresis phenomenon // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2007. V. 28. P. 1492–1506.
31. **Minsta A. H., Roy G., Nguyen C. T., Doucet D.** New temperature and conductivity data for water-based nanofluids // Intern. J. Thermal Sci. 2008. V. 48, N 2. P. 363–373.
32. **De Vahl Davis G.** Natural convection of air in a square cavity, a benchmark numerical solution // Intern. J. Numer. Methods Fluids. 1983. V. 3. P. 249–264.
33. **Markatos N. C., Pericleous K. A.** Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1984. V. 27. P. 772–775.
34. **Fusegi T., Hyun J. M., Kuwahara K., Farouk B.** A numerical study of three dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1991. V. 34. P. 1543–1557.
35. **Sheikhzadeh G. A., Ebrahim Qomi M., Hajjaligol N., Fattahi A.** Numerical study of mixed convection flows in a lid-driven enclosure filled with nanofluid using variable properties // Results Phys. 2012. V. 2. P. 5–13.

*Поступила в редакцию 18/IX 2015 г.*

---