

ЛИТЕРАТУРА

1. Френкель Я. И. Статистическая физика. М.: Изд-во АН СССР, 1948; Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975.
2. Гегузин Я. Е. Диффузионная зона. М.: Наука, 1979.
3. Пинес Б. Я. Спекание, крип, отдых, рекристаллизация и другие явления, обусловленные самодиффузией в кристаллических телах.— УФН, 1954, т. 52, № 4.
4. Лифшиц И. М., Слезов В. В. О кинетике диффузионного распада пересыщенных твердых растворов.— ЖЭТФ, 1958, т. 35.
5. Акуличев В. А. Кавитация в криогенных и кипящих жидкостях. М.: Наука, 1978.
6. Фридман А. Уравнения с частными производными параболического типа. М.: Мир, 1968.

УДК 622.235.5 + 622.236.4 + 532.51

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВЗРЫВА

В. М. Кузнецов

(Москва)

Модель идеальной несжимаемой жидкости, как известно, положена в основу созданной М. А. Лаврентьевым теории кумуляции [1] как модель, хорошо описывающая деформирование и течение некоторых твердых тел (например, металлов) при больших давлениях. В дальнейшем эта «схема несжимаемости» развивалась как в работах самого М. А. Лаврентьева [2], так и в работах, выполненных при его участии [3, 4] или под влиянием его идей [5—9]. Оказалось, что модель идеальной несжимаемой жидкости можно с некоторыми дополнительными предположениями физического характера применить для описания действия взрыва в грунтах и горных породах. Однако при практической реализации результатов, полученных в рамках этой модели, возникли трудности как принципиального, так и чисто прикладного характера. К числу первых относится, например, бесконечность энергии, часто встречающаяся в гидродинамических задачах, но трудно поддающаяся физическому восприятию. К другим — переход от гидродинамических величин к физическим и механическим. Например, в задачах о направленном взрыве и равномерном дроблении [3, 6] теоретически получается некоторое распределение импульсного давления на границе выбрасываемого или разрушаемого объема. Здесь сначала нужно найти зависимость импульса от массы ВВ, а затем заменить непрерывное распределение дискретным, размещая заряды ВВ в скважинах и патронах различного диаметра. Некоторые из этих проблем решаются эмпирическим путем, другие требуют специального исследования.

1. Проблема бесконечности энергии. Пусть бесконечно длинный цилиндрический заряд ВВ радиуса r_0 находится в неограниченной несжимаемой идеальной среде. Течение описывается потенциалом точечного источника

$$(1.1) \quad \varphi = A \ln r + B, \quad v = \partial\varphi/\partial r = A/r,$$

где A и B — постоянные.

Интеграл энергии, взятый по всему пространству,

$$(1.2) \quad E = \pi\rho \int_{r_0}^{\infty} v^2 r dr$$

расходится на бесконечности.

Рассмотрим теперь заряд конечной длины $2l_0$, расположенный перпендикулярно плоскости xy так, что его концы находятся в точках $z = \pm l_0$. Каждый его бесконечно малый элемент dl , имеющий координаты $(0, 0, l)$, создает в произвольной точке (x, y, z) потенциал, соответствующий точечному заряду

$$d\varphi = C[(z - l)^2 + x^2 + y^2]^{-1/2} dl, \quad C = \text{const.}$$

Интегрируя это выражение по l в пределах от $-l_0$ до $+l_0$, получим потенциал, создаваемый в среде удлинненным зарядом:

$$\varphi = C \ln \frac{\sqrt{(l_0 - z)^2 + r^2} + l_0 - z}{\sqrt{(l_0 + z)^2 + r^2} - l_0 - z}, \quad r^2 = x^2 + y^2.$$

В центральном сечении, т. е. при $z = 0$, это выражение приобретает вид

$$\varphi = C \ln \frac{\sqrt{l_0^2 + r^2} + l_0}{\sqrt{l_0^2 + r^2} - l_0}.$$

Скорость в том же сечении

$$v = \partial\varphi/\partial r = -2Cl_0/r \sqrt{r^2 + l_0^2}$$

в пределе $l_0/r \rightarrow \infty$ совпадает со скоростью бесконечного заряда (1.1). В другом предельном случае $r/l_0 \rightarrow \infty (Cl_0 = \text{const})$ получим выражение для скорости точечного заряда $v = \text{const}/r^2$. Рассмотрим выражение для кинетической энергии жидкости в слое единичной толщины в центральной части заряда:

$$E = \pi\rho \int_{r_0}^{\infty} \frac{4C^2 l_0^2}{r^2 (r^2 + l_0^2)} r dr = 2\pi\rho C^2 \ln \frac{r_0^2 + l_0^2}{r_0^2}.$$

Постоянная C определяется из условия

$$\varphi = -P/\rho \text{ при } r = r_0, z = 0.$$

Здесь $P = \lim_{p \rightarrow \infty, \tau \rightarrow 0} \int_0^{\tau} p dt$ — так называемое импульсное давление (см. [8]),

$$C = -\frac{P}{\rho} \left(\ln \frac{\sqrt{r_0^2 + l_0^2} + l_0}{\sqrt{r_0^2 + l_0^2} - l_0} \right)^{-1},$$

откуда при $l_0/r_0 \gg 1$ имеем приближенно

$$(1.3) \quad C = -P/2\rho \ln \frac{2l_0}{r_0}, \quad E = \pi P^2/\rho \ln \frac{2l_0}{r_0}.$$

Если рассмотреть течение в кольце $r_0 \leq r \leq R_0$, то вместо (1.1) получим

$$\varphi = -\frac{P}{\rho} \frac{\ln \frac{r}{R_0}}{\ln \frac{r_0}{R_0}}, \quad \text{так как } \varphi = \begin{cases} -P/\rho, & r = r_0, \\ 0, & r = R_0. \end{cases}$$

Вычисляя интеграл (1.2) в интервале от r_0 до R_0 , получим

$$(1.4) \quad E = (\pi P^2/\rho) \left(1/\ln \frac{R_0}{r_0} \right).$$

Сравнивая с (1.3), видим, что радиус такого кольца равен просто длине заряда $2l_0$. Как видно из (1.3), (1.4), энергия конечна при условии конечности l_0/r_0 . Практически длина заряда $2l_0$ всегда конечна. Даже при очень больших длинах заряда ограничение на $2l_0$ накладывается конечностью скорости детонации. Если обозначить через t_k время расширения полости, т. е. время окончания работы ВВ, то для оценки $2l_0$ можно воспользоваться соотношением $2l_0 \sim D t_k$, где \bar{D} — скорость детонации.

Таким образом, парадокс бесконечности энергии с физической точки зрения разрешен: можно пользоваться представлениями о потенциале плоского источника в смысле определения поля скоростей и других величин, не обращая внимания на формальную расходимость интеграла (1.2).

2. Взрыв на выброс. Пусть сосредоточенный заряд с энергией E расположен на глубине h от свободной поверхности, совпадающей с плоскостью xy . Требуется определить начальное поле скоростей, возникающее в грунте после подрыва такого заряда.

Действие взрыва заменяется источником интенсивности m_0 . Геометрия начального поля скоростей определяется потенциалом

$$\varphi = \frac{m_0}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(z+h)^2 + r^2}} - \frac{1}{\sqrt{(z-h)^2 + r^2}} \right], \quad r^2 = x^2 + y^2.$$

Профиль начального поля скоростей на поверхности грунта $v = \partial\varphi/\partial z$ при $z = 0$ получается в виде

$$v(r) = \frac{m_0 h}{2\pi (r^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Край воронки выброса определяется дополнительным условием $v(r_*) = c_*$, где c_* — значение критической скорости, характерной для данного грунта. Из этого условия имеем

$$(2.1) \quad m_0 = 2\pi c_* h^2 (1 + n^2)^{3/2},$$

где $n = r_*/h$ — показатель выброса.

Теперь следует найти связь между m_0 и энергией E , обычно это делается из энергетических соображений [8]. Подсчитывается кинетическая энергия жидкости и приравнивается некоторой доле энергии заряда E . Нетрудно убедиться, что такие соображения вообще-то неверны, так как доля энергии ВВ, расходуемая на выброс, должна зависеть от глубины заложения заряда. На относительно большой глубине эта доля должна быть равна нулю, так как выброс не происходит. То же самое относится и к величине m_0 . Таким образом, m_0 должно убывать с ростом h и, очевидно, возрастать с увеличением E . По соображениям размерностей получаем основное соотношение

$$(2.2) \quad m_0 = kE/\rho c_* h, \quad k = \text{const}.$$

Подставляя это выражение в (2.1), получим

$$(2.3) \quad E = K\rho c_*^2 h^3 [0,5(1 + n^2)]^{3/2}, \quad K = \text{const}.$$

Здесь функция от показателя выброса $f(n) = [0,5(1 + n^2)]^{3/2}$ нормирована к единице при $n = 1$ так же, как это делается в формуле Борескова

$$(2.4) \quad E = Kh^3 f_1(n), \quad f_1(n) = 0,4 + 0,6n^3.$$

При больших значениях n функции $f(n)$ и $f_1(n)$ имеют один и тот же порядок n^3 в отличие от ранее получаемых функций от n [8].

При больших глубинах заложения зарядов, когда существенную роль играет не прочность грунта, а сила тяжести, следует положить $c_* \sim \sqrt{gh}$, и тогда из (2.3) получим

$$E = K\rho gh^4 [0,5(1 + n^2)]^{3/2}.$$

Если глубина h стремится к нулю, то $m_0 \rightarrow \infty$; контактный взрыв соответствует гидродинамическому диполю с моментом $M = m_0 h$, пропорциональным энергии взрыва.

3. Плоский случай. В плоском случае, как известно, можно ввести в рассмотрение комплексный потенциал $w(z) = \varphi + i\psi$. Для задачи, аналогичной вышеизложенной (бесконечно длинный и бесконечно тонкий заряд ВВ), он имеет вид

$$(3.1) \quad w(z) = (m/2\pi) \ln [(z + hi)/(z - hi)].$$

Выделяя действительную и мнимую части, имеем

$$(3.2) \quad \varphi = (m/4\pi) \ln \frac{x^2 + (y+h)^2}{x^2 + (y-h)^2};$$

$$(3.3) \quad \psi = (m/2\pi) \text{arctg} [2hx/(x^2 + y^2 - h^2)].$$

На свободной поверхности при $y = 0$ скорости направлены вертикально вверх и имеют вид

$$v(x) = mh/[\pi(x^2 + h^2)].$$

Приравнивая это выражение величине c_* , получим

$$(3.4) \quad m = \pi c_* h (1 + n^2), \quad n = x_*/h.$$

Здесь x_* — координата на свободной поверхности, где $v = c_*$. n — показатель выброса. Величина m связана с энергией, приходящейся на единицу длины E соотношением, аналогичным (2.2):

$$(3.5) \quad m = kE/(\rho c_* h), \quad k = \text{const.}$$

Выводы в плоском случае, очевидно, те же, что и в осесимметричном. При бесконечном заглублении интенсивность источника стремится к нулю, при контактном взрыве ($h \rightarrow 0$) действие взрыва моделируется гидродинамическим диполем с моментом $M = mh \sim E$.

Подставляя (3.5) в (3.4), получаем расчетную формулу для взрыва на выброс шнурового заряда:

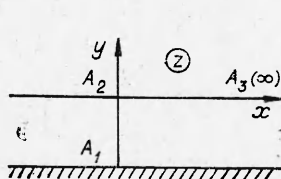
$$(3.6) \quad E = K \rho c_*^2 h^2 (1 + n^2), \quad K = \text{const.}$$

Интересно отметить, что формулы (2.3) и (3.6) могут быть получены из других соображений [10]. Уравнение (3.3), переписанное в виде

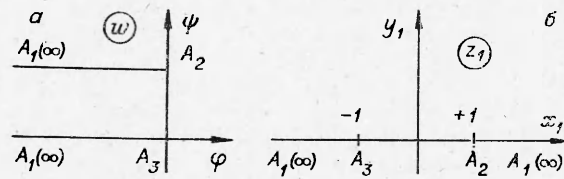
$$(3.7) \quad (x - \kappa h)^2 + y^2 = h^2 (1 + \kappa^2), \quad \kappa = \text{ctg} (2\pi\psi/m),$$

определяет семейство линий тока. Одна из этих линий, проходящая через точку $x_* = nh$, $y = 0$, может быть интерпретирована как граница «истинной» области выброса (в отличие от «видимой» границы, которая получается в конечном итоге после осыпания или обрушения краев области). Параметр κ , определяющий эту границу, связан с показателем выброса n соотношением $\kappa = (n^2 - 1)/2n$. В свое время была предложена [2] и рассмотрена [5] так называемая твердо-жидкостная модель (ТЖМ), в которой среда рассматривалась как идеальная несжимаемая жидкость в конечной области, примыкающей к заряду и ограниченной линией тока, вдоль которой скорость постоянна и равна c_* . Задача о взрыве на выброс шнурового заряда в ТЖМ рассмотрена в [11]. Форма области выброса, полученная там, вообще говоря, похожа на окружность, описываемую уравнением (3.7). Поскольку здесь всюду речь идет о качественной модели действия взрыва, то, по-видимому, в ряде случаев возможен подход, описанный выше. Эту разновидность схемы несжимаемости иногда называют жидкостной моделью (ЖМ).

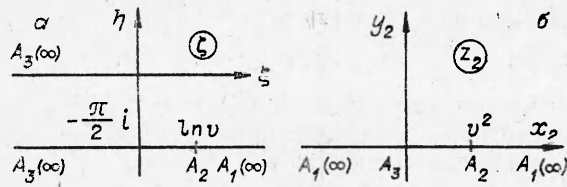
4. Влияние твердого дна. Известно, что при взрыве на твердом основании в полупространстве механическое действие взрыва эквивалентно действию заряда удвоенной энергии в целом пространстве. Как будет обстоять дело, если на твердом основании лежит слой грунта? В частности, что произойдет с размерами воронки выброса по сравнению со взрывом на той же глубине в неограниченном полупространстве. Рассмотрим эту задачу в плоском случае в рамках ЖМ. Область течения в физической плоскости изображена на фиг. 1. Введем безразмерные переменные $\bar{z} = z/h$, $\bar{w} = w/\psi_0$, где h — толщина слоя, ψ_0 — половина расхода жидкости от источника, находящегося в точке A_1 (в дальнейшем черточки опускаем). Требуется определить комплексный потенциал течения и поле скоростей. Задача решается методом конформных отображений. Области течения в плоскостях w и $z_1 = -ch \pi w$ показаны на фиг. 2, а, б. Затем вво-



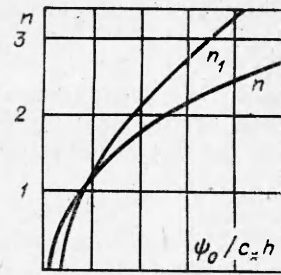
Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

дим в рассмотрение функции

$$\zeta = \ln(dw/dz), \quad z_2 = \exp[2(\zeta + \pi i/2)].$$

Области течения показаны на фиг. 3, а, б. Отобразив z_2 на z_1 с соответствием точек A_2 и A_3 , имеем

$$z_1 = (z_2 - v^2/2)/(v^2/2).$$

Здесь v — параметр, равный скорости в точке A_2 . После преобразований получим уравнение

$$dw/dz = v \operatorname{sh}(\pi w/2).$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $w = i$ при $z = 0$, есть

$$\ln \operatorname{th}(\pi w/4) = (\pi/2)(i - vz).$$

Параметр v определяется из условия: при $z \rightarrow -i$, $w \rightarrow -\infty$ $\ln \operatorname{th}(\pi w/4) \rightarrow -\pi i$. Отсюда $v = 1$.

Переходя к размерным переменным, после преобразований имеем

$$(4.1) \quad w(z) = (2\psi_0/\pi) \ln \frac{e^{-\pi z/2h} - i}{e^{-\pi z/2h} + i}, \quad \psi_0 = m/2, \quad v = \psi_0/h.$$

Сравним это выражение с потенциалом $w_1(z)$ в случае отсутствия твердого дна, определяемого формулой (3.1):

$$(4.2) \quad w_1(z) = (\psi_0/\pi) \ln[(z + hi)/(z - hi)], \quad \psi_0 = m/2, \quad v_1 = 2\psi_0/\pi h.$$

Наличие твердого дна увеличивает скорость в эпицентре в $\pi/2$ раз.

Если положить $z = -hi + \epsilon$, $|\epsilon| \ll 1$ и произвести разложение (4.1), (4.2) по малым ϵ , то получим

$$w = (2\psi_0/\pi) \ln \epsilon, \quad w_1 = (\psi_0/\pi) \ln \epsilon.$$

Таким образом, в малой окрестности источника наличие твердой стенки приводит к удвоению его мощности. Из (4.1), (4.2) определяются соответствующие поля скоростей

$$dw/dz = -i\psi_0/\pi \operatorname{ch} \frac{\pi z}{2h}, \quad dw_1/dz = -2i\psi_0 h/\pi (z^2 + h^2),$$

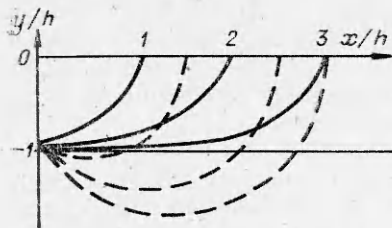
в частности, на свободной поверхности

$$v(x) = \psi_0/\pi \operatorname{ch} \frac{\pi x}{2h}, \quad v_1(x) = 2\psi_0 h/\pi (x^2 + h^2).$$

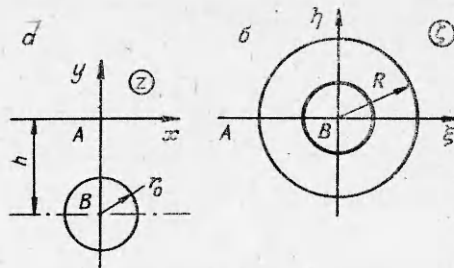
Приравнивая эти выражения к величине критической скорости c_* и вводя показатель выброса $n = x_*/h$, получим

$$n = (2/\pi) \ln [\psi_0/c_* h + \sqrt{(\psi_0/c_* h)^2 - 1}], \quad n_1 = \sqrt{2\psi_0/\pi c_* h - 1}.$$

Зависимости n и n_1 от безразмерной величины $\psi_0/\pi c_* h$ показаны на фиг. 4. Видно, что наличие твердого дна несколько увеличивает показатель выброса при $n < 1,5$. При $n > 1,5$ твердое дно уменьшает размеры выемки выброса.



Фиг. 5



Фиг. 6

Из (4.1), выделяя мнимую часть, имеем выражение для функции тока

$$\psi = (2\psi_0/\pi) \operatorname{arctg} \frac{\cos(\pi y/2h)}{\operatorname{sh}(\pi x/2h)}.$$

Отсюда для линий тока, проходящих через точку $x_* = nh, y = 0$, получим выражение

$$\cos(\pi y/2h) = \frac{\operatorname{sh}(\pi x/2h)}{\operatorname{sh}(\pi n/2)}.$$

На фиг. 5 показаны линии тока при $n = 1; 2; 3$ (кривые 1—3) и линии тока (3.7) для $n = 1,5; 2,5; 3$, соответствующие взрыву без твердого основания (штриховые кривые).

5. Контактный взрыв при наличии твердого дна. Как показано выше, контактный взрыв в гидродинамической модели описывается диполем. Если заряд находится в точке $z = 0$, то комплексный потенциал имеет вид $w(z) = Mi/(2\pi z)$. Ось диполя направлена в глубь среды, в данном случае вниз, а момент пропорционален энергии взрыва: $M = \operatorname{const} E/\rho c_*^2$.

Пусть теперь при $z = -hi$ находится твердое дно. Потенциал скоростей в этом случае может быть получен методом отражений от твердого дна и свободной поверхности. Направление оси диполя при отражении от твердой стенки меняется на противоположное, а при отражении от свободной поверхности сохраняется. Бесконечное количество отражений дает следующее выражение для потенциала:

$$w = (Mi/2\pi) \left[1/z + (z/2h^2) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k / (k^2 + z^2/4h^2) \right].$$

Воспользовавшись соотношением [12]

$$2\pi/(e^{\pi x} + e^{-\pi x}) = 1/x + 2x \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k / (k^2 + x^2),$$

имеем*

$$w(z) = (Mi/4\pi)(\operatorname{sh}\pi z/2h)^{-1}.$$

Выделяя здесь мнимую часть, получаем выражение для функции тока

$$\psi = (M/4\pi) \left(\sin^2 \frac{\pi y}{2h} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi x}{2h} \right)^{-1/2}$$

и уравнение для линии тока, проходящей через точку $x_* = nh, y = 0$:

$$\sin^2(\pi y/2h) = \operatorname{sh}^2(n\pi/2) - \operatorname{sh}^2(\pi x/2h).$$

Графическое изображение линий тока в данном случае не приводится. Здесь важно подчеркнуть следующее. Новая интерпретация гидродинамических параметров, характеризующих источники и диполи, предложенная

* Аналогичный результат получен А. В. Рубиновским в канд. диссертации «Применение импульсно-гидродинамических моделей к задаче пробивания преград взрывом». Казань. Казан. ун-т, 1981.

$h, \text{ см}$	0	2	4	6
$S_0, \text{ см}^2$	57	132	191	203
$S, \text{ см}^2$	46	110	167	167

в п. 1, 2, позволяет не принимать во внимание парадоксы, связанные с бесконечностью энергии. В случае контактного взрыва энергия бесконечна вследствие особенности z^{-1} в начале координат.

Возвращаясь к задаче о влиянии твердого дна, приходим к выводу, что гидродинамическая теория

предсказывает уменьшение области выброса (возможно, за исключением значений $n < 1,5$). Аналогичный результат в ТЖМ получен в [8]. Таблица экспериментальных данных (представленных автору Н. А. Труфановым) подтверждает этот вывод. Опыты проводились в сухом песке с отрезками детонирующего шнура длиной порядка 1 м.

Твердым дном служила железобетонная плита, расположенная на глубине 6 см. Через S_0 обозначена площадь поперечного сечения взрывной выемки при отсутствии твердого дна, через S — площадь сечения в случае с плитой.

6. Заряд конечного сечения. Пусть бесконечно длинный цилиндрический заряд радиуса r_0 расположен на расстоянии h от свободной поверхности (фиг. 6, а). На поверхности заряда потенциал $\varphi = -P/\rho$, на свободной поверхности $\varphi = 0$. Требуется найти потенциал течения и поле скоростей.

Отобразим конформно область течения в плоскости z на круговое кольцо $1 \leq |\zeta| \leq R$ в плоскости ζ (фиг. 6, б). Это отображение осуществляется формулами

$$(6.1) \quad \zeta = R(z + bi)/(z - bi), \quad b = \sqrt{h^2 - r_0^2}, \quad R = (\sqrt{h + r_0} + \sqrt{h - r_0})/(\sqrt{h + r_0} - \sqrt{h - r_0}).$$

Граничные условия для комплексного потенциала $w_1(\zeta) = w[z(\zeta)]$ имеют вид

$$\operatorname{Re} w_1 = -P/\rho, \quad |\zeta| = 1, \quad \operatorname{Re} w_1 = 0, \quad |\zeta| = R.$$

При этих условиях функция w_1 определяется однозначно:

$$(6.2) \quad w_1(\zeta) = (P/\rho)[(\ln \zeta)/\ln R - 1].$$

Поле скоростей в плоскости z определяется выражением $dw/dz = (dw_1/d\zeta)(d\zeta/dz) = -2Pbi/\rho(z^2 + b^2) \ln R$. В частности, на свободной поверхности при $y = 0$

$$(6.3) \quad v(x) = 2Pb/\rho(x^2 + b^2) \ln R.$$

Ширина воронки выброса $2x_*$ определяется равенством скорости частиц грунта величине c_* . Обозначая через $n = x_*/h$ показатель выброса, из (6.3) с учетом (6.1) получим

$$(6.4) \quad P = (1/2) \rho c_* h \ln R (1 + n^2 - \bar{h}^{-2}) (1 - \bar{h}^{-2})^{-1/2},$$

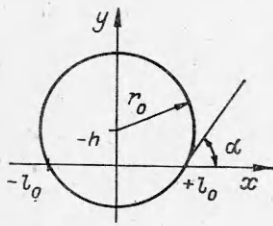
где $\bar{h} = h/r_0$ — относительная глубина заложения заряда ВВ. Этому выражению можно придать другой вид, если ввести безразмерные величины:

$$\bar{x}_* = x_*/r_0, \quad \bar{P} = P/\rho c_* r_0.$$

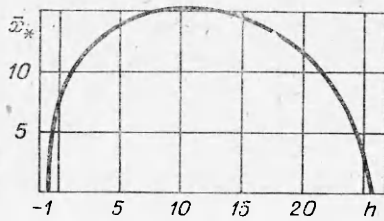
Тогда из (6.4) имеем

$$(6.5) \quad \bar{x}_*^2 = (\bar{P}/\ln R) (\bar{h}^2 - 1)^{1/2} - \bar{h}^2 + 1, \quad \bar{h} \geq 1.$$

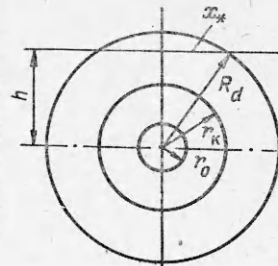
Рассмотрим теперь случай контактного взрыва. Пусть центр заряда радиуса r_0 находится на высоте $-h$ от свободной поверхности. Линия контакта — дуга окружности, пересекающая ось абсцисс в точках $\pm l$ (фиг. 7). Метод решения аналогичен предыдущему случаю: отображаем полуплоскость с выброшенным сегментом на полуплоскость [13]. На отрезке $\pm l$ за-



Ф и г. 7



Ф и г. 8



Ф и г. 9

дано значение потенциала $\varphi = -P/\rho$, вне его потенциал равен нулю. Решение этой задачи дается интегралом Шварца [13]. Окончательно получим

$$(6.6) \quad w(z) = [P/\rho (\pi - \alpha)] \ln \frac{z+l}{z-l},$$

где α — угол между дугой окружности и осью x . Распределение скоростей на свободной поверхности дается выражением

$$v(x) = 2Pl/[\rho(\pi - \alpha)(x^2 - l^2)].$$

Приравнявая его к критической скорости c_* , получаем после преобразований

$$(6.7) \quad \bar{x}_*^2 = [\bar{P}/(\pi - \alpha)] (1 - \bar{h}^2)^{1/2} + 1 - \bar{h}^2, \quad 1 \geq \bar{h} \geq -1,$$

где $\bar{x}_* = x_*/r_0$; x_* — координата края выемки; $\bar{h} = h/r_0$; $\bar{P} = 2P/(\rho c_* r_0)$. Для заряда, заглубленного на радиус, формулы (6.2), (6.5), а также (6.6), (6.7) после раскрытия неопределенности дают одинаковые результаты $w(z) = -2iPr_0/\rho z$, $\bar{x}_*^2 = \bar{P}$.

Таким образом, формулы (6.5), (6.7) и (6.2) дают зависимость ширины выемки от глубины заложения заряда во всем диапазоне изменения величины последней. На фиг. 8 показана зависимость \bar{x}_* от \bar{h} в предположении постоянства величины \bar{P} ($\bar{P} = 100$).

Для контактного взрыва в диапазоне изменения \bar{h} от -1 до $+1$ это предположение можно считать достаточно правдоподобным, так как время действия продуктов детонации определяется временем вылета продуктов взрыва в атмосферу, которое в этом диапазоне глубин для зарядов фиксированного радиуса изменяется незначительно. В общем случае, как следует из предыдущего, для контактного взрыва ($|\bar{h}| \leq 1$) $P = \text{const } E$.

Для того чтобы получить связь между энергией E и импульсным давлением P , подставим (6.1) в (6.2):

$$w(z) = (P/\rho \ln R) \ln [(z + bi)/(z - bi)], \quad b = \sqrt{h^2 - r_0^2}$$

и сравним полученное выражение с потенциалом точечного источника (3.1) при $h \gg r_0$, откуда получим для мощности источника выражение $m = 2\pi P/(\rho \ln R)$.

Отсюда и из (3.5) имеем

$$P = k(E/c_* h) \ln R, \quad k = \text{const.}$$

Подставляя это выражение в (6.5), получим выражение для полуширины выемки x_* через линейную плотность энергии E :

$$(6.8) \quad \bar{x}_*^2 = (kE/\rho c_*^2 r_0^2) (1 - \bar{h}^{-2})^{1/2} - (\bar{h}^2 - 1).$$

Значения h и \bar{h} , при которых $x_* = 0$, будем называть камуфлетной глубиной и обозначать индексом k . Полагая в (6.8) $\bar{h} \gg 1$ и пренебрегая едини-

цей по сравнению с \bar{h}^2 , имеем

$$(6.9) \quad \bar{x}_*^2 = \bar{h}_k^2 - 1, \quad x_*^2 = h_k^2 - h^2.$$

Примечательно, что эти простые соотношения могут быть получены, как уже отмечалось выше, из других соображений [10, 14].

Предположим, что край области выброса определяется пересечением свободной поверхности, т. е. оси x с окружностью радиуса R_d . Под R_d понимается радиус зоны разрушений, причем таких, когда возможен выброс фрагментов среды за пределы области выброса. Предполагается далее, что R_d не зависит от глубины заложения. Тогда из фиг. 9 можно получить формулы (6.9) с заменой R_d на h_k , что имеет очевидный физический смысл. Далее из принципов подобия имеем

$$h_k = R_d = K_1 r_0 = K_2 r_k = K_3 E^{1/2},$$

где r_k — радиус камуфлетной полости; K_1, K_2, K_3 — постоянные. Отсюда получаются расчетные формулы типа (3.6), в частности

$$(6.10) \quad q = (\rho_b / K_1) h^2 (1 + n^2),$$

где ρ_b — плотность ВВ; q — масса ВВ, приходящаяся на единицу длины заряда.

Аналогичные рассуждения для случая сосредоточенного сферического заряда [10, 14] приводят к выражениям типа формулы (2.3).

Следует отметить, что формулы (2.3), (3.6), (6.10), полученные теоретически, являются приближенными, как и эмпирическая формула Борескова (2.4). Они справедливы для случаев, типичных в практике взрывного дела ($n = 1,5-2,5$ для естественных грунтов, $n = 3-4$ для сухого мелкозернистого лабораторного песка). Некоторые пути введения по-луэмпирических поправок описаны в [14].

Автор благодарит Н. Б. Ильинского и А. В. Поташева, просмотревших рукопись и сделавших ряд полезных замечаний.

Поступила 26 II 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принципы его работы. — УМН, 1957, т. 12, вып. 4.
2. Лаврентьев М. А. Вариационный метод в краевых задачах для систем уравнений эллиптического типа. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
3. Лаврентьев М. А., Кузнецов В. М., Шер Е. Н. О направленном метании грунта при помощи взрывчатого вещества. — ПМТФ, 1960, № 4.
4. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1973.
5. Кузнецов В. М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта. — ПМТФ, 1960, № 3.
6. Кузнецов В. М., Шер Е. Н. О принципе равномерного дробления горных пород взрывом. — ПМТФ, 1975, № 3.
7. Кузнецов В. М., Поляк Э. Б. Гидродинамические модели взрыва на выброс. — ФТПРПИ, 1973, № 4.
8. Кузнецов В. М. Математические модели взрывного дела. Новосибирск: Наука, 1977.
9. Ильинский Н. Б., Салимов Р. Б. Задача о взрыве поверхностного заряда переменной толщины. — В кн.: Труды семинара по краевым задачам. Вып. 12. Казань: изд. Казан. ун-та, 1975.
10. Кузнецов В. М. О влиянии силы тяжести при взрыве в грунте на выброс. — Труды МФТИ. Вып. 3. М.: Оборонгиз, 1959.
11. Мартынюк П. А. О форме воронки выброса при взрыве в грунте шнуrowого заряда. — В кн.: Народнохозяйственное использование взрыва. № 30. Новосибирск: РИСО СО АН СССР, 1964.
12. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.
13. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Теория функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1977.
14. Кузнецов В. М., Шацкевич А. Ф., Романов А. Р. О взрыве на выброс в песке. — ФГВ, 1979, № 2.