

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАЖИГАНИЯ ПОРИСТЫХ ВЕЩЕСТВ ФИЛЬТРУЮЩИМ ГАЗОМ (СПУТНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ)

Б. С. Сеплярский, И. С. Гордополова

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН, 142432 Черногловка

С помощью волновой теории зажигания создан аналитический метод расчета временных характеристик воспламенения пористого образца потоком втекающего в вещество горячего газа (спутная нестационарная фильтрация). При использовании классических безразмерных переменных обнаружена аномальная зависимость временных характеристик зажигания от параметра $\beta = RT_{ign}/E$: с увеличением значения β длительность стадий воспламенения убывает, а не возрастает, как при кондуктивном нагреве вещества. Найден масштаб плотности газа, при использовании которого зависимость временных характеристик зажигания от параметра β носит обычный характер. Показано, что для определения массового расхода газа можно использовать уравнения изотермической фильтрации. Численными расчетами подтверждена правильность основных допущений теории о стадийности процесса зажигания и волновом механизме нагрева вещества. Получено хорошее количественное совпадение выводов приближенного анализа и результатов численных расчетов. Ошибка в определении времени установления нулевого градиента температуры на границе образца и времени теплового взрыва не превышает 50 %.

Теория фильтрационного горения (ФГ), т. е. распространения волн экзотермического превращения в пористой среде при фильтрации газа, в последнее время активно развивается [1–3]. Научный интерес к такому виду горения возник в ответ на запросы практики, когда процессы фильтрационного горения стали включаться в технологические схемы различных производств, таких как доменная выплавка чугуна, обжиг и агломерация руд, регенерация катализаторов методом выжигания коксовых отложений, добыча нефти с помощью внутрипластового горения и др. К настоящему времени проведена классификация процессов ФГ, установлены основные закономерности распространения стационарных и квазистационарных волн ФГ, исследована их устойчивость, определены пределы горения, выяснены физические принципы регулирования структуры тепловой волны и температуры в зоне реакции (см. обзоры [4, 5]).

Исследованию инициирования волн реакций в пористых средах посвящено гораздо меньше работ [6–9]. Это связано с трудностями, вызванными необходимостью анализа нестационарной системы уравнений, описывающей процесс зажигания пористых веществ при фильтрации газа. Все исследования зажигания объединяет одно условие, которое значительно

упрощает теоретический анализ, — предположение о постоянстве массового расхода газа в пористой среде. С учетом этого предположения в [7] с помощью волновой теории зажигания определена зависимость временных характеристик зажигания от основных параметров процесса. В [7] изложены методические основы теоретического изучения процесса зажигания пористых систем при фильтрации газа.

Однако имеется ряд важных для практики процессов, в которых зажигание пористой среды происходит в условиях нестационарной фильтрации горячего газа. К таковым относятся зажигание малогазовых составов быстрогорящим полностью газифицирующимся воспламенителем, оптимизация процесса воспламенения газогенераторов на твердом топливе, используемых для быстрого заполнения газом эластичных мешков или других устройств обеспечения безопасности при аварии автомобиля, а также разработка непрерывных технологий нанесения наплавки на изделия методом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза. Основные трудности при теоретическом анализе таких задач состоят в том, что для определения поля температур в веществе необходимо знать решение нестационарного неизоэнтальпического уравнения фильтрации. Известна только одна работа [10], посвященная

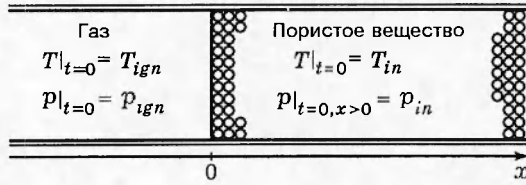


Рис. 1. Модель процесса:

$$T_{ign} > T_{in}, p_{ign} > p_{in}; x < 0: \partial p / \partial x = \partial T / \partial x = \partial p / \partial t = \partial T / \partial t = 0$$

численному моделированию такого типа процессов. В ней для фиксированного набора параметров численно рассчитана зависимость временных характеристик зажигания от безразмерного аналога коэффициента фильтрации — критерия Пекле Pe , имеющего смысл отношения ширины зоны фильтрации к ширине зоны прогрева. Зависимость же временных характеристик зажигания от других не менее важных параметров процесса, а также разработка аналитических методов расчета характеристик зажигания остались за рамками этого исследования. В данной статье с помощью волновой теории зажигания (ВТЗ) [11] определена зависимость длительности стадий зажигания пористого вещества потоком фильтрующегося газа от основных параметров задачи: безразмерного перепада температур θ_{in} , критерия Pe и безразмерной теплоемкости C_g , равной отношению объемных теплоемкостей газовой и конденсированной фаз, а также от отношения температуры зажигания T_{ign} к начальной температуре вещества T_{in} .

Рассматривается следующая модель процесса (рис. 1). На границе пористого конденсированного образца, способного к экзотермическому превращению, в момент времени $t = 0$ температура T и давление газа p принимают значения T_{ign} и p_{ign} ($T_{ign} > T_{in}$, $p_{ign} > p_{in}$, где p_{in} — начальное давление газа) и в течение всего процесса остаются неизменными. Из-за перепада давлений газ фильтруется внутрь образца, нагревая его. Одновременно происходит прогрев вещества за счет теплопроводности, в результате чего начинается интенсивная химическая реакция, приводящая к воспламенению образца, т. е. к созданию условий, когда в веществе возможно распространение волны горения без подвода энергии извне. Считается, что температуры газа и пористого тела совпадают, потери тепла в окружающую среду пре-

небрежимо малы, фильтрация осуществляется по закону Дарси, химическое превращение описывается реакцией нулевого порядка, продукты реакции конденсированные, размер образца намного больше размеров зоны прогрева, скорость реакции при начальной температуре пренебрежимо мала. Система уравнений, описывающая такой процесс, в общепринятых безразмерных переменных имеет вид [7, 10]

$$(1 + C_g \bar{\rho}_g) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - C_g \rho_g V_f \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + W(\theta, \eta); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_g}{\partial \tau} = - \frac{\partial (\rho_g V_f)}{\partial \xi}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma W, \quad W = F(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta \theta} \quad (3)$$

$$(F(\eta) = 1, \text{ если } \eta \leq 1; \quad F(\eta) = 0, \text{ если } \eta > 1);$$

$$V_f = -Pe \frac{\partial P}{\partial \xi}; \quad (4)$$

$$P = \rho_g (1 + \beta \theta). \quad (5)$$

Начальные условия:

$$\tau = 0: \quad P = P_{in}, \quad \theta = -\theta_{in}, \quad \eta = 0. \quad (6)$$

Граничные условия:

$$\tau > 0: \quad \xi = 0: \quad P = 1, \quad \theta = 0; \\ \xi = L: \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0, \quad P = P_{in}. \quad (7)$$

Используемые безразмерные переменные и параметры:

$$\theta = \frac{E(T - T_{ign})}{RT_{ign}^2}; \quad \tau = \frac{t}{t_*};$$

$$t_* = \frac{c_g RT_{ign}^2}{Q E k_0} \exp \frac{E}{RT_{ign}}; \quad \rho_g = \frac{p m}{RT};$$

$$\xi = \frac{x}{x_*}; \quad x_* = \sqrt{a t_*}; \quad a = \frac{\lambda}{c_c \rho_c}; \quad \bar{\rho}_g = \frac{\rho_g}{\rho_{ign}};$$

$$\rho_{ign} = \frac{p_{ign} m}{RT_{ign}}; \quad \beta = \frac{RT_{ign}}{E}; \quad \gamma = \frac{c_g RT_{ign}^2}{Q E};$$

$$\theta_{in} = \frac{E(T_{ign} - T_{in})}{RT_{ign}^2}; \quad P_{in} = \frac{p_{in}}{p_{ign}}; \quad P = \frac{p}{p_{ign}};$$

$$Pe = \frac{k_f p_{ign} c_c \rho_c (1 - m)}{m \lambda}; \quad C_g = \frac{c_g \rho_{ign} m}{c_c \rho_c (1 - m)}.$$

Здесь x — пространственная координата; ρ_g — плотность газа; p — давление газа (p_{ign} , p_{in} — в момент зажигания и в начальном состоянии соответственно); Q — тепловой эффект реакции на единицу массы пористого вещества;

c_g — теплоемкость газа; c_c, ρ_c — теплоемкость и плотность пористого вещества; m — пористость; λ — эффективный коэффициент теплопроводности; a — коэффициент температуропроводности; k_f — коэффициент фильтрации; E, k_0 — энергия активации и предэкспоненциальный множитель реакции; R — универсальная газовая постоянная; θ, ξ — безразмерные температура и координата; $\tau, \tau_{in}, \tau_{ign}$ — безразмерное время, время инертного прогрева и теплового взрыва; $P, \bar{\rho}_g$ — безразмерные давление и плотность газа; W, V_f — безразмерные скорости реакции и фильтрации; $\bar{\theta}_{in}$ — безразмерный начальный перепад температур; P_{in} — безразмерное давление газа в образце в начальный момент времени; β, γ — малые параметры теории горения. Критерий Pe не зависит от выбора масштаба длины и отражает соотношение вкладов конвективного (фильтрационного по своей природе) и кондуктивного переноса тепла.

При исследовании процесса зажигания будем полагать, что температура зажигания T_{ign} существенно ниже адиабатической температуры горения T_c ($T_c = T_{in} + Q/c_c$). Анализ системы (1)–(7) будем проводить с помощью ВТЗ [11].

Согласно [7] временные характеристики зажигания (время инертного прогрева τ_{in} , установления нулевого градиента температуры на границе образца τ_0 и резкого роста температуры (теплового взрыва) τ_{ign}) выражаются через параметры промежуточной волны ФГ: кондуктивный поток тепла из зоны тепловыделения q_{st} , ширину зоны реакции ξ_{st} , скорость горения ω_f . Промежуточная волна ФГ — это волна с максимальной температурой, равной температуре зажигания. Следовательно, ее характеристики находятся из решения системы (1)–(7) с источником тепла W , зависящим от температуры следующим образом:

$$W = F(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta} \quad \text{при } \theta \leq 0;$$

$$W = 0 \quad \text{при } \theta > 0.$$

В соответствии с ВТЗ процесс зажигания разбивается на три стадии: инертный прогрев, распространение тепловой волны вглубь вещества и тепловой взрыв. На первой стадии за счет энергии внешнего источника образуется прогретый слой вещества. Длительность этой стадии τ_{in} можно определить, приравняв поток тепла от нагревателя при инертном прогреве q_n ($q_n = -d\theta/d\xi|_{\xi=0}$) потоку тепла из зоны

тепловыделения промежуточной волны горения q_{st} ($\tau = \tau_{in}$, когда $q_n = q_{st}$). При $\tau > \tau_{in}$ прогретый слой перемещается вглубь вещества за счет тепла нагревателя и тепловыделения химической реакции q_{ch} . Считается, что $q_{ch} + q_n = q_{st}$, а скорость движения тепловой волны близка к скорости горения. Увеличение интегрального тепловыделения химической реакции без роста максимальной температуры трактуется как образование зоны химической реакции ξ_r с другим квазистационарным распределением температуры. Величины ξ_r и q_{ch} растут пропорционально времени: $\xi_r = \omega_f(\tau - \tau_{in})$, $q_{ch} = \xi_r W(\theta)|_{\theta=0}$. Когда длина зоны химической реакции станет равной ширине зоны реакции в промежуточной волне ФГ ($\xi_r = \xi_{st}$ и, следовательно, $q_{ch} = q_{st}$), всё тепло, идущее на нагрев вещества, будет давать химическая реакция, а градиент температуры на поверхности станет равным нулю. Время установления нулевого градиента вычисляется по соотношению

$$\tau_0 = \tau_{in} + \xi_{st}/\omega_f. \quad (8)$$

Дальнейшее увеличение зоны реакционно-тепловыделения со скоростью ω_f нарушает тепловой баланс между тепловыделением за счет химической реакции и отводом его в холодные слои вещества и приводит к появлению максимума на профиле температуры, в точке с наименьшим теплоотводом из зоны реакции, т. е. у поверхности тела. Максимум температуры перемещается вглубь вещества с той же скоростью ω_f , увеличиваясь по амплитуде. Когда он смещается на величину ξ_{exp} , в точке максимума резко увеличивается температура, происходит тепловой взрыв. Следовательно,

$$\tau_{ign} = \tau_0 + \xi_{exp}/\omega_f. \quad (9)$$

Координата резкого роста температуры ξ_{exp} находится из решения линеаризованной задачи о тепловом взрыве в условиях фильтрации газа [7]:

$$\xi_{exp} = \frac{C_g G_g}{2} + \sqrt{0,25 C_g^2 G_g^2 + 1}, \quad (10)$$

где в качестве массового расхода газа G_g можно использовать его значение в момент времени $\tau = \tau_0$. В соответствии с (9), (10) для расчета характеристик процесса зажигания необходимо знать закономерности инертного прогрева пористого вещества в условиях фильтрации при граничных условиях 1-го рода и параметры промежуточной волны ФГ. По классификации волн горения [12] промежуточная волна

относится к элементарным моделям горения 2-го рода, для которых скорость распространения определяется неполным превращением вещества в ведущей зоне. Волновая теория зажигания была разработана для стационарных волн горения 2-го рода, и возможность ее применения к данной задаче, когда скорость фронта изменяется вместе с расходом газа, не очевидна. Основанием для применения ВТЗ при переменной скорости распространения фронта является независимость тепловой структуры промежуточной волны ФГ (т. е. ширины зоны реакции ξ_{st} и ширины зоны прогрева L_{th} этой волны), а также кондуктивного потока тепла q_{st} от значения $G_g = \rho_g V_f$ при постоянном перепаде температур θ_{in} , впервые обнаруженная в [7]. В ней исследовались закономерности зажигания пористых веществ в условиях $G_g = \text{const}$ и были получены следующие выражения:

$$\begin{aligned} \xi_{st}(G_g) &= \xi_{st}(G_g)|_{G_g=0} = \sqrt{2}; \\ q_{st}(G_g) &= q_{st}(G_g)|_{G_g=0} = \sqrt{2}; \\ L_{th}(G_g) &= L_{th}(G_g)|_{G_g=0} = \theta_{in}/\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно [7]

$$\omega_f = \omega_{con} + C_g G_g = \sqrt{2}/\theta_{in} + C_g G_g, \quad (12)$$

где скорость волны горения в отсутствие фильтрации ω_{con} определяется кондуктивным потоком тепла из зоны реакции и не зависит от массового расхода газа, а $C_g G_g$ равно скорости переноса тепла фильтрующимся газом. Так как изменение величины G_g при постоянном перепаде температур θ_{in} не приводит к перестройке температурного профиля промежуточной волны, скорость фронта безынерционно подстраивается под текущее значение G_g . Это означает, что соотношение (12) сохраняет свой вид и для случая $G_g = G_g(\tau)$. Таким образом, задача вычисления $\omega_f(\tau)$ сводится к определению зависимости $G_g(\tau)$.

Для не очень высоких значений давления газа (десятки атмосфер) $C_g \ll 1$. Следовательно, конвективный перенос тепла фильтрующимся газом заметно влияет на прогрев пористого тела только тогда, когда через единицу объема пористой среды проходит много объемов газа. Такие режимы фильтрации реализуются при $Pe \gg 1$, когда глубина проникновения газа в образец L_f намного превышает размер нагретой области ξ_{th} . Тогда фильтрацию можно рассматривать как изотермическую и использовать результаты [13] для вычи-

сления массового расхода газа на границе пористого вещества. В соответствии с [13] в случае изотермической фильтрации профиль давлений, а вместе с ним и распределение плотности в образце носят линейный характер:

$$P(\xi, \tau) = 1 - \xi/L_f, \quad \rho_g = \bar{P}(\xi, \tau)/(1 - \beta\theta_{in}),$$

что позволяет получить явное выражение для массы газа в пористом веществе:

$$\begin{aligned} M(\tau) &= \int_0^{L_f} \rho_g(\xi, \tau) d\xi = \frac{L_f}{2(1 - \beta\theta_{in})} = \\ &= \frac{0,81\sqrt{Pe\tau}}{1 - \beta\theta_{in}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $L_f = 1,62\sqrt{Pe\tau}$.

При выводе (13) полагали, что исходная масса газа на участке L_f пренебрежимо мала по сравнению с массой поступившего газа:

$$\frac{M(\tau, L_f)|_{\tau=0}}{M(\tau)} = \frac{L_f \bar{\rho}_g(\tau)|_{\tau=0}}{M(\tau)} = 2P(\tau)|_{\tau=0} \ll 1.$$

Количество газа, втекающего в образец в единицу времени, равно

$$G_g(\xi, \tau)|_{\xi=0} = \frac{\partial M(\tau)}{\partial \tau} = \frac{0,4\sqrt{Pe}}{(1 - \beta\theta_{in})\sqrt{\tau}}. \quad (14)$$

В прогретой области ($0 < \xi < \xi_{th}$) уменьшение температуры ведет к уменьшению плотности газа, а понижение температуры — к ее увеличению. Учитывая эти факты, а также используя малость отношения ξ_{th}/L_f , можно считать, что в прогретой области массовый поток газа меняется слабо, т. е. $G_g(\xi)|_{0 < \xi < \xi_{th}} = G_g(\xi)|_{\xi=0}$. Тогда скорость движения тепловой волны определяется выражением

$$\omega_f = \sqrt{2}/\theta_{in} + A/\sqrt{\tau}, \quad (15)$$

где $A = 0,4C_g\sqrt{Pe}/(1 - \beta\theta_{in})$.

Подставляя (14) в (8), (9) и учитывая (10), в предположении $\xi_{exp} = \sqrt{2}$ получим

$$\sqrt{\tau_0} = (-A\theta_{in}/\sqrt{2} + \sqrt{A^2\theta_{in}^2/2 + B_0}), \quad (16)$$

$$\sqrt{\tau_{ign}} = (-A\theta_{in}/\sqrt{2} + \sqrt{A^2\theta_{in}^2/2 + B_{ign}}), \quad (17)$$

где $B_0 = \tau_{in} + 2A\theta_{in}\sqrt{\tau_{in}}/\sqrt{2} + \theta_{in}$, $B_{ign} = B_0 + \theta_{in}$. Численные расчеты показывают, что при разумных значениях параметров Pe и C_g отличие $\xi_{exp}(G_g)$ от $\xi_{exp}(G_g)|_{G_g=0} = \sqrt{2}$ не превышает нескольких процентов.

При выводе формул (16), (17) неявно предполагалось, что параметр β , входящий в выражение для скорости реакции W , равен нулю, т. е. мы пренебрегли влиянием β через скорость реакции на характеристики зажигания. В [14] показано, что при воспламенении конденсированных веществ накаливаемой поверхностью зависимость характеристик зажигания от параметра β слабая и ее можно представить в следующем виде:

$$\tau_0 = \tau_0(\beta)|_{\beta=0}(1 + 1,44\beta), \quad (18)$$

$$\tau_{ign} = \tau_{ign}(\beta)|_{\beta=0}(1 + 1,44\beta). \quad (19)$$

Считая, что и для данной задачи выражения (18), (19) сохраняют свой вид, окончательно имеем

$$\sqrt{\tau_0} = \left(-\frac{A\theta_{in}}{\sqrt{2}} + \sqrt{A^2, \theta_{in}^2/2 + B_0} \right) \sqrt{1 + 1,44\beta},$$

$$\sqrt{\tau_{ign}} = \left(-\frac{A\theta_{in}}{\sqrt{2}} + \sqrt{A^2, \theta_{in}^2/2 + B_{ign}} \right) \sqrt{1 + 1,44\beta}.$$

Точное аналитическое решение инертной задачи с такими начальными и граничными условиями, необходимое для расчета τ_{in} , сопряжено с непреодолимыми трудностями. Поэтому в настоящей работе предложен приближенный метод определения τ_{in} . Он основан на гипотезе о том, что при $0 < \tau < \tau_{in}$ переменный массовый расход газа $G_g(\tau)$ оказывает такое же воздействие на профиль температур в пористом инертном теле, как и постоянный поток газа G_{eq} — среднее значение расхода газа $G_g(\tau)$ в интервале $0 < \tau < \tau_{in}$. Значение G_g сильно зависит от времени. Поэтому осреднение будем проводить используя весовую функцию, учитывающую особенности задачи. Время воздействия мгновенного значения расхода газа обратно пропорционально скорости его изменения: $-dG_g/d\tau = \Pi$, что позволяет в качестве весовой функции $F(\tau)$ использовать отношение

$$F(\tau) = \frac{K}{\Pi} = \frac{5K\tau^{3/2}(1 - \beta\theta_{in})}{\sqrt{Pe}}, \quad (20)$$

где K — нормировочный множитель, вычисляемый из условий нормировки [15]

$$\int_0^{\tau_{in}} F(\tau) d\tau = 1. \quad (21)$$

Подставляя (20) в (21), имеем

$$K = \frac{\sqrt{Pe}}{2(1 - \beta\theta_{in})\tau_{in}^{5/2}}.$$

Тогда

$$G_{eq} = \int_0^{\tau_{in}} G_g(\tau)F(\tau)d\tau = \frac{\sqrt{Pe}}{2(1 - \beta\theta_{in})\sqrt{\tau_{in}}} = 1,25G_g(\tau_{in}).$$

Для определения τ_{in} по G_{eq} воспользуемся выражением [7]

$$\frac{\theta_{in}}{\sqrt{\pi\tau_{in}}} \exp\left(-\frac{(C_g G_{eq})^2 \tau_{in}}{4}\right) - \frac{\theta_{in}}{2} C_g G_{eq} \operatorname{erfc}\left(\frac{C_g G_{eq}}{2} \sqrt{\tau_{in}}\right) = \sqrt{2}, \quad (22)$$

где $\operatorname{erfc} \omega = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\omega e^{-x^2} dx$ — дополнительная функция ошибок. Удобнее вычислять значение τ_{in} из (22), предварительно задав значения G_{eq} , C_g , θ_{in} . Тогда значения A и \sqrt{Pe} , соответствующие выбранному среднему расходу G_{eq} , найдутся из равенств

$$A = \frac{G_{eq} C_g \sqrt{\tau_{in}}}{1,25}, \quad \sqrt{Pe} = 2G_{eq} \sqrt{\tau_{in}}(1 - \beta\theta_{in}).$$

Зная A и τ_{in} , рассчитываем B_0 и B_{ign} , а затем τ_0 и τ_{ign} .

Анализ выражений (16), (17), (22) с учетом зависимости $L_f(\tau)$ показал следующее.

1. Безразмерные параметры C_g и Pe влияют на временные характеристики зажигания не по отдельности, а в виде произведения $C_g Pe$, входящего в параметр A .

2. С ростом параметра A происходит переход от кондуктивного режима зажигания к конвективному, когда времена τ_0 и τ_{in} стремятся к нулю, а τ_{ign} стремится к 1 — величине адиабатического периода индукции при начальной температуре вещества $\dot{v}_{in} = 0$ и $C_g \rho_g \ll 1$.

3. Влияние длины образца L на время задержки зажигания зависит от соотношения между L и $L_f(\tau_{ign})$ и от типа граничного условия для уравнения фильтрации при $\xi = L$. Если $L > L_f(\tau_{ign})$, где $L_f(\tau_{ign}) = 1,62\sqrt{Pe\tau_{ign}}$, время τ_{ign} не зависит от L ; если же $\xi_{th} < L < L_f(\tau_{ign})$, время τ_{ign} увеличивается с уменьшением L при непроницаемом правом торце образца $\partial P/\partial \xi|_{\xi=L} = 0$; а если на правом торце поддерживается постоянное давление $\bar{P}(\xi)|_{\xi=L} = P_{in}$, время τ_{ign} уменьшается.

4. С ростом параметра A выгорание не влияет на временные характеристики процесса даже при таких значениях параметра γ ,

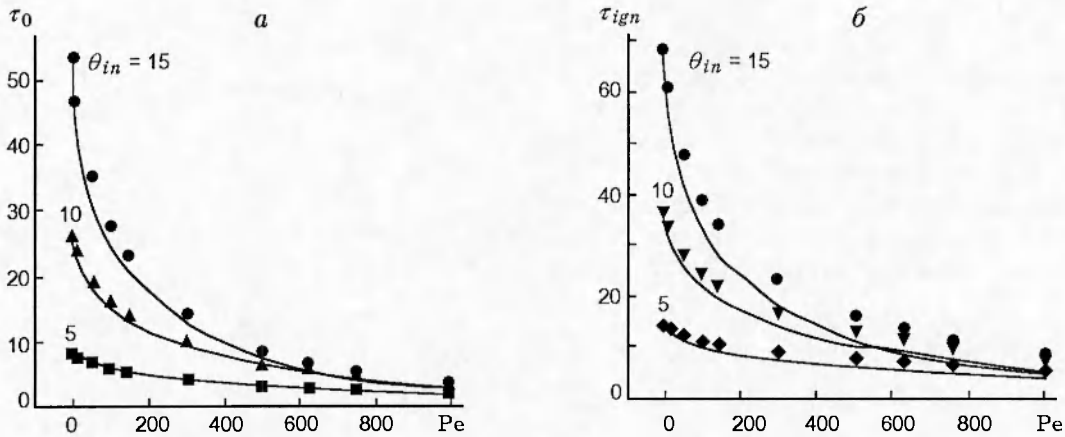


Рис. 2. Зависимость времени установления нулевого градиента (а) и времени зажигания (б) от критерия Pe :

$\beta = 0,03$, $C_g = 0,05$, $\gamma = 0,01$, $L = 120$; линии — результаты приближенного анализа, точки — численный счет

когда имеют место вырожденные режимы зажигания при кондуктивном подводе тепла [16].

5. При $Pe \rightarrow 0$ выражения (16), (17) дают правильный предельный переход к значениям τ_0 , τ_{ign} для кондуктивного режима зажигания [11]:

$$\tau_0 = \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + \theta_{in}, \quad \tau_{ign} = \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + 2\theta_{in}.$$

6. Обнаружена аномальная зависимость времен τ_0 и τ_{ign} от параметра β : с увеличением β времена уменьшаются, а не увеличиваются, как при кондуктивном нагреве вещества.

Наряду с приближенным анализом исходную систему уравнений решали численно. Вычисления проводили по неявной разностной схеме с адаптирующейся к изменению решения пространственной сеткой и переменным шагом по времени. Численным счетом проверяли допущения, положенные в основу приближенного метода расчета временных характеристик зажигания, а также основные выводы приближенного анализа.

Прежде всего, было установлено, что массовый расход газа $G_g(\xi, \tau)|_{\xi=0}$ и, соответственно, характеристики зажигания слабо зависят от начального давления газа при $P_{in} < 0,1$. Так, при $P_{in} = 0,1 \div 0,0001$ значение $G_g(\xi)|_{\xi=0}$ увеличивалось при различных значениях Pe не более чем на 5%. Поэтому в дальнейших расчетах принимали $P_{in} = 0,01$.

На рис. 2 показана зависимость τ_0 и τ_{ign} от критерия Pe при различных значениях θ_{in} ,

рассчитанная по формулам (16), (17), а также полученная в результате численного решения. Как видно из рисунка, имеется хорошее качественное совпадение между различными методами вычисления τ_0 и τ_{ign} во всей области изменения Pe для всех значений θ_{in} . Ошибка в определении временных характеристик зажигания для $Pe < 700$ не превышает 25%, а при $1000 > Pe > 700$ возрастает до 50%. Следует отметить, что формулы (16), (17) дают хорошее количественное совпадение с результатами численного счета даже при малых значениях Pe , когда фильтрацию нельзя считать изотермической. Более резкое изменение τ_0 и τ_{ign} происходит при небольших значениях Pe . При $Pe \gg 1$ разность между τ_0 и τ_{ign} для различных значений θ_{in} уменьшается, что связано с определяющим вкладом конвективного потока тепла в прогрев вещества.

Расчеты зависимостей τ_0 и τ_{ign} от Pe проводили в широком диапазоне изменения определяющих параметров: $0 < Pe < 1000$, $\theta = 5, 10, 15$; $\beta = 0 \div 0,05$. Однако был выбран базовый вариант, для которого изменения профилей температур и давлений, а также всех основных характеристик процесса зажигания имеют типичный для данной задачи вид. Именно результатами расчетов с этим набором исходных данных будет проиллюстрирована корректность основных допущений аналитического метода расчета характеристик зажигания. Параметры этого варианта: $\theta_{in} = 10$, $\gamma = 0,01$, $\beta = 0,03$, $C_g = 0,05$, $Pe = 144$, $L = 120$,

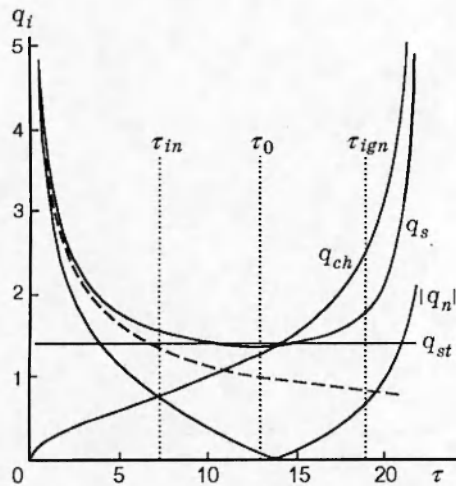


Рис. 3. Изменение во времени различных потоков тепла:

штриховая линия — поток тепла q_n при нагреве инертного тела

$$P_{in} = 0,01.$$

Возможность разбиения процесса зажигания на стадии иллюстрирует рис. 3. На нем показано изменение во времени: модуля потока тепла от нагревателя

$$q_n = \left| - \frac{d\theta}{d\xi} \Big|_{\xi=0} \right|;$$

количества тепла, выделяемого в результате химического превращения,

$$q_{ch} = \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right) F(\eta) d\xi;$$

суммарного тепловыделения $q_s = q_{ch} + q_n$, которое согласно ВТЗ при $\tau > \tau_{in}$ должно быть близко к величине теплового потока из зоны тепловыделения в промежуточной волне ФГ $q_{st} = \sqrt{2}$. На рисунке приведены значения $\tau_0, \tau_{ign}, \tau_{in}$, вычисленные по формулам (16), (17), (22). Как видно из рисунка, моменту времени τ_{in} соответствует приближенное выполнение равенства $q_{ch} = q_n$. В численных расчетах именно момент выполнения равенства $q_{ch} = q_n$ принимался за τ_{in} . По результатам счета физически обоснованным выглядит следующее разбиение процесса зажигания на стадии.

1. Инертный прогрев. Основной вклад в нагрев вещества дает поток тепла от нагревателя q_n ($q_n > q_{ch}$), а суммарное тепловыделение близко к потоку тепла от нагревателя при нагреве инертного тела (штриховая линия на рис. 3).

2. Распространение тепловой волны $q_{ch} > q_n, q_n > 0$. На этой стадии суммарное тепловыделение меняется незначительно и близко к значению q_{st} . Изменение же потоков q_n и q_{ch} носит практически линейный характер, причем уменьшение q_n компенсируется ростом q_{ch} , как это и следует из предложенной модели развития процесса.

3. Создание условий для теплового взрыва ($q_s > q_{st}; q_n < 0, \theta_{max} > 0$), который заканчивается резким ростом температуры в момент $\tau = \tau_{ign}$. Как будет показано ниже, скорость тепловой волны даже на этом этапе остается близкой к ω_f .

Для проверки предположения о том, что при $\tau > \tau_{in}$ скорость переноса прогретого слоя близка к скорости движения температурного фронта, в численном эксперименте определяли значение ω_f (рис. 4) двумя способами.

(а) По скорости $\omega_f = (1/\theta_{in})(\partial Q_i / \partial \tau)$ изменения запаса тепла $Q_i = \int_0^{\infty} (\theta_1 + \theta_{in}) d\xi$ под температурной кривой, описываемой уравнением

$$\theta_1 = \begin{cases} 0 & \text{при } \theta > 0, \\ \theta & \text{при } \theta \leq 0. \end{cases}$$

Такая аппроксимация реального профиля позволяет разделить тепло, выделяющееся в результате реакции, на две составляющие. Одна обеспечивает распространение тепловой волны вглубь вещества, а вторая расходуется на нагрев вещества выше температуры зажигания ($\theta > 0$) и до момента $\tau = \tau_{ign}$ (в соответствии с допущениями ВТЗ) не влияет на скорость теплового фронта.

(б) По скорости $\omega_{f,2}$ движения точки с температурой $\theta = -0,5\theta_{in}$. Такой способ был использован при численном исследовании распространения пламени по смеси, реагирующей при начальной температуре [17]. Однако в численном эксперименте удобнее следить за изменением разницы $\omega_f - C_g G_g(\tau, \xi)|_{\xi=0} = \omega_{con}$, которая в соответствии с (12) при $\tau > \tau_{in}$ должна оставаться постоянной и равняться величине $\sqrt{2}/\theta_{in}$ — скорости горения при $C_g G_g = 0$ (см. рис. 4 кривые 3, 4).

Как видно из рис. 4, скорость нагрева образца близка к той, которую обеспечивала бы волна превращения со скоростью ω_f . Отклонение разности $\omega_{f,1} - C_g G_g = \omega_{con,1}$ от скорости распространения волны горения с чисто кондуктивным переносом тепла при $\tau_{in} < \tau < \tau_{ign}$

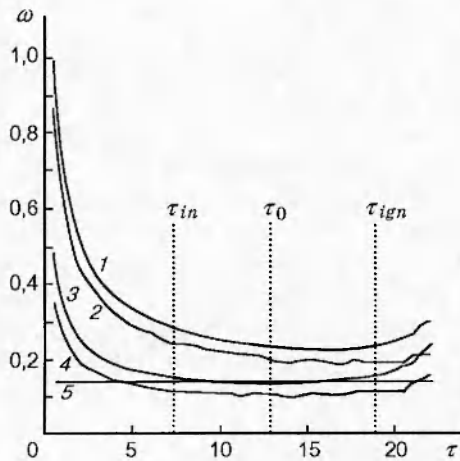


Рис. 4. Изменение во времени скорости тепловой волны, вычисленной различными способами:

1 — $\omega_{f,1}$, 2 — $\omega_{f,2}$, 3 — $\omega_{con,1}$, 4 — $\omega_{con,2}$, 5 — $\omega_{con} - \sqrt{2/\theta_{in}}$; $\theta_{in} = 10$, $\beta = 0,03$, $C_g = 0,05$, $\gamma = 0,01$, $L = 120$, $Pe = 144$

не превышает 20%. Заметный рост скорости происходит только на завершающем этапе процесса зажигания, когда $\theta_{max} > 1$. Таким образом, численные расчеты подтверждают правильность основного допущения теории: скорость тепловой волны при $\tau > \tau_{in}$ близка к ω_f (см. рис. 4).

Значение скорости $\omega_{f,2}$, определенное способом (б), ниже того, которое было заложено при вычислении ω_f , что связано с отличием профиля температуры, сформировавшегося к моменту τ_0 . Это отличие — результат уменьшения времени установления нулевого градиента при росте числа Pe .

В соответствии с теорией полагается, что при $\tau < \tau_{in}$ прогрев происходит по закону инертного тела. Ошибку в определении τ_0 и τ_{ign} , связанную с этим предположением, проверяли численными расчетами системы уравнений (1)–(7) с различным временем включения химического источника тепла τ_{on} :

$$W = 0 \quad \text{при } \tau < \tau_{on},$$

$$W = F(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta} \quad \text{при } \tau > \tau_{on}.$$

Как показали результаты расчетов, при $\tau_{on} < \tau_{in}$ характеристики зажигания τ_0 и τ_{ign} практически не зависят от времени включения источника. Ошибка в их определении не превышает 10%. Этот факт позволяет использовать в качестве начального условия при определении характеристик зажигания численным

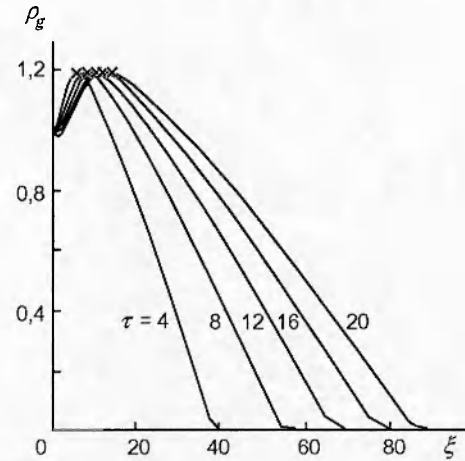


Рис. 5. Распределение плотности газа в пористом веществе в различные моменты времени:

крестики — координата максимума плотности

методом профиль температур, полученный из решения инертной задачи при $\tau < \tau_{in}$.

Численным счетом проверяли допущения, принятые при вычислениях массового расхода газа $G_g(\tau)$, подставляемого в формулу (12):

1) о применимости теории изотермической фильтрации для расчета массового расхода газа,

2) о постоянстве массового расхода газа на участке $0 < \xi < \xi_{th}$,

3) о зависимости массового потока газа в образец от произведения $\beta\theta_{in}$ (см. формулу (14)).

Особенно наглядно соотношение между величинами L_f и ξ_{th} иллюстрирует зависимость $\bar{\rho}_g(\xi)$ в различные моменты времени (рис. 5). На этой зависимости имеется максимум плотности, соответствующий температуре $\theta \approx \theta_{in}$ и возникающий из-за увеличения плотности при охлаждении газа. Поэтому координата максимума плотности дает верхнюю оценку для ξ_{th} . Точки излома на профиле $\bar{\rho}_g(\xi)$ характеризуют длину зоны фильтрации. Как видно из рисунка, при $\tau > \tau_0$ на зависимости $\bar{\rho}_g(\xi)$ появляется минимум плотности, что связано с возникновением максимума температур.

На рис. 6 показано изменение массового расхода газа $G_g(\xi, \tau)$ по длине образца в различные моменты времени. На участке, охваченном тепловым воздействием (крестики на зависимостях $G_g(\xi)$, соответствуют координатам максимума на $\bar{\rho}_g(\xi)$ в те же моменты времени), значения $G_g(\xi)$ изменяются мало и с до-

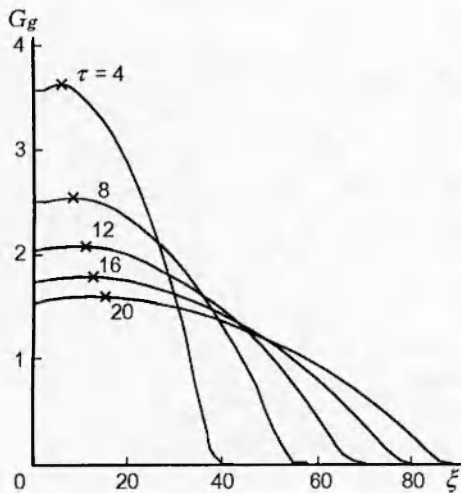


Рис. 6. Зависимость массового расхода газа от ξ в различные моменты времени: крестики — граница зоны прогрева

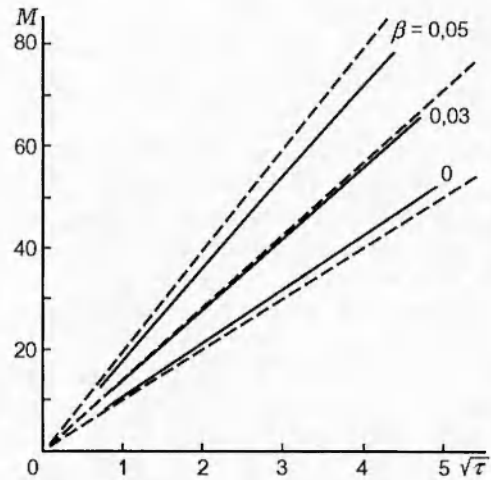


Рис. 7. Зависимость массы газа в образце от $\sqrt{\tau}$ при различных значениях параметра β : сплошные линии — приближенный анализ, штриховые — численный счет; $\theta_{in} = 10$, $C_g = 0,05$, $\gamma = 0,01$, $L = 120$, $Pe = 144$

статочной высокой точностью выполняется допущение, принятое при выводе формул (16), (17), о том, что поток, проходящий через тепловой фронт, равен его величине на границе «газ — пористое тело»: $\tilde{G}_g(\tau, \xi)|_{0 < \xi < \xi_{ih}} = G_g(\tau, \xi)|_{\xi=0}$.

Для проверки применимости теории изотермической фильтрации для расчета массового расхода газа

$$G_g(\tau, \xi)|_{\xi=0} = 0,4\sqrt{Pe}/\sqrt{\tau(1 - \beta\theta_{in})}$$

вычисляли зависимость массы газа в образце от времени, которая при $P_{in} \ll 1$ связана с $G_g(\tau, \xi)|_{\xi=0}$ следующим соотношением:

$$M(\tau) = \int_0^\tau G_g(\tau, \xi)|_{\xi=0} d\tau = \frac{0,81\sqrt{Pe}\tau}{1 - \beta\theta_{in}}$$

На рис. 7 показаны результаты численного расчета зависимости M от $\sqrt{\tau}$ и вычислений по формуле (13). Видно не только качественное, но и хорошее количественное совпадение (различие не превышает 10 %).

Остановимся подробнее на анализе причин аномальной зависимости временных характеристик зажигания от параметра β . Как следует из выводов приближенного анализа, а также из результатов численных расчетов, имеет место сильная зависимость τ_0 , τ_{ign} от параметра β . Причем времена τ_0 , τ_{ign} не возрастают при увеличении параметра β , как это происходит

при зажигании конденсированных веществ накаливаемой поверхностью, а уменьшаются. Это обусловлено ростом массового расхода газа G_g и, соответственно, конвективного потока тепла $C_g G_g \theta_{in}$, идущего на нагрев пористого тела, при фиксированном значении безразмерного перепада температур θ_{in} и при увеличении β .

Физической причиной появления зависимости временных характеристик зажигания от параметра β является используемый в работе масштаб плотности газа. В этот масштаб вошла температура зажигания, хотя основная масса газа находится при начальной температуре образца. Поэтому в выражениях для определения массового расхода газа, фильтрующегося в образец, в знаменателе появляется множитель $1 - \beta\theta_{in}$, который при подстановке в него выражений для β и θ_{in} превращается в отношение $\rho_g(T_{ign})/\rho_g(T_{in})$. Чтобы избавиться от сильной зависимости величины G_g (и соответственно τ_0 , τ_{ign}) от параметра β , предлагается выбирать ρ_{ign} с учетом обнаруженных особенностей процесса фильтрации: $\rho_{ign} = \rho_{ign} m / RT_{in}$. Тогда уравнение состояния в безразмерных переменных принимает вид

$$P = \rho_g(1 + \beta\theta)/(1 - \beta\theta_{in}). \tag{23}$$

Подстановка нового выражения для ρ_g в (13), (14) показывает, что в этом случае $G_g(\tau)$ и

$M(\tau)$ не зависят от $\beta\theta_{in}$:

$$G_g(\tau, \xi)|_{\xi=0} = \frac{0,4\sqrt{Pe}}{\sqrt{\tau}}; \quad M(\tau) = 0,81\sqrt{Pe\tau}.$$

Соответственно для A и, следовательно, для τ_0 и τ_{ign} исчезает зависимость от $1 - \beta\theta_{in}$. При такой замене масштаба времени τ_0 , τ_{ign} можно рассчитывать по формулам (16), (17) с $\beta = 0$.

Расчет τ_0 , τ_{ign} с учетом уравнения (23) показал, что, как и в классической теории зажигания [14], длительность стадий зажигания возрастает с увеличением β . Расчеты в диапазоне $0 < Pe < 1000$, $\theta_{in} = 5, 10, 15$ позволили установить, что при $\beta\theta_{in} < 0,5$ для определения зависимости времен τ_0 , τ_{ign} от параметра β можно пользоваться формулами (18), (19) с точностью 5%. При увеличении значения $\beta\theta_{in}$ до 0,8 ошибка возрастает до 10%.

ВЫВОДЫ

1. Создан аналитический метод расчета временных характеристик зажигания пористого вещества потоком фильтрующегося газа.

2. Достоверность основных допущений волновой теории зажигания в условиях нестационарной фильтрации газа подтверждена численными расчетами.

3. В классических безразмерных переменных обнаружена аномальная зависимость временных характеристик зажигания от параметра β .

4. Найдено такое преобразование масштаба плотности, которое позволило исключить зависимость длительности стадий зажигания от произведения $\beta\theta_{in}$. Этот теоретический результат подтвержден численным счетом.

5. Для процесса зажигания показана применимость уравнений изотермической фильтрации для расчета массового расхода газа в образце.

6. Получено выражение для вычисления скорости промежуточной волны фильтрационного горения при переменном расходе газа.

7. Установлено, что скорость нагрева вещества в процессе зажигания при $\tau > \tau_{in}$ близка к скорости нагрева этого вещества волной горения с максимальной температурой, равной температуре зажигания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-03-32240).

ЛИТЕРАТУРА

1. Грачев В. В., Ивлева Т. П., Боровинская И. П., Мержанов А. Г. Модель фильтрационного горения в СВС реакторе // Докл. РАН. 1996. Т. 346, № 5. С. 626–629.
2. Aldushin A. P., Matkowsky B. J., Schult D. A. Downward buoyant filtration combustion // Combust. Flame. 1996. V. 107, N 1/2. P. 151–176.
3. Shkadinsky K. G., Shkadinskaya G. V., Matkowsky B. J., Volpert V. A. Combustion synthesis of porous layer // Combust. Sci. Technol. 1992. V. 88. P. 271–292.
4. Алдушин А. П., Мержанов А. Г. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 9–52.
5. Алдушин А. П. Фильтрационное горение металлов // Там же. С. 52–71.
6. Сеплярский Б. С. Закономерности воспламенения безгазовых составов при продуве газа // Тепломассообмен-ММФ. Секция 3: Тез. докл. Минск. междунар. форума по тепломассообмену. Минск, 1988. С. 111–113.
7. Сеплярский Б. С. Воспламенение конденсированных систем при фильтрации газа // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 1. С. 3–12.
8. Дик И. Г., Толстых В. А. Двухтемпературная модель воспламенения пористых систем // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 6. С. 3–8.
9. Буркина Р. С. Зажигание пористого тела потоком излучения // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 5–13.
10. Снегирев А. Ю., Талалов В. А. Зажигание конденсированных пористых систем фильтрующимся газом // Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение конденсированных систем: Материалы IX Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. Черногловка, 1989. С. 61–64.
11. Сеплярский Б. С. Нестационарная теория зажигания конденсированных веществ накаливаемой поверхностью // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300, № 1. С. 96–99.
12. Мержанов А. Г. Новые элементарные модели горения второго рода // Докл. АН СССР. 1977. Т. 233, № 6. С. 1130.
13. Баренблат Г. И. О некоторых задачах неустойчивости фильтрации // Изв. АН СССР. ОТН. 1954. № 6. С. 97.

14. **Вилюнов В. Н.** Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
15. **Вольперт А. И., Худяев С. И.** Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.: Наука, 1975.
16. **Merzhanov A. G., Averson A. E.** The present state of the thermal ignition theory // *Combust. Flame*. 1971. V. 16, N 1. P. 89–124.
17. **Алдушин А. П., Зельдович Я. Б., Худяев С. И.** Распространение пламени по реагирующей газовой смеси // *Физика горения и взрыва*. 1978. Т. 15, № 6. С. 20–27.

*Поступила в редакцию 20/XI 1997 г.,
в окончательном варианте — 14/VII 1998 г.*
