

УДК 533

DOI: 10.15372/PMTF202315327

СВЕРХЗВУКОВОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ КОЛЬЦЕВОГО СОПЛА В КАМЕРУ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ С ОСЕВЫМ КАНАЛОМ: КИНЕТИЧЕСКОЕ И КОНТИНУАЛЬНОЕ РЕШЕНИЯ

А. А. Морозов, И. Б. Юдин, А. Г. Абрамов*,
П. А. Сковородко, Р. Г. Шарафутдинов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

*АО “ТВЭЛ”, Москва, Россия

E-mails: morozov@itp.nsc.ru, yudinib@vk.com, argabramov@tvel.ru,
paskov@itp.nsc.ru, molkin@itp.nsc.ru

С использованием кинетического и континуального подходов проведено численное исследование сверхзвукового истечения газа из кольцевого сопла в камеру низкого давления. Такие течения применяются в газоструйных плазмохимических технологиях, в которых используется электронный пучок, проходящий через осевой канал. Исследование проводилось с использованием прямого статистического моделирования с помощью метода Монте-Карло и путем решения уравнений сплошной среды в рамках пакета ANSYS Fluent. Показано, что полученные решения даже в зонах низкой плотности в канале электронного пучка хорошо согласуются. Это позволяет сделать вывод о возможности использовать пакет ANSYS Fluent для моделирования течений данного типа.

Ключевые слова: прямое статистическое моделирование методом Монте-Карло, сверхзвуковая струя, электронный пучок, разреженный газ

Введение. Сверхзвуковое истечение в область низкого давления используется как в аэрокосмических приложениях [1, 2], так и в различных вакуумных технологиях [3–5]. Несмотря на большое количество экспериментальных данных о формирующихся струях [6, 7], соответствующее корректное моделирование сверхзвукового истечения имеет большое значение для оптимизации различных технических устройств. Для режимов с малым числом Кнудсена используются уравнения сплошной среды [8, 9], тогда как для более разреженных режимов применяются квазигазодинамические уравнения [10], прямое статистическое моделирование с помощью метода Монте-Карло [1, 5, 11], а также гибридные подходы [12–14]. Особое внимание уделяется сравнению кинетического и континуального решений [2, 15].

В последнее время активно развивается газоструйный плазмохимический метод с использованием электронного пучка, проходящего через осевой канал с откачкой газа. Данный метод можно использовать как для осаждения тонких пленок различных функциональных материалов, например кремния [16], так и для конверсии природного и попутного нефтяного газов в жидкие продукты [17, 18]. При использовании данного метода подача газа

Разработка численного кинетического кода проведена в рамках государственного контракта с Институтом теплофизики СО РАН (№ 121031800218-5). Численные расчеты выполнены при финансовой поддержке индустриального партнера — АО “ТВЭЛ” (Департамент по научно-технической деятельности неядерных производств).

© Морозов А. А., Юдин И. Б., Абрамов А. Г., Сковородко П. А., Шарафутдинов Р. Г., 2023

в реактор осуществляется через два соосных кольцевых сопла: через внешнее сопло подается рабочий газ, тогда как через внутреннее — защитный газ, обеспечивающий защиту канала электронного пучка от воздействия фонового газа [19, 20]. Оптимизация геометрии соплового блока и всего реактора является сложной многопараметрической задачей, для решения которой необходимо корректное численное моделирование.

При использовании газоструйного плазмохимического метода в канале электронного пучка возникает зона предельно низкого (менее 1 Па) давления с соответствующим числом Кнудсена $Kn \approx 1$. Это соответствует режиму течения разреженного газа, для моделирования которого обычно требуется использование кинетических подходов. Наиболее распространенным подходом к моделированию течений разреженного газа является прямое статистическое моделирование (ПСМ) с использованием метода Монте-Карло [21]. Этот метод позволяет получить подробную информацию о процессах в области течения на молекулярном уровне, однако его использование требует значительных временных и вычислительных ресурсов. В то же время течение в форкамере и сопле характеризуется высокой плотностью газа и фактически может быть описано только в рамках модели сплошной среды. Кроме того, коммерческие пакеты в отличие от кода Монте-Карло собственной разработки позволяют достаточно просто и эффективно описывать течения сложной геометрии, максимально приближенной к реальной. Корректность применения уравнений сплошной среды для описания такого течения не является очевидной, так как предварительные расчеты показали, что при использовании уравнений Навье — Стокса величина обратного потока в осевой канал в несколько раз больше, чем при ПСМ-расчете [19].

Целью настоящей работы является исследование возможности описания всей области течения из кольцевого сопла в камеру с открытым осевым каналом в рамках модели сплошной среды и оценка отличия полученного решения от кинетического решения. Для этого течение со среза сопла моделировалось как с помощью метода ПСМ, так и на основе решения уравнений сплошной среды с использованием пакета ANSYS Fluent (лицензия ANSYS CFD Premium Customer № 1138532, АО “ТВЭЛ”). Особое внимание уделяется анализу течения в осевом канале, так как отсутствие обратного потока в этом канале является крайне важным для функционирования газоструйных технологий, в которых используется электронный пучок.

1. Постановка задачи. Для изучения возможности использования продукта ANSYS Fluent при моделировании указанных выше течений рассматривается задача, для которой ранее было получено достоверное решение с помощью метода Монте-Карло [20]. Решается осесимметричная задача в упрощенной постановке с подачей газа только из одного (внутреннего) щелевого сопла. Схема расчетной области представлена на рис. 1.

Рассматривается истечение метана из сопла через реактор в вакуум с расходом 14 н.л/мин и температурой торможения 300 К. В левой нижней части схемы, под щелевым соплом 1, показан осевой канал 2 с зоной обратной откачки. На открытых правой и левой границах расчетной области (в осевом канале) задается нулевое давление. Высота критического сечения щелевого сопла равна $h_* = 0,5$ мм, высота выходной части сопла $H = 1,1$ мм, остальные размеры указаны на рис. 1.

Граничные условия на входе, твердых стенках и свободных границах задавались такими же, как в расчете с помощью метода Монте-Карло. Граничные условия на срезе сопла (в сечении высотой H) получены из решения уравнений Навье — Стокса с помощью маршевого метода [22]. Высота критического сечения щелевого сопла h_* использовалась только в маршевом расчете для определения условий на срезе сопла. На рис. 2 показаны полученные на срезе сопла радиальные распределения скорости, плотности и температуры, а также распределение давления. Соответствующие аппроксимации полиномом шестого

порядка $f(r) = \sum_{i=0}^6 a_i r^i$ (r — радиальная координата, мм) приведены в таблице.

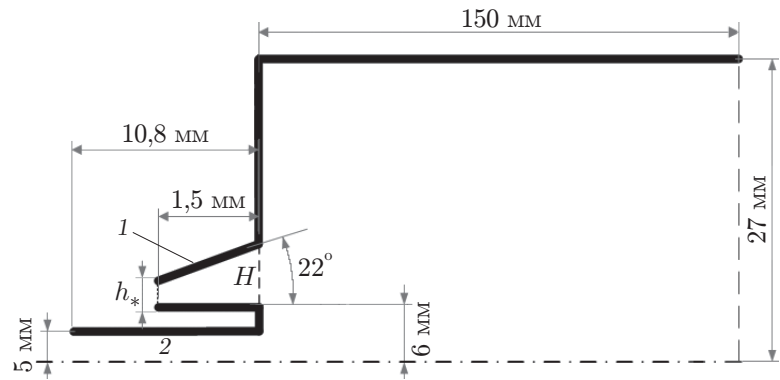


Рис. 1. Схема расчетной области:
1 — щелевое сопло, 2 — осевой канал с зоной обратной откачки; штриховая линия — свободная граница области реактора, на которой происходит полное поглощение частиц, штрихпунктирная — ось симметрии

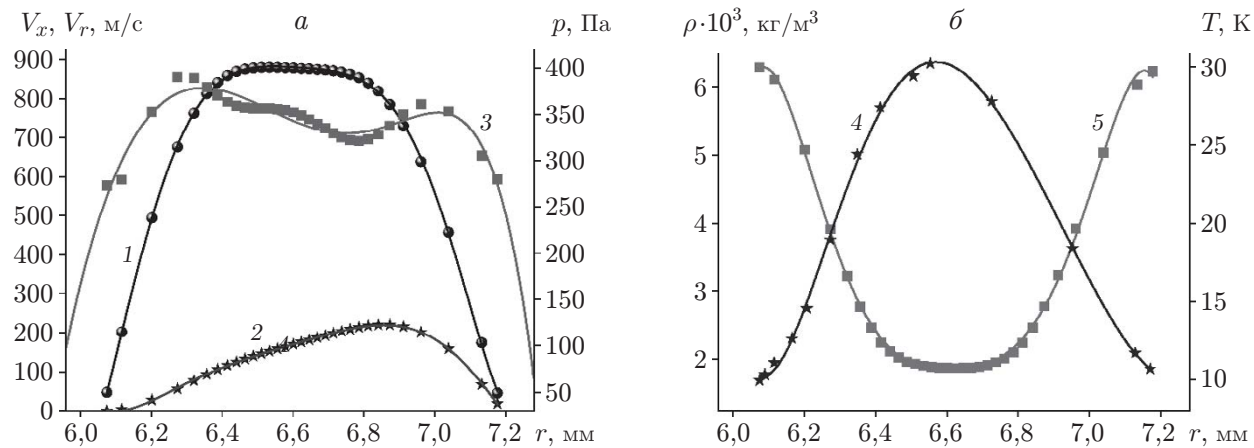


Рис. 2. Радиальные распределения осевой V_x (1) и радиальной V_r (2) компонент скорости, давления p (3) (а), плотности ρ (4) и температуры T (5) (б) газа на входе в расчетную область на срезе сопла в сечении H (см. рис. 1)

Функция	Коэффициенты полинома
V_x	$2,287\,58 \cdot 10^9; -2,086\,24 \cdot 10^9; 7,919\,98 \cdot 10^8; -1,602\,04 \cdot 10^8;$ $1,821\,13 \cdot 10^7; -1,103\,075\,416\,18 \cdot 10^6; 2,781\,374\,817 \cdot 10^4$
V_r	$5,331\,58 \cdot 10^8; -4,822\,28 \cdot 10^8; 1,815\,91 \cdot 10^8; -3,644\,09 \cdot 10^7;$ $4,110\,068\,170\,37 \cdot 10^6; -2,470\,262\,344\,1 \cdot 10^5; 6,180\,888\,05 \cdot 10^3$
T	$-1,018\,86 \cdot 10^9; 9,256\,08 \cdot 10^8; -3,501\,68 \cdot 10^8; 7,061\,11 \cdot 10^7;$ $-8,004\,684\,264\,22 \cdot 10^6; 4,836\,910\,683\,7 \cdot 10^5; -1,217\,125\,042 \cdot 10^4$
ρ	$4,702\,241\,688 \cdot 10^3; -4,155\,820\,031 \cdot 10^3; 1,529\,557\,123 \cdot 10^3; -3,001\,145\,499 \cdot 10^2;$ $33,112\,268\,17; -1,948\,003\,665; 4,774\,400\,955 \cdot 10^{-2}$
p	$-9,739\,092 \cdot 10^7; 9,129\,311\,76 \cdot 10^7; -3,571\,123\,415 \cdot 10^7; 7,459\,185\,86 \cdot 10^6;$ $-8,771\,810\,14 \cdot 10^5; 5,504\,915\,85 \cdot 10^4; -1,439\,964\,82 \cdot 10^3$

Вследствие использования условия прилипания на стенке на стенках сопла имеет место торможение потока. Следует отметить, что распределение радиальной компоненты скорости V_r в отличие от других распределений является существенно несимметричным относительно середины выходного отверстия. В середине среза сопла реализуется сверхзвуковое течение с числом Маха $M = 3,37$. На твердых границах во всей области расчета для газа задано условие полного прилипания. Температура стенок задавалась равной 300 К.

2. Результаты исследования и их обсуждение. На рис. 3, 4 представлены поля плотности и числа Маха, рассчитанные с помощью континуального подхода и метода Монте-Карло. Видно, что структуры сверхзвуковых струй и положения ударных волн (УВ) при использовании этих двух подходов хорошо согласуются. В областях сгу-

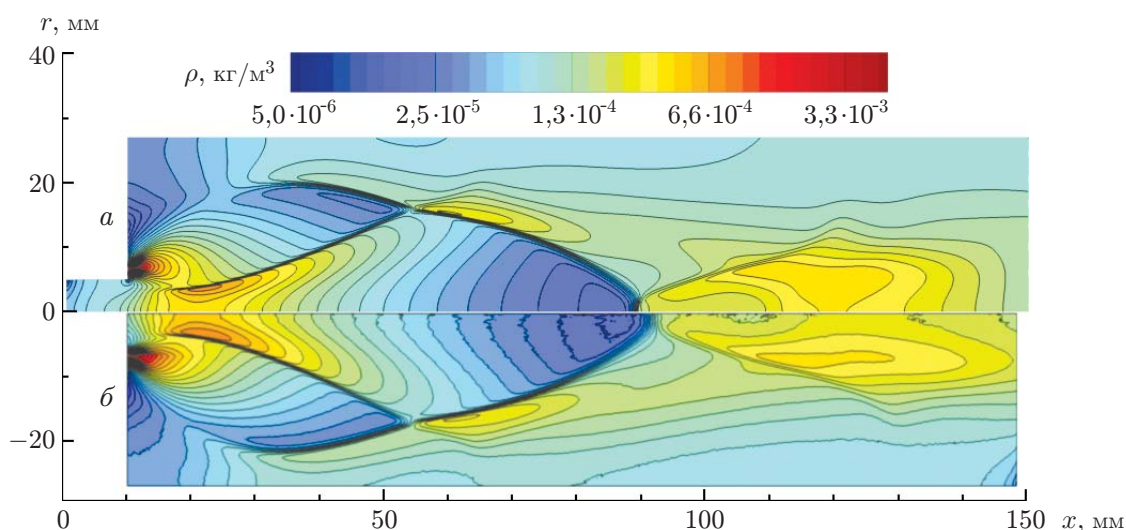


Рис. 3. Поля значений плотности ρ , полученные в расчете с использованием пакета ANSYS Fluent (*a*) и метода Монте-Карло (*б*)

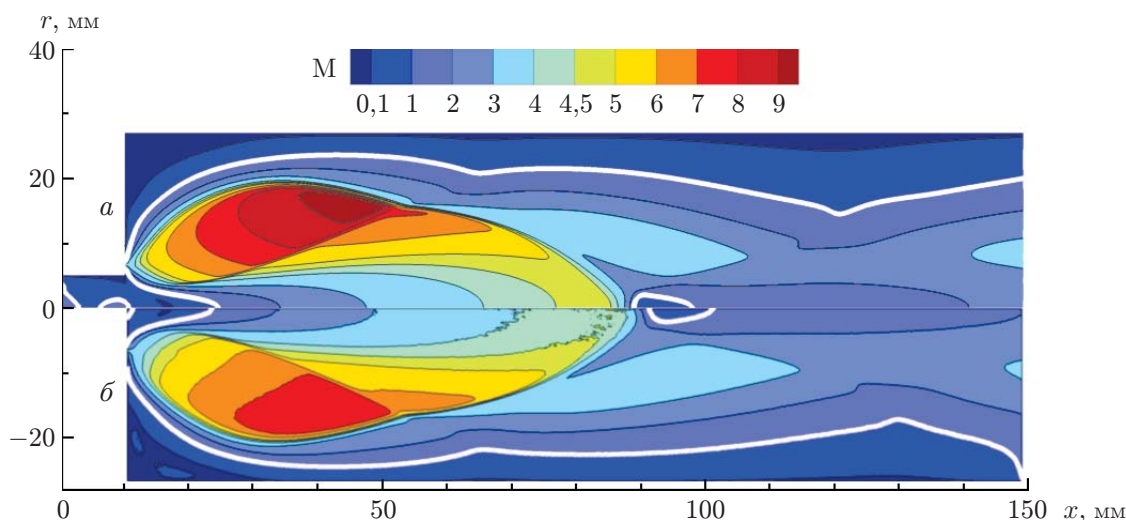


Рис. 4. Поля значений числа Маха M , полученные в расчете с использованием пакета ANSYS Fluent (*a*) и метода Монте-Карло (*б*) (белые линии — $M = 1$)

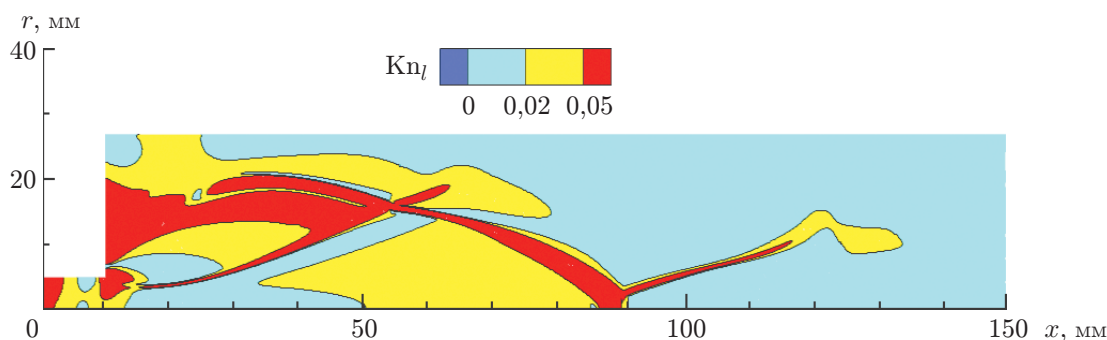


Рис. 5. Поле значений локального числа Кнудсена Kn_l

щения изолиний хорошо видны сформировавшиеся УВ. Структура течения существенно отличается от структуры течения при классическом истечении из обычного сопла [6]. Поскольку в рассматриваемом случае струя расширяется не только вверх, но и вниз, к оси симметрии, формируются две боковые УВ, которые пересекаются на расстоянии от сопла, приблизительно равном 50 мм. Эти УВ ограничивают область свободного расширения, где течение газа ускоряется до числа Маха $M = 9$. Ниже по течению от боковой УВ расположена следующая область свободного расширения газа, где поток ускоряется до числа Маха $M = 5$. Эта область ограничена следующей расположенной выше боковой УВ и малым диском Маха, находящимся на оси на расстоянии 80 мм от среза сопла. Затем течение становится аналогичным классическому течению из круглого сопла.

На рис. 4 видно, что почти вся область расчета занята сверхзвуковым течением. Дозвуковой режим реализуется только в малой области на оси за диском Маха, а также вдоль левой и верхней поверхностей камеры и внутри осевого канала в левой его части. Наличие дозвуковых областей вблизи этих поверхностей, по-видимому, обусловлено граничными условиями прилипания газа к стенкам.

Представляет интерес определение областей, в которых может применяться континуальный подход. При описании сложных течений разреженного газа в качестве критерия для определения перехода от разреженного режима к континуальному обычно используется локальное число Кнудсена

$$Kn_l = \frac{\lambda}{\rho} |\text{grad } \rho|,$$

где λ — локальная длина свободного пробега молекул. Полагается, что при выполнении условия $Kn_l < 0,05$ можно использовать уравнения сплошной среды [23]. На рис. 5 представлено полученное поле локального числа Кнудсена. Видно, что для центральной части струи на начальном этапе, перед первой УВ, на расстоянии $10 \div 30$ мм от среза сопла, $Kn_l < 0,05$. Однако это условие нарушается в зонах пониженного давления выше и ниже струи, а также на многочисленных поверхностях формирующихся УВ. Видно, что для значительной части расчетной области $Kn_l \geq 0,05$, поэтому использовать в ней уравнения сплошной среды невозможно. Однако в указанных зонах реализуется сверхзвуковое течение (см. рис. 4), что может оказывать незначительное влияние на обратное течение в осевом канале. В зоне обратного течения $Kn_l > 0,05$. Таким образом, априори прогнозировать корректность применения континуального подхода для анализа течения в осевом канале и реакторе в целом затруднительно.

Положение диска Маха можно оценить, применяя изоэнтропические формулы, выведенные для описания истечения газа в затопленное пространство через круглое отверстие заданного диаметра. С использованием распределения плотности на срезе сопла (см.

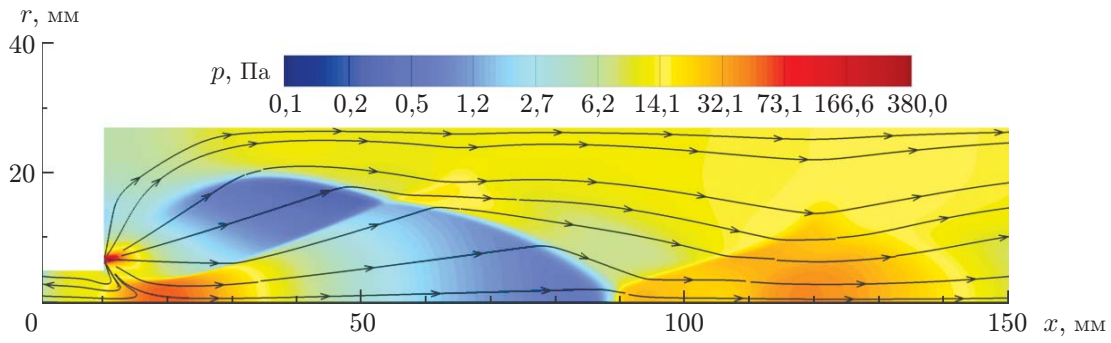


Рис. 6. Поле давления p и линии тока, полученные с помощью континуального подхода

рис. 2) можно оценить эффективную высоту щели: $h_{eff} = 0,5$ мм. Тогда эффективная площадь щелевого сопла равна $S_{eff} = \pi((r_0 + h_{eff})^2 - r_0^2) = 19,6$ мм² ($r_0 = 6$ мм). Эффективный диаметр круглого отверстия площадью S_{eff} равен $d_{eff} = \sqrt{4S_{eff}/\pi} = 5$ мм, число внутренних степеней свободы для метана $j = 3$. Тогда для идеального газа получаем показатель адиабаты $\gamma = (5 + j)/(3 + j) = 1,33$.

Изоэнтروпические формулы связывают значения температуры T , скорости u и плотности ρ при адиабатическом расширении газа с соответствующими значениями торможения в форкамере при заданном значении числа Маха M [24]:

$$T = \frac{T_0}{1 + (\gamma - 1)M^2/2}, \quad \rho = \frac{\rho_0}{(1 + (\gamma - 1)M^2/2)^{1/(\gamma-1)}}. \quad (1)$$

В критическом сечении ($M = 1$) получаем температуру $T_k = 257$ К и соответственно скорость $V_k = \sqrt{\gamma k T_k / m} = 422$ м/с (k — постоянная Больцмана; $m = 16$ а.е.м. — масса молекулы метана). Зная массовый расход метана $G = 14$ н.л/мин = 0,165 г/с, можно вычислить значение плотности в критическом сечении:

$$\rho_k = G/(V_k S_{eff}) = 20 \text{ г/м}^3. \quad (2)$$

С использованием изоэнтروпической формулы для плотности получаем плотность газа в форкамере $\rho_0 = 32$ г/м³. Отсюда находим давление торможения $p_0 = \rho_0 k T_0 / m = 4,9$ кПа ($T_0 = 300$ К — температура в камере торможения).

Далее по формуле Ашкенаса — Шермана [25] можно оценить расстояние от критического сечения до диска Маха

$$x_M = 0,67 d_{eff} \sqrt{p_0 / p_b} = 78 \text{ мм}, \quad (3)$$

где $p_b = 9$ Па — характерное значение фонового давления на выходе из реактора (рис. 6). Заметим, что хотя на левой и правой открытых границах камеры задается полное поглощение частиц, в непосредственной окрестности этих границ давление достаточно велико (порядка 10 Па).

На рис. 3 видно, что оценка (3) согласуется с результатами расчета с погрешностью, сравнимой с толщиной диска Маха. Следует отметить, что эффективная площадь сечения не оказывает влияния на результат оценки. Действительно, используя изоэнтропические формулы (1) и выражение (2), оценку для расстояния до диска Маха x_M можно представить только как отношение расхода G к фоновому давлению p_b :

$$x_M = 1,34 \sqrt{\frac{G}{\pi p_b} \sqrt{\frac{k T_0}{m \gamma}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\right)^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}}.$$

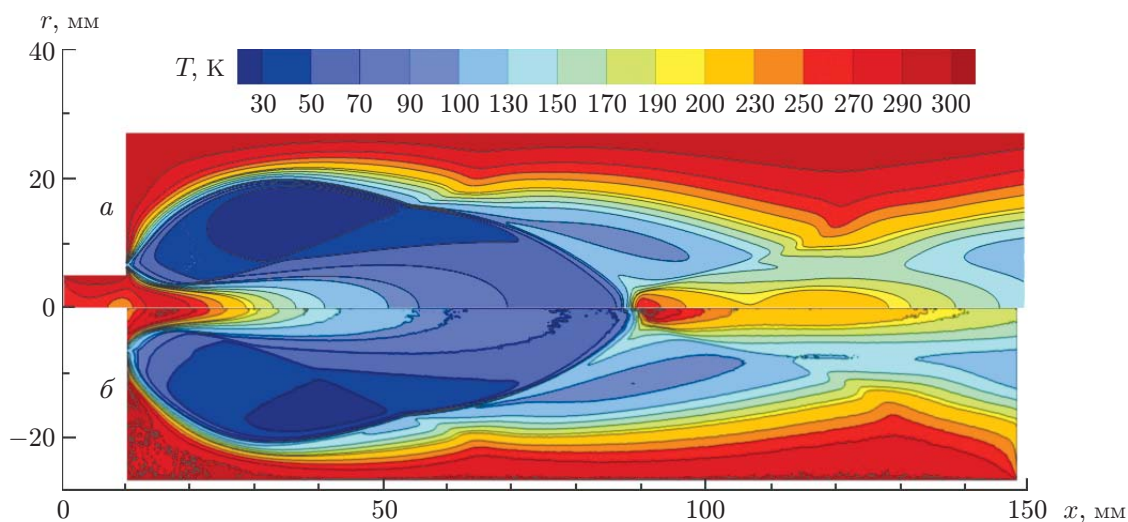


Рис. 7. Поля значений температуры T , полученные в расчетах с использованием пакета ANSYS Fluent (a) и метода Монте-Карло ($б$)

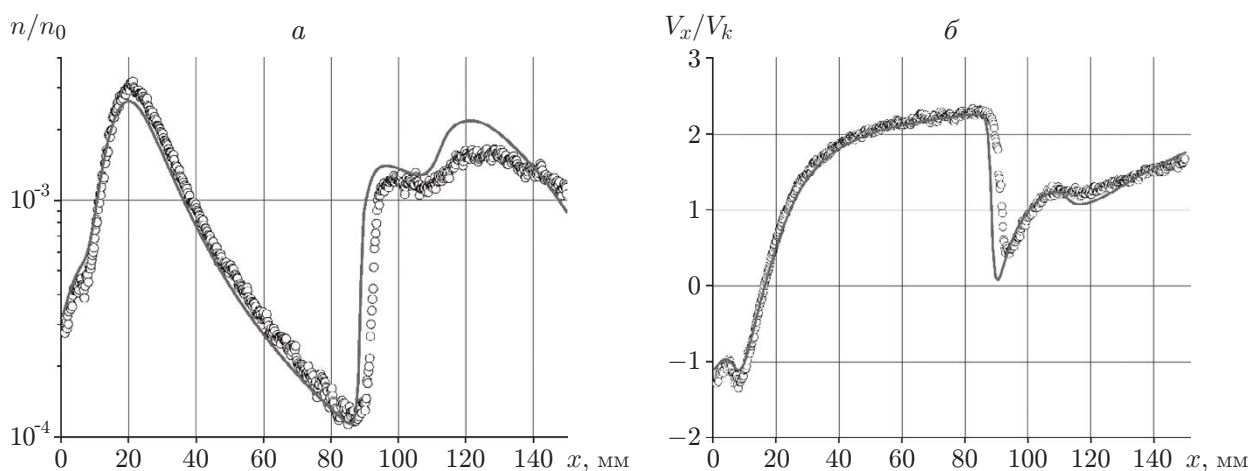


Рис. 8. Осевые профили числовой плотности (a) и скорости ($б$), полученные в расчетах с использованием пакета ANSYS Fluent (линии) и метода Монте-Карло (точки)

Поля температуры показаны на рис. 7. Видно, что структуры течения, полученные в результате континуального и кинетического расчетов, хорошо согласуются.

На рис. 8 представлены осевые профили числовой плотности $n = \rho/m$ и скорости. Для обезразмеривания величин используются числовая плотность торможения $n_0 = \rho_0/m = 1,2 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ и скорость в критическом сечении $V_k = 422 \text{ м/с}$. На рис. 8 видно, что результаты расчетов хорошо согласуются в сверхзвуковой части струи ($x \leq 80 \text{ мм}$) и далее в дозвуковой части за диском Маха с повторением даже небольших колебаний плотности. Следует отметить, что срез сопла расположен в плоскости $x = 10 \text{ мм}$, поэтому область $x = 0 \div 10 \text{ мм}$ соответствует течению в осевом канале, где реализуется обратное течение с отрицательной скоростью и низким давлением. Несмотря на низкое давление в этой области, кинетическое и континуальное решения в ней также хорошо согласуются. В данном режиме обратный поток в осевой канал содержит 0,8 % всех попавших в область частиц.

На рис. 9 представлены поперечные профили плотности на расстоянии 30 мм от среза сопла. Хорошо видны внутренняя и внешняя УВ, положение которых различается на величину, приблизительно равную толщине УВ.

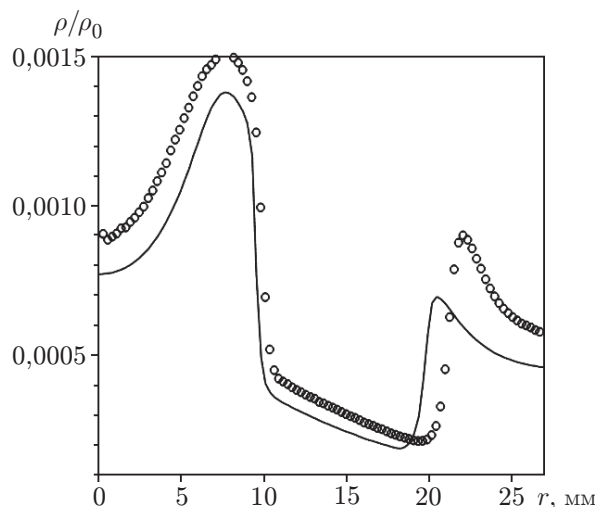


Рис. 9. Поперечные профили плотности в сечении, расположенном на расстоянии 30 мм от плоскости среза сопла, полученные в расчетах с использованием пакета ANSYS Fluent (линия) и метода Монте-Карло (точки)

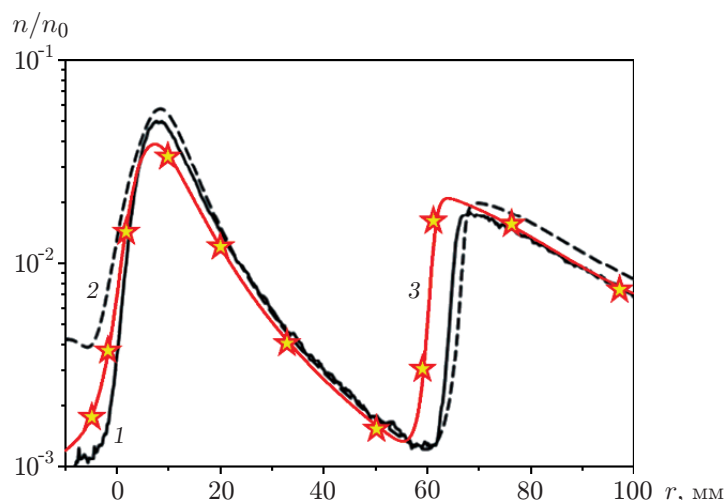


Рис. 10. Осевые профили числовой плотности при давлении торможения $p_0 = 20$ торр, полученные в расчетах с использованием метода Монте-Карло [19] (1), уравнений Навье — Стокса [19] (2) и пакета ANSYS Fluent (3)

Аналогичные расчеты были проведены для других условий и несколько иной геометрии задачи с целью повторения ранее проведенных расчетов с помощью метода Монте-Карло [19]. В этом случае также рассматривается течение через одно щелевое сопло с высотой критического сечения $h_* = 0,5$ мм. Расчет также начинается со среза сопла, однако на нем задается простое плоскопараллельное течение с числом Маха $M = 2,596$ (в отличие от более сложных и реалистичных профилей параметров, представленных на рис. 2). Давление торможения в форкамере полагается равным $p_0 = 20$ торр. Зная давление, по изобарическим формулам (1) можно определить значения всех параметров на срезе сопла. Для данного режима расход метана равен $G = 4,25$ н.л./мин. В работе [19] расчет проводился не только с помощью метода Монте-Карло, но и путем решения уравнений Навье — Стокса.

На рис. 10 представлено полученное осевое распределение числовой плотности. Поскольку срез сопла на рис. 10 расположен в плоскости $x = 0$, область отрицательных значений x соответствует зоне обратной откачки. Видно, что в этой области решения уравнений Навье — Стокса [19] значение плотности в четыре раза больше, чем значение, полученное с помощью метода Монте-Карло. На основе этого существенного различия сделан вывод о невозможности использования континуального подхода для описания таких течений. Однако на рис. 10 видно, что значения числовой плотности, полученные с использованием пакета ANSYS Fluent, очень близки к результатам, полученным с использованием метода Монте-Карло (различие составляет порядка 20 %). Заметим, что причины такого существенного различия результатов, полученных с использованием уравнений сплошной среды из работы [19] и пакета ANSYS Fluent, сложно анализировать ввиду закрытого характера данного пакета.

Таким образом, сравнение с результатами расчетов с помощью метода Монте-Карло в различных постановках процесса истечения из кольцевого сопла показывает, что пакет ANSYS Fluent может быть использован для описания данного сложного течения, причем хорошее согласование результатов наблюдается даже в случае осевого канала с низкой плотностью. Это в целом противоречит результатам анализа с применением обычно используемого критерия — локального числа Кнудсена, который скорее свидетельствует о невозможности корректного описания всего поля течения в рамках модели сплошной среды.

Закключение. В работе с использованием прямого статистического моделирования с помощью метода Монте-Карло, а также уравнений сплошной среды проведено численное исследование сверхзвукового истечения из кольцевого сопла в камеру низкого давления с вакуумной границей. Показано, что полученные решения хорошо согласуются даже при описании зон с низкой плотностью в канале электронного пучка. Это позволяет сделать вывод о возможности использования пакета ANSYS Fluent для моделирования течений данного типа. Полученные результаты имеют большое значение для развития вакуумных технологий на основе газоструйного плазмохимического метода с использованием электронного пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ketsdever A. D., Clarbough M., Gimelshein S. F., Alexeenko A. A. Experimental and numerical determination of micropropulsion device efficiencies at low Reynolds numbers // AIAA J. 2005. V. 43, N 3. P. 633–641.
2. Liu M., Zhang X., Zhang G., Chen Y. Study on micronozzle flow and propulsion performance using DSMC and continuum methods // Acta Mech. Sinica. 2006. V. 22, N 5. P. 409–416.
3. Halpern B. L., Schmitt J. J., Golz J. W., et al. Gas jet deposition of thin films // Appl. Surface Sci. 1991. V. 48/49. P. 19–26.
4. Ребров А. К., Сафонов А. И., Тимошенко Н. И. и др. Газоструйный синтез серебряно-полимерных пленок // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 4. С. 176–182.
5. Sukesan M. K., Shine S. R. Effect of back pressure and divergent section contours on aerodynamic mixture separation using convergent-divergent micronozzles // AIP Adv. 2022. V. 12, N 8. 085207.
6. Rebrov A. K. Free jets in vacuum technologies // J. Vacuum Sci. Technol. A. 2001. V. 19, N 4. P. 1679–1687.
7. Franquet E., Perrier V., Gibout S., Bruel P. Free underexpanded jets in a quiescent medium: A review // Progr. Aerospace Sci. 2015. V. 77. P. 25–53.
8. Broc A., De Benedictis S., Dilecce G., et al. Experimental and numerical investigation of an O₂/NO supersonic free jet expansion // J. Fluid Mech. 2004. V. 500. P. 211–237.

9. **Otobe Y., Kashimura H., Matsuo S., et al.** Influence of nozzle geometry on the near-field structure of a highly underexpanded sonic jet // J. Fluids Structures. 2008. V. 24. P. 281–293.
10. **Mate B., Graur I. A., Elizarova T., et al.** Experimental and numerical investigation of an axisymmetric supersonic jet // J. Fluid Mech. 2001. V. 426. P. 177–197.
11. **Wu J.-S., Chou S.-Y., Lee U.-M., et al.** Parallel DSMC simulation of a single under-expanded free orifice jet from transition to near-continuum regime // J. Fluids Engng. 2005. V. 127, N 6. P. 1161–1170.
12. **Ivanov M. S., Markelov G. N., Gerasimov Yu. I., et al.** Free-flight experiment and numerical simulation for cold thruster plume // J. Propulsion Power. 1999. V. 15, N 3. P. 417–423.
13. **Montero S.** Molecular description of steady supersonic free jets // Phys. Fluids. 2017. V. 29, N 9. 096101.
14. **Зайцев А. В., Ярков Л. В.** Численное моделирование газодинамики струй азота при течении в разреженное пространство // ПМТФ. 2023. (В печати.)
15. **Vashchenkov P. V., Kudryavtsev A. N., Khotyanovsky D. V., Ivanov M. S.** DSMC and Navier — Stokes study of backflow for nozzle plumes expanding into vacuum // AIP Conf. Proc. 2005. V. 762. P. 355–360.
16. **Шарафутдинов Р. Г., Сковородко П. А., Щукин В. Г., Константинов В. О.** Осаждение пленок кремния с использованием газоструйного плазмохимического метода: эксперимент и газодинамическое моделирование // ПМТФ. 2018. Т. 59, № 5. С. 22–30.
17. **Шарафутдинов Р. Г., Константинов В. О., Федосеев В. И., Щукин В. Г.** Конверсия природного и попутного нефтяного газов в холодной электронно-пучковой плазме // Прикл. физика. 2017. № 2. С. 13–18.
18. **Шарафутдинов Р. Г., Константинов В. О., Федосеев В. И., Щукин В. Г.** Зависимость коэффициента разложения метана в холодной электронно-пучковой плазме от подводимой мощности // Химия высоких энергий. 2018. Т. 52, № 4. С. 312–317.
19. **Skovorodko P. A., Sharafutdinov R. G.** Experimental and numerical study of gas dynamic window for electron beam transport into the space with increased pressure // AIP Conf. Proc. 2014. V. 1628. 1139.
20. **Пат. 2612267 РФ, МПК В 01 J 19/08, С 23 С 14/00, С 23 С 16/513, С 23 С 16/54, С 23 С 26/00, Н 01 J 37/32.** Способ ввода пучка электронов в среду с повышенным давлением / Р. Г. Шарафутдинов, П. А. Сковородко, С. А. Городецкий, В. М. Карстен, В. О. Константинов, В. Г. Щукин. Опубл. 03.03.2017, Бюл. № 7.
21. **Bird G. A.** Molecular gas dynamics and direct simulation of gas flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
22. **Karsten V. M., Sharafutdinov R. G., Skovorodko P. A., Skrynnikov A. V.** Experimental investigation and direct simulation of flow in gasdynamic window // Proc. of the 21st Intern. symp. on rarefied gas dynamics, Toulouse (France), 26–31 July 1998. Marseill: S. n., 1999. V. 1. P. 655–662.
23. **Boyd I. D., Chen G., Candler G. V.** Predicting failure of the continuum fluid equations in transitional hypersonic flows // Phys. Fluids. 1995. V. 7, N 1. P. 210–219.
24. **Ландау Л. Д.** Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1986.
25. **Ashkenas H. Z., Sherman F. S.** The structure and utilization of supersonic free jets in low density wind tunnels // Proc. of the 4th Intern. symp. on rarefied gas dynamics, Toronto (Canada), 14–17 July 1964. N. Y.: Acad. Press, 1966. V. 2. P. 84–105.

*Поступила в редакцию 2/VI 2023 г.,
после доработки — 19/VI 2023 г.
Принята к публикации 26/VI 2023 г.*